



144
153

H-8°
80 A MK



2-й д. 1

55-6-20

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОМЕРИЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

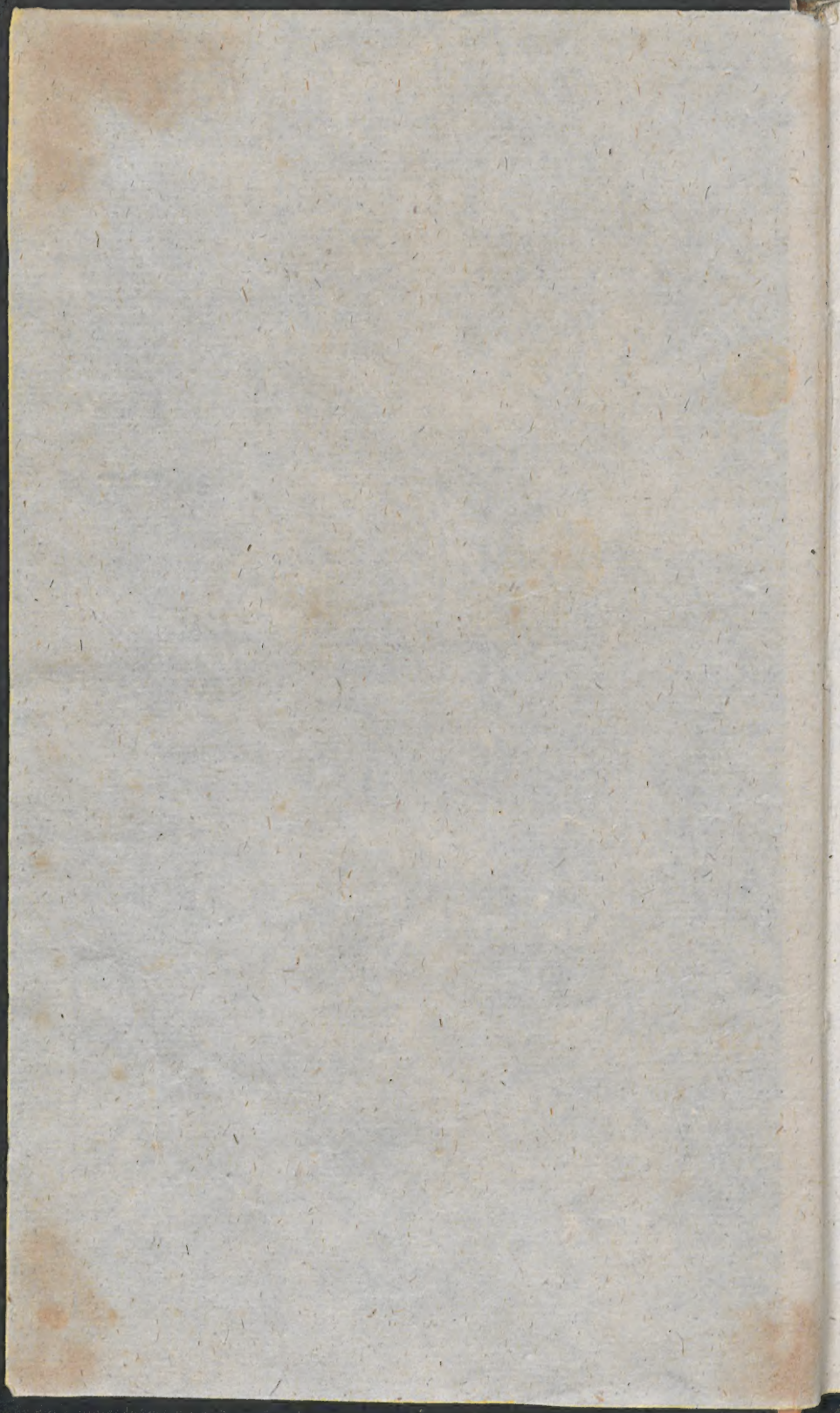
ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ

ОБЪЕДИНЕННАЯ



55-6-20

144
Δ 158

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРІЯ,

ВЪ
ПОЛЗУ И УПОТРЕБЛЕНІЕ

не шокмо
ЮНОШЕСТВА,
но и шѣхъ,

Кои упражняются въ землемѣрїи, Форти-
фикаціи и Аршиллерїи,

изъ
РАЗНЫХЪ АВТОРОВЪ
собранная
съ

Приобщеніемъ гравированныхъ фигуръ на припи-
сани семи таблицъхъ,

Емператорскаго Московскаго Университета публичнымъ Ор-
динарнымъ Профессоромъ, обѣихъ оного Имназій Инспек-
торомъ и Московскаго Россійскаго Собранія при томъ
же Университетѣ Членомъ,

ДМИТРИЕМЪ АНИЧКОВЫМЪ.



ВЪ Москвѣ въ Университетской Типографїи
у Н. Новикова 1780 года.



ОДОБРЕНІЕ:

По приказанію Императорскаго Московскаго Университета Господь Кураторовъ, я читалъ Теоретическую и Практическую Геометрію и не нашелъ въ ней ничего противнаго настоящему, данному мнѣ о разсматриваніи печатаемыхъ въ Университетской Типографіи книгъ; почему она и напечатана быть можетъ. Коллежскій Секретникъ, Красноурѣчій Профессоръ и Цензоръ печатаемыхъ въ Университетской Типографіи книгъ.

АНТОНЪ. БАРСОВЪ.



ПРЕДИСЛОВІЕ.

Упражняющіеся въ какой либо наукѣ, обыкновенно спараются много говорить въ похвалу оной съ шѣмъ, чѣмъ чрезъ то, показавъ причину похвальнаго своего упражненія, удобнѣе можно было имъ и другихъ возбудить къ подобному же предпріятію. Но я, при изданіи въ свѣтъ изъ разныхъ авторовъ мною собранной теоретической и практической Геометріи, не предпріемлю проспираться въ ея похвалахъ, будучи удостовѣренъ, что Геометрія не утверждается на одномъ людскомъ мнѣніи, вѣроятія шокмо достойномъ, но сама себя утвержденіемъ самой истинны ограждаетъ и шворитъ похвальною. И хопя многія вещи опмѣннымъ вишійспвомъ увеличитъ и возвыситъ, или яснымъ доказательствомъ умалитъ и унизитъ, или на конецъ нѣкопорымъ обоуднымъ описаніемъ превратно представитъ

возможно; но Геометрія, яко основательная наука, собственною своею ограждающаяся силою и на своемъ не подвижномъ основаніи утверждающаяся, всегда неподвижна, проста и единообразна пребываетъ. Ибо въ ней никакіе споры не могутъ имѣть мѣста, копорыхъ бы чрезъ доказательство и изъ того непосредственно произведенною достоверною истинною уничтожить не можно было. Въ ней находящіеся доводы не совѣтъ токмо подають намъ, но принуждають насъ быть убѣжденными, и какъ бы руководствомъ самой природы доводящъ до основательнаго вещей познанія. И какъ самая природа постепенно доходитъ до совершенства, такъ и Геометрія отъ самыхъ низайшихъ началъ прогрессируетъ къ высочайшимъ. На что можетъ быть простѣе почки? Но изъ оной производятся всѣ виды простяженій, такъ что почка удивительную въ себѣ заключаетъ безконечность. Чтожъ принадлежишь до теоремъ и задачъ, въ Геометріи съ до-
ка-

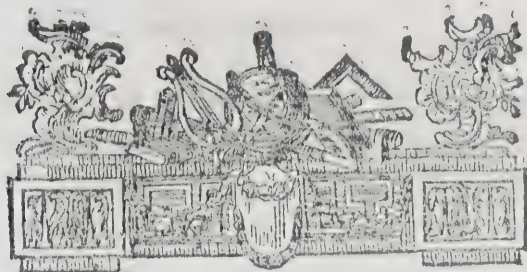
казательствомъ предлагаемыхъ , по о-
ныя весьма чувствительно показыва-
ющъ намъ и пошъ порядокъ , по ко-
порому бы мы исправляли и въ общей
жизни случающіяся свои дѣла и ниче-
го не предпринимали безъ надлежаща-
го разсужденія. Припомъ какъ самая
природа весьма тщательна старается
произвестъ что нибудь новое, шакъ и
Геометрія всегда нѣчто похвальное раз-
смаприваетъ , изыскиваетъ и вымыш-
ляетъ. Почему не основательно раз-
суждающъ шѣ , кои , желая уважитъ
математическія науки , говоряшъ , яко
бы оныя для увеселенія токмо ума че-
ловѣческаго, а не для самой обществен-
ной пользы выдуманы. Но въ общежи-
тїи , какъ опытомъ самымъ дознано ,
нѣтъ ничего шакоего, чшобы споль мно-
го вспомошествовало, какъ порядокъ и
соразмѣрность, шо естъ , во всемъ у-
мѣренность, чшо самое въ Геометріи
и объясняется. Слѣдовательно вездѣ
скрывается нѣкошорая сила Геомет-
ріи , кошорая превосходитъ , или
нѣтъ , самую природу, шого хоща

разсмотрѣть и не можно, развѣ усмотришь тогда, когда самъ въ оной упражняешься будешь. Увидишь все-конечно, что и разные виды Геометрическихъ фигуръ, весьма живо представляющихъ намъ различіе вещей, въ мірѣ семъ находящихся, великое причиняють намъ удовольствіе, когда познаемъ, что тѣ фигуры изображаютъ приличіе и дозволенное употребленіе вещей, въ которыхъ находишься видъ сообразности частей; а которыя имѣютъ сбивчивое и не порядочное сопоставленіе оныхъ, безъ всякаго взаимнаго другъ къ другу соответствія, тѣ чрезъ то доказываютъ вредность вещей и самую скуку, изъ оныхъ происходящую. И какъ въ природѣ вещей ничего споль превратнаго и споль вреднаго не находишься, чего бы человѣку не можно было обратишь въ свою пользу, только бы доставало сполько прозорливости въ его разумѣ: такъ и въ Геометріи нѣтъ ничего споль безобразнаго, споль не порядочнаго и споль скрышнаго, чего бы упражняющійся въ
оной

оной не могъ или привести въ порядокъ, или открыть своимъ стараніемъ, естли сполько силы находилъ въ его разсужденіи. На конецъ и самыя предложенія Геометрическія, изъ которыхъ всякое послѣдующее происходитъ изъ предыдущаго, не живо ли намъ представляющъ таковымъ своимъ взаимнымъ отношеніемъ, что все въ природѣ вещей состоитъ и утверждается на взаимномъ вспоможеніи и одно отъ другаго зависитъ. Словомъ: такой образъ и видъ имѣетъ Геометрія, что чрезъ посредство началъ ея всякому о всѣхъ приключеніяхъ, въ мірѣ семъ собывающихся, и о всѣхъ послѣдованіяхъ, въ ономъ продолжающихся, умозрительное разсужденіе безъ всякой погрѣшности производить можно. Чтожъ принадлежитъ до начала и происхожденія Геометріи, то она не отъ Египтянъ, не отъ Халдеевъ и не отъ Финикіянъ, какъ нѣкоторые думаютъ, произошла, но отъ Бога, по тому что всѣ основательныя науки суть вѣчныя. И такъ я сію превос-

ход-

ходную науку, то есть, Геометрію, изъ разныхъ наилучшихъ какъ Латинскихъ, такъ и Россійскихъ авторовъ посильными моими трудами собранную издаю въ свѣтъ съ пою надеждою, что, если она, такъ какъ и Ариеметика, мноюжъ изданная въ 1775 году вторымъ писаніемъ, на копурю я въ нѣкопурыхъ и сея книги параграфахъ ссылаюсь, благосклонно принята будетъ Почтенною Публикою, сіе имѣетъ послужить мнѣ поощреніемъ къ дальнѣйшему продолженію моихъ трудовъ, то есть, къ равномѣрному изданію въ свѣтъ и другихъ математическихъ частей.



ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.
ЕВТИМЕТРІЯ,
или
ДОНГИМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ
О
НАЧАЛАХЪ ГЕОМЕТРИИ.
ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Геометрія (Geometria) есть наука о величинѣ, или пространствѣ, имѣющемъ простяженіе въ длину, ширину и толщину. Или, Геометрія есть наука, которая показываетъ свойство всякаго простяженія, предѣлы имѣющаго, и подаетъ способъ къ точному измѣренію всѣхъ простяженій, коимъ въ шѣлахъ быти могутъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 2. Геометрія по Россійски называется *землемѣріе*, по тому что она начало свое



воспріяла отъ размѣренія разныхъ на по-
поверхности земной обрѣшающихся мѣстѣ.
Еврейскій историкъ Іосифъ изобрѣшеніе ея
приписываетъ древнимъ Египтянамъ, ко-
торые, для ежегоднаго разлиція рѣки Ни-
ла, принуждены были сыскаать нѣкоторую
науку, по которой бы помянутымъ наво-
дненіемъ разоренныя межи ихъ полей и
пашенъ опять найши имъ можно было.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 3. Хотя сего оприцать и не можно,
что пропязженіе измѣряется весьма легко и
способно; ибо, когда кто сажень имѣетъ,
то перенося оную съ одного мѣста на дру-
гое, весьма удобно узнать можетъ, какой
длины, на пр. чей дворъ, поле, или другое
какое пропязженіе; однако иногда бывають
такіе случаи, что сіе учинить трудно, и
не всякъ можетъ показать, какимъ обра-
зомъ измѣреніе производить должно. Такъ
на пр не всякъ узнаетъ, какъ ему къ се-
му приступить, когда разстояніе между
шпицами двухъ башенъ вымѣрять надле-
житъ. И сему - то учили Геометрія, и
подаетъ надежныя правила, которыя спер-
ва выучить, а потомъ съ пользою употре-
блять можно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 4. Изъ чего явствуетъ, что нахо-
дятся двоякіе случаи къ измѣренію чего-
нибудь:

нибудь: первой, когда какое пропѣженіе, копорое вымѣряшь надлежишь, мѣрою дѣйствительно вымѣряшь и примѣнишь можно, сколько разъ она мѣра въ такомъ пропѣженіи содержаться должна; второй случай, когда какое пропѣженіе, копорое вымѣряшь дано, мѣрою дѣйствительно вымѣряно бытъ не можетъ, и слѣдовательно непосредственно узнать того не лзя, сколько разъ такая мѣра въ ономъ пропѣженіи содержаться можетъ. Первой случай не имѣетъ никакой трудности, а послѣдній шѣмъ труднѣе, что любопытство наше въ томъ, чтобъ узнать мѣру такого пропѣженія, инымъ образомъ удовольствовано бытъ не можетъ, какъ только шѣмъ, когда между онымъ пропѣженіемъ, копорое дѣйствительно вымѣряшь не лзя, также и между другимъ, копорое дѣйствительно вымѣряшь можно, сыскано будетъ сравненіе, помощію копорого и по исправнымъ выкладкамъ уже можно будетъ доказать, сколь велико искомое пропѣженіе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 5. Изъ чего явствуетъ 1.) что въ Геометріи особливо пребуется сіе, чтобъ знать свойства пропѣженія съ такимъ основаніемъ, дабы во всѣхъ случаяхъ



можно было дѣлать упомянутое сравненіе, чему и училъ *Геометрія Теоретическая* (*Geometria Theoretica*). Напротивъ же того *Геометрія Практическая* (*Geometria Practica*) употребляетъ въ самомъ дѣйствіи все то, что предписано и показано въ *Теоретической*. 2.) Что въ *Геометріи* величины двоякаго рода быть должны: однѣ шѣ, которыя дѣйствительно вымѣрять можно, и называемыя оныя *данныя*, или *извѣстныя величины* (*magnitudines datae*); а другія, для которыхъ, помощію токмо сравненія съ данными, мѣру сыскать можно, именуемыя *искомыя*, или *неизвѣстныя величины* (*magnitudines quaesitae, sive incognitae*).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 6. И такъ *Геометрія* училъ насъ тому, какъ какогонибудь разстоянія, вышины, глубины, должно сыскивать подлинную величину, которой хотя дѣйствительно вымѣрять и не можно; припомъ подаетъ способъ къ точному сниманію чертежей съ городовъ, крѣпостей, полей, лѣсовъ, морей, цѣлыхъ земель и съ прочихъ сему подобныхъ вещей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 7. Изъ чего видно, что предметы *Геометріи* суть слѣдующіе:

1, *Пространство*, (*Spatium*) которое во всѣ стороны имѣетъ опредѣленное пропѣяженіе;

женіе; и сіе называется *Геометрическимъ тѣломъ* (corpus) или *толстою* (solidum).

2, *Крайніи стороны*, въ которыхъ опвсюда пространство заключается, и каждая такая сторона называется *поверхностію* (superficies).

3, Каждая такая поверхность также имѣетъ свои предѣлы, которые очую опвсюда окружаютъ; и такіе предѣлы поверхности называются *линіи*, или *черты* (lineae).

4, Всякая линія на своихъ обоихъ концахъ также имѣетъ предѣлы, которые именуются *пункты*, или *точки* (puncta).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 8. Въ разсужденіи предметовъ Геометріи особливо надлежитъ примѣчанъ слѣдующее: 1) всякое тѣло, или толстоша подлелжитъ тремъ измѣреніямъ, въ длину, ширину, толщину, или вышину; 2) поверхность имѣетъ два только измѣренія, въ длину и ширину; ибо она не можетъ имѣть никакой толщины, по тому что не была бы стороною тѣла, но надлежало бы и самой ей имѣть крайніи свои стороны; 3) линія бываетъ подвержена одному только измѣренію, а именно въ длину; ибо не можетъ она имѣть никакой ширины, по тому что въ такомъ случаѣ была бы она не большая поверхность; также не можно ей



имѣтъ никакой ширины и никакой толщины вмѣстѣ; ибо тогда была бы она не большое тѣло; наконецъ 4) точка не имѣетъ никакого измѣренія; ибо она есть токмо начало и конецъ линіи, и слѣдовательно никакой ширины, никакой длины и никакой толщины имѣтъ не можеть.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 9. Поелику Геометрія разсуждаетъ о такомъ протяженіи, которое не имѣетъ никакого вещества: того ради видно, что она не разсуждаетъ о веществѣ, изъ какого состоятъ которое тѣло; но изыскиваетъ токмо одну величину его протяженія, по которымъ оно простирается. И такъ то тѣло, которое въ умѣ безъ всякаго вещества представляется, и которому ничего кромѣ одного протяженія не сообщается, называется *Геометрическимъ тѣломъ* (*corpus geometricum*) для различенія отъ другихъ тѣлъ, которыя по веществу своему принимаются въ разсужденіе, и оныя для того называются *натуральными*, или *естественными* (*naturalia*) *тѣлами*, или *Физическими* (*Physica*); по тому что сіи, въ разсужденіи оныхъ, не состоятъ въ одномъ токмо воображеніи, но и въ свѣтѣ дѣйствительно находятся.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

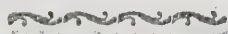
§. 10. И такъ Геометрія, въ разсужденіи сего, что она разсуждаетъ о такихъ токмо тѣлахъ, какихъ въ свѣтѣ не находишься, можетъ ли назваться бесполезною наукою? Ни коимъ образомъ; ибо она дѣлаетъ сіе для того, чтобъ сохранить въ разсмаптриваніи такихъ тѣлъ наисовершеннѣйшую тонкость, и припомъ бы напрасно не вмѣшиваться въ то, что не касается къ ея измѣренію; однакожъ напрошивъ того правила, которыя въ ней преподаются, сущъ такого состоянія, что оныя ко всѣмъ естественнымъ тѣламъ принаравливать можно.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е II.

§. 11. Три вида пропязенія, то есть, длина, ширина и толщина, подлежащія измѣренію, составляютъ три особливья части Геометріи: оная часть, въ которой разсуждается о свойствахъ линій, называется *Долгиметрія* (Euthymetria, sive Longimetria); та, которая упражняется въ изслѣдованіи поверхностей, *Планиметрія* (Eripedometria, sive Planimetria), а которая разсуждаетъ о тѣлахъ и о его измѣреніи, та именуется *Стереометрія* (Stereometria).

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 12. Хотя всякое тѣло имѣетъ три измѣренія (§ 8.), и оныхъ ни коимъ об-



разомъ отъ шѣла опдѣлить не можно; однакожъ способность и въ крапкахъ предѣлахъ содержащейся разумъ пребудетъ того, чинобъ о всякомъ измѣреніи изслѣдовано было порознь. И подлинно о шѣлѣ основательно разсуждать не можно, прежде нежели свѣдѣнія почекъ, линій и поверхностей, или плоскостей извѣстны будутъ, шамъ какъ и выше сего упомянуто было, чино во всякой наукѣ должно имѣть начало отъ самыхъ легчайшихъ понятій (§. 2. Ариѣм. предувѣд.). Чего для и здѣсь надлежитъ сдѣлать начало отъ почекъ, потомъ приступить къ линіямъ и поверхностямъ, а на послѣдокъ къ шѣламъ Геометрическимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 13. *Точка* (punctum) есть знакъ, никакой величины, то есть, никакого протяженія не имѣющій.

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 14. Иные почкою называютъ, что *никакихъ частей не имѣетъ*. Но какимъ бы образомъ она ни опредѣлена была, только неопимѣнно вѣдать надлежитъ, что почка математическая есть нѣчто въ мысли представляемое, въ самой вещи оной не находясь. Спрогоситъ геометрическая подала причину къ такому воображенію, по тому что такой почки на бумагѣ, или на другой какойнибудь поверхности самымъ точнымъ

кимъ перомъ назначить, или въ подлинномъ видѣ изобразить ни коимъ образомъ не можно.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 15. Швенперъ въ Практической своей Геометріи весьма ясно исполковалъ свойство математической точки слѣдующимъ примѣромъ: ежели должно будетъ, говорить онъ, раздѣлить какуюнибудь линію на двѣ равныя части: то сіе дѣлается такимъ знакомъ, или точкою, которая показывается только то мѣсто, въ которомъ оныя линіи одна отъ другой отдѣляются, а ни у которой линіи не отнимается ничего; ибо онъ, взяты будучи вмѣстѣ, всегда будутъ равны первой линіи, которую раздѣлить дано.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 16. *Линія* (linea) есть длина, ни ширины, ни толщины не имѣющая.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 17. Такое протяженіе, которое бы ни ширины, ни толщины, но толькобъ одну длину имѣло, можно вообразить слѣдующимъ образомъ: когда точка, какая описана (§. 13.), будетъ двигаться отъ одного мѣста къ другому; то слѣдъ, которой она по себѣ оставляетъ, будетъ линія.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 18. *Прямая линія* (*linea recta*) есть самая кратчайшая изъ всѣхъ, копорая между двумя почками А и В проведена быть можетъ, на пр. АВ. Или прямая линія есть, копорой каждая часть подобна цѣлой. Платонъ прямою линіею называетъ пну, копорой концы загораживающъ средину. На противъ того *кривая линія* (*linea curva*) есть, копорая помянутыхъ свойствъ не имѣетъ; или кривая линія есть, копорая не имѣетъ ни одной части подобной цѣлой, на пр. АСВ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 19. Прямая линія происходитъ изъ того, когда почка, производящая линію, во время своего движенія, идетъ непрерывно въ одну сторону; а когда почка, во время своего движенія, идетъ сперва въ одну сторону, потомъ въ другую и притомъ обращается, перемѣняя свое движеніе на всякой часъ: то рождается отъ того кривая линія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 20. Нѣкоторые полагаютъ еще третій родъ линій, то есть, копорыя состояются изъ прямыхъ и кривыхъ линій, на пр. DGFЕА, и такая линія называется *смѣшенная линія* (*linea mixta*). Въ простой Геометріи, какихъ свойствъ
суть



суть смѣшенная линѣя и кривыя линѣи, о помѣ не упоминается; но рассуждается только о прямыхъ линѣяхъ и объ одной кривой, а прочія кривыя линѣи, которыхъ есть безчисленное множество, надлежатъ до высшей Геометріи.

П Р И В А В Л Е Н І Е 2.

§. 21. Поелику почка не имѣетъ никакихъ частей (§. 14.); того ради и линѣя не можетъ имѣть ни ширины, ни толщины; но только одну длину.

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 22. Хотя въ самой вещи длина и не бываетъ никогда безъ ширины, по тому что всѣ линѣи, которыя мы весьма тонко очиненными перьями проводимъ, самую малую ширину имѣютъ, которую по крайней мѣрѣ можно усмотрѣть помощію микроскопа; однако нужно и полезно оную представлять въ особливости. Нужно по тому, что нашъ разумъ не можетъ вдругъ рассуждать о многихъ вещахъ; чего ради только умомъ должно раздѣлять то, что въ натурѣ находится нераздѣльно. Полезно по тому, что бываетъ неисчисленное множество такихъ случаевъ, въ которыхъ одно только измѣреніе знать надобно, на пр. высоту башни, безъ ширины ея и толщины; ширину рѣки, безъ глубины и длины.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 23. *Мѣрять* (*metiri*) не что иное, какъ извѣстное количество сравнивать съ другимъ, которое съ нимъ есть одинакаго роду. То количество, которое принимается за извѣстное, называется *мѣра* (*mensura*).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 24. Такое сравненіе состоишь токмо въ томъ, чтобъ изслѣдовать, сколько разъ одно количество содержишь въ другомъ; на пр. сколько разъ пядень моей руки въ вышиинѣ башни, или сколько фушовъ въ большемъ слиткѣ золота находишь. Но поелику сказать не можно, чтобъ почка нѣсколько разъ въ линіи, линія нѣсколько разъ въ поверхности, а поверхность нѣсколько разъ въ шблѣ содержалась; по-то ради и вымѣривать не можно никакой линіи почками, никакой поверхности линіями, также и никакого шбла поверхностями; но каждую линію надлежитъ измѣрять другою линіею, поверхность другою поверхностью, а шбло другимъ шбломъ. Изъ чего явствуетъ, что мѣра всегда должна быть одного роду съ тою вещію, которую мѣрять надобно.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 25. Мѣра, смотря по состоянію вещей, которыя вымѣривать кто хочетъ, называется разными именами. На пр. при
из-

измѣреніи линѣй, мѣра именуется *дюймъ*, *футъ*, *аршинъ*, *сажень*, *перста*, *миля*, и проч. При тяжелыхъ вещахъ употребляются имена мѣры, *центнеръ*, *фунтъ*, *лотъ*, и проч. Въ вымѣриваніи жидкихъ шѣлъ приняты званія, *тонна* или *бочка*, *кружка*, и проч. Но поелику мѣру, въ разсужденіи величины ея, по изволенію взять можно: то не дивно, что почти столько же мѣръ, сколько городовъ, или земель находится. Но изъ всѣхъ почти употребительнѣйшая мѣра есть оная, которая *Лондонскимъ дюймъ* (*pollex*, *sive digitus*) называется, и 12 такихъ дюймовъ составляютъ цѣлой *футъ* (*pes*). Во многихъ мѣстахъ 11 дюймовъ составляютъ одинъ *футъ*, а 16 *футовъ* сажень. Въ Геометріи же не смотря на сіе раздѣленіе, но принимаютъ такой *футъ*, которой въ каждомъ мѣстѣ употребителенъ. Такой *футъ* раздѣляется на 10 равныхъ часней, отъ чего происходятъ дюймы; дюймъ дѣлится опять на 10 равныхъ часней, отъ чего получается не большая мѣра, которая называется *линейя* (*linea*); а чтобы въ такомъ раздѣленіи поступить еще далѣе, то дѣлится такая *линейя* еще на 10 равныхъ часней, отъ чего происходитъ мѣра прежней гораздо меньше, которая именуется *скрупулъ* (*Scrupulus*), такъ, что *футъ* состоитъ изъ 10 дюймовъ,
изъ



изъ 100 линій и изъ 1000 скрупуловъ; изъ 10 же такихъ футовъ составляется цѣлая сажень или рута (pertica, five decempeda). И сіе называется *Геометрическою*, или *десятичною мѣрою* (Geometrica, five decimalis mensura), которая въ Геометріи того ради принята, что она для исчисленія весьма способна. Знаки, по которымъ изъясняются помянутыя мѣры, суть слѣдующіе:

Знакъ сажени	7	-	-	О
— футовъ	-	-	-	I
— дюйма	-	-	-	II
— линей	-	-	-	III
— скрупула	-	-	-	IV

Такимъ образомъ сіе назначенное число

О I II III IV
5. 7. 3. 2. 7. выговаривается 5 сажень, 7 футовъ, 3 дюйма, 2 линіи, 7 скрупуловъ. Сіи знаки сперва введены Іоанномъ Байрономъ, а прежде его Симономъ Спесиномъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 26. Но чтобъ объ употребительныхъ въ знаменитѣйшихъ мѣстахъ мѣрахъ имѣть нѣкоторое понятіе, то надлежитъ примѣчать слѣдующее: когда Лондонской, или Аглинской футъ, для точнѣйшаго содержанія къ прочимъ футамъ, раздѣляется на 1350 равныхъ частей: то прочіе футы, по сравненію съ Аглинскимъ, будутъ имѣть такихъ частей, на пр.

Лон-

Лондонской	1350	Венеціанской	1540
Парижской	1440	Турецкой	3140
Рейнландской	1391	Бононской	1682
Римской	1320	Спрасбургской	1283
Шведской	1320	Гданской	1271
Данской	1403	Ниренбергской	1347
Голландской	1320	Лейденской	1391
Брюссельской	1278	Древней Римской	1317.

Въ Россіи употребляющіяся Англическіе фуфы;
и для того не бесполезна будетъ и слѣду-
ющая табличка :

- 1 Градусъ экватора содержитъ 104 $\frac{1}{2}$ версты
- 1 Верста 500 сажень, или 3500 Лондон.
фуфовъ
- 1 Сажень - - 3 аршина, или 7 Лондон-
скихъ фуфовъ.
- 1 Аршинъ - - 16 вершковъ, или 2 $\frac{1}{3}$ Лонд.
фуфовъ.
- 1 Англическая миля 5000 фуфовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 27. По показанной табличкѣ каждую
мѣру можно весьма легко привесити въ дру-
гую. Положимъ, что нѣкоторое разсто-
яніе вымѣрено, котораго найдена длина 540
Римскихъ фуфовъ, спрашивается, сколь-
ко въ ономъ разстояніи будетъ Лондон-
скихъ фуфовъ? Поелику Римской фуфъ раз-
дѣляется на 1320 частей: то найдется
число такихъ же частей, содержащихся въ

540 Римскихъ фушахъ чрезъ слѣдующую посылку: когда одинъ Римской фушѣ составляющъ 1320 часпей, то какія такія же часпи будутъ составлять 540 Римскихъ фушовъ? То есть, $1:1320=540:712800$ найденное четвертое пропорціональное число показывается, что 540 Римскихъ фушовъ составляютъ 712800 часпей. Потомъ, поелику Римской фушѣ содержится къ Лондонскому въ такомъ содержаніи, какъ 1320:1350, дѣлай другую посылку: 1350 часпей Римскаго фуша составляютъ 1. Лондонской фушѣ, а 712800 часпей, сколько сдѣлаютъ? То есть, $1350:1=712800$. По окончаніи дѣйствія получишь, что показанныя часпи Римскаго фуша дѣлаютъ 528 фушовъ Лондонскихъ; или, что все равно, въ данныхъ 540 Римскихъ фушахъ содержится 528 Лондонскихъ фушовъ. Короче рѣшивъ сей примѣръ и сему подобные обратнымъ образомъ, то есть, часпи одного фуша берутся вмѣсто часпей другого, какъ на пр. 1350 Римскихъ фушовъ даютъ 1320 Лондонскихъ фушовъ, что дадутъ 540 Римскихъ фушовъ? То есть, $1350:1320=540:528$. Равнымъ образомъ всѣ находящіяся въ показанной таблицѣ мѣры приводятся въ Россійскую мѣру.

П Р И Б А В Л Е Н І Е .

§. 28. Ежели кто спроситъ, для чего имѣютъ такое стараніе о точномъ измѣреніи не только однихъ протяженій, но припомъ и всѣхъ другихъ вещей, которыя значатъ количество: то надлежитъ отвѣчать такъ, что сіе дѣлается для двухъ причинъ: 1.) что въ разныхъ случаяхъ человеческого житія, по измѣренію каждаго количества, находясь подлинное содержаніе вещи, которую въ свою пользу весьма способнѣе употреблять можно. Положимъ, что кто имѣетъ у себя несметную сумму, то есть, безмѣрное множество денегъ: то онъ не токмо не можетъ знать, когда сколько изъ такихъ денегъ убыло, но еще не въ состояніи и смелить, на сколько времени оныхъ ему станеть, пока не сочтеть помянутыхъ денегъ. 2.) что, особливо въ наукахъ, по измѣренію какойнибудь причины и оной дѣйствія, о истинѣ той причины тѣмъ больше удостовѣриться можно. На пр. вижу я, что, по учиненному дѣйствию, стекло разбилось въ мѣлкіе куски, и рассуждаю сперва, что сіе дѣйствіе происходитъ отъ воздуха: то можно мнѣ о истинѣ сей причины увѣриться, когда я найду мѣру количеству давленія воздуха, и по тому

Б

сыщу,



сыщу, что количество такого давленія въ состояніи произвешъ помянутое дѣйствіе. О семъ пространствѣ доказывается въ Аерометріи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 29. *Поперѣхность* (superficies) вообще называется величина, имѣющая протяженіе въ длину и ширину безъ всякой толщины. *Плоская поперѣхность* (superficies plana) или *плоскость* (planum), естъ такая поверхность, которая въ длину и ширину простирается по прямымъ линіямъ, такъ чпобъ между всякими данными двумя точками, проведенная на плоскости прямая линія, вся падала на поверхность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 30. Изъ опредѣленія плоской поверхности можно видѣть, что будешъ *кривая поперѣхность*.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 31. Плоскою поверхностью, подобно какъ прямую линію (§. 18.), можно называть ту, которой края загораживающъ средину; или плоская поверхность естъ самая крапчайшая между данными предѣлами.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 32. Происхожденіе такого протяженія, которое бы длину и ширину имѣло, можно вообразить слѣдующимъ образомъ:
пред-

представь себѣ, что прямая линія движется своею длиною поперегъ по другой прямой или кривой линіи: то въ первомъ случаѣ произойдетъ прямая, а въ другомъ кривая поверхность; слѣдовательно поверхность плоская или кривая есть не что иное, какъ слѣдъ, оставшійся послѣ движенія прямой или кривой линіи, по другой прямой опредѣленной длины линіи.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е VIII.

§. 33. *Фигура* (*figura*) вообще есть пространство, со всѣхъ сторонъ ограниченное предѣлами. *Фигура плоская*, есть плоскость въ извѣстныхъ предѣлахъ содержащаяся.

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 34. Предѣлы фигуръ могутъ быть либо однѣ прямыя линіи, и тогда такая фигура называется *прямолинейная* (*rectilinea*); либо кривыя, и тогда называется *криволинейная* (*curvilinea*); либо наконецъ прямыя и кривыя, и тогда называется *смѣшаннолинейная* (*mixtilinea*)

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е IX.

§. 35. *Кругъ* (*circulus*) есть фигура плоская, окруженная одною такого свойства кривою линіею, что всякая оной точка равно отстоитъ отъ извѣстной точки, находящейся въ срединѣ фигуры.

Фиг. 4.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 36. Происхожденіе круга можно вообразить слѣдующимъ образомъ: представь себѣ, что будто прямая линія AC около одного своего конца C такъ обращается, что оной всегда въ одной точкѣ остается, а другой конецъ A , пребывая вездѣ въ одномъ положеніи, идетъ по пунктирному слѣду $ABDE$, пока линія CA не придетъ опять на прежнее мѣсто. Такимъ образомъ отъ сего движенія рождается содержащаяся въ кривой линіи $ABDEA$ поверхность, которая называется кругъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 37. Линія AC , обращающаяся вкругъ точки C , называется *radiusъ*, или *полупоперешникъ* (*semidiameter, sine radius*); неподвижная точка C называется *центръ*, или *средняя точка* (*centrum*); кривая линія $A B E F D A$, которая происходитъ отъ движенія точки A , называется *периферія*, или *окружность*, (*circumferentia, sine peripheria*). Если полупоперешникъ BC чрезъ центръ продолжается прямо до другой напротивъ его лежащей стороны окружности въ точку D : то такая продолженная прямая линія BCD называется *діаметръ*, или *поперешникъ* круга (*diameter*); а когда взятыя гдѣнибудъ на окружности двѣ точки, на пр. F и E , соединяющія прямою линіею FE : то
сіа

сія линія FE называется *хорда*, или *те-тица* (*chorda*, sine subtenso). На послѣдокъ взя-тая какаяднибудь часть окружности, на пр. FE , называется *дуга* (*arcus*), по тому что она представляется на подобіе натянутого лука; а прямая линія FE , есть хорда сей дуги.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 38. Окружность всякаго круга, какой бы оной величины ни былъ, Геометры раздѣляютъ на 360 равныхъ частей, изъ ко-торыхъ каждая называется *градусъ* (*gradus*), и означається знакомъ ($^{\circ}$), на пр. 3° , значи-тъ 3 градуса; полкруга на 180, а чеп-верть круга на 90 градусовъ. Всякой гра-дусъ раздѣляется на 60 равныхъ частей, и такія части, ко-торыхъ 60 составляютъ одинъ градусъ, называются *минуты* (*minuta prima*) и означаються знакомъ ($'$), на пр. $4'$, значи-тъ 4 минуты. Всякая минута раздѣляется на 60 *секундъ* (*minuta secunda*), ко-торыхъ знакъ есть ($''$); секунда на 60 *терцій* (*minuta tertia*), коихъ знакъ есть ($'''$), и такъ далѣе, что во всей окружности каждаго круга будетъ содержаться 360 градусовъ, 21600 минутъ 1296000 секундъ, и 77760000 терцій, а въ половинѣ окружности половинная часть всего того, что есть, 180 градусовъ, и проч.

— — — — —

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 39. Сіе шестидесятиное раздѣленіе приписывается древнимъ Египтянамъ, которое они въ кругахъ Астрономическихъ употребляли.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 40. А что всѣ круги раздѣляются на 360 градусовъ, а не больше и не меньше, сіе зависить отъ того, что такое число на многія другія числа дѣлится безъ остатка, а именно: на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180; а что знаки тѣ же самыя, какіе положены при мѣрѣ линіейной (§. 24.) и здѣсь употребляются: по изъ сего не можетъ произойти никакого замѣшательства, по тому что по обстоятельствомъ поочасъ узнать можно, что о градусахъ ли и минутахъ, или о фулахъ и дюимахъ говорится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

Ф. 5. §. 41. *Концентриальные круги* (circuli concentrici) называются тѣ, которые описываются изъ одного центра, токмо разными полупоперешниками. Напротивъ того тѣ, которые производятся изъ двухъ разныхъ центровъ, на пр. С и с, называются *эксцентральные круги* (circuli excentrici). *Въизомъ* же (corona) именуется пространство, между окружностями двухъ одноцентрныхъ круговъ заключающееся.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 42. *Сегментъ круга*, или *отрѣзокъ Ф.* *отъ круга* (*segmentum circuli*) есть такая его часть $AFBA$, которая между дугою AFB и хордою AB содержишя. *Большой отрѣзокъ* (*maius segmentum*) называется *шопѢ*, которой больше полукруга; а *меньшей отрѣзокъ* (*minus segmentum*) именуется *шопѢ*, которой меньше полукруга.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 43. *Секторъ круга*, или *пырѣзокъ изъ Ф. 7.* *круга* (*sector circuli*), есть такая его часть, ACD , которая между двумя полупоперешниками AC и CD и дугою AD содержишя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 44. *Уголъ* (*angulus*) есть двухъ прямыхъ линѢй AB и AC , въ одной почкѢ A сходящихся, взаимное одной къ другой на-Ф. 8. клоненіе. ЛинѢи AB и AC называются *ведра*, или *бока* (*crura*); почка соединенія линѢи A именуется *перъхъ угла* (*vertex anguli*). Ежели оба бока, составляющіе уголъ, будутъ прямая линѢи: то называется *прямолинѢйной уголъ* (*angulus rectilineus*); а когда будутъ состоять изъ кривыхъ линѢй: то *криволинѢйной уголъ* (*angulus curvilineus*); ежелижъ одна прямая, а другая кривая линѢя будетъ: то именуется *смѣшеннолинѢйной уголъ* (*angulus mixtilineus*).



ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 45. Когда двѣ только линіи пересѣкающѣ себя въ точкѣ, тогда уголъ, которой онѣ составляютъ, означается одною линіею, у верха угла написанною, на пр. А: но поелику иногда случается, что многіе углы имѣющѣ общій верхъ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ означать уголъ тремя линіями, изъ которыхъ двѣ при концѣ каждаго бока, а одна при верху угла полагается; при чемъ сію послѣднюю линію между прочими двумя всегда въ срединѣ спавитъ должно, на пр. уголъ В С А, или D C B; или полагается также въ самомъ отверстіи одна только линіа, на пр. уголъ m.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 46. Величина угловъ не зависитъ отъ длины боковъ, но отъ наклоненія, которое дѣлающѣ линіи, составляющія уголъ: почему равные углы называются тѣ, которыхъ наклоненія боковъ будутъ равны между собою, то есть, когда одинъ уголъ съ другимъ такъ сходствуетъ, что, ежели положи одного верхъ на верхъ другого, бока того упадутъ на бока другого, не смотря на неравенство боковъ; а ежели положи верхи угловъ одинъ на другой, и одинъ бокъ на бокъ другого, другой бокъ упадетъ въ перваго угла, какъ бокъ D C у-

упадаетъ внѣ угла BCA : то уголъ BCA будетъ больше, нежели уголъ BCA ; ежелижъ другой бокъ BC упадетъ внутрь угла BCA : то уголъ BCA будетъ меньше угла BCA .

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 47. Происхожденіе угла можно вообразить слѣдующимъ образомъ: надлежитъ представить такъ, будтобы линія CV сперва лежала на линіи CA и оную по-Фиг. кривала, а потомъ около неподвижной ^{13.} точки C спала подыматься въ верхъ, и на послѣдокъ, пришедши на мѣсто CV , остановилась. Но какъ опъ такого движенія рождается дуга EF и GH (§. 36.), которой центръ находится въ C , и при томъ извѣстно, что отъверсіе бываетъ или больше, или меньше, въ разсужденіи того, когда помянутая дуга также бываетъ меньше, или больше; того ради такая круга дуга и принята за мѣру угла, то есть: мѣра угла есть такая дуга, которая изъ верху угла между боками его, по изволенію взятымъ полупоперешникомъ описывается; и сколькихъ градусовъ будетъ помянутая дуга, столько оныхъ будетъ и мѣръ и уголъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 48. Изъ чего выводился слѣдующій вопросъ: можетъ ли уголъ называться ко-
Б 5
ли-



личесствомъ? Многіе утверждали, что углы къ количествамъ принадлежать не могутъ. На какъ уголъ увеличиться и уменьшиться можетъ, по тому что опверсите больше и меньше бываетъ (§. 47.); въ углахъ можемъ раздѣлять часпи, и изъ двухъ данныхъ узнать, копорой изъ нихъ больше: по, безъ всякаго сомнѣнія, углы между количесвами почипать должно, съ пою токмо опмѣною, что они особливой родъ количесва соспвляють, и по тому опмѣннымъ образомъ оные мѣрять должно.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XV.

Фиг. §. 49. Когда прямая линѣя CD споишѣ
 24. на другой прямой же линѣѣ AB такъ, что ни на копорую спорѣну не наклоняется: по она съ обѣихъ спорѣнъ углы CDA и CDV дѣлаешѣ равные, и каждой изъ равныхъ угловъ называется *прямой уголъ* (*angulus rectus*); а прямая линѣя CD , копорая на другой споишѣ такимъ образомъ, называется *перпендикулярная* (*perpendicularis*), или *отпѣсная* (*normalis*) линѣя. На противъ того, когда прямая линѣя CD на другую AB у-
 Фиг. падаея, будетъ клониться на одну спорѣну
 25. больше, нежели на другую: по въ такомъ случаѣ называется она *косая линѣя* (*linea obliqua*), на пр. DE .

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 50. *Острый уголъ* (angulus acutus) есть уголъ, коимъ меньше прямого, на пр. $\angle D B$. На противъ того *тупой уголъ* Фиг. 10. (angulus obtusus) есть уголъ, коимъ больше прямого, какъ $\angle A D E$. Острые и тупые углы имѣютъ общее званіе, то есть, вообще называются *косые углы* (anguli obliqui).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 51. Два, или многіе другіе такіе углы, какъ $\angle A D E$ и $\angle D E$, которые имѣютъ общій верхъ D и общій бокъ $D E$, называются *смежные углы* (anguli contigui). Фиг. 9.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 52. Углы $\angle C E B$ и $\angle D E B$, которые происходятъ, когда изъ точки E на прямой линіи $A B$ проведенъ одна линія $E D$, Фиг. 11. называются *противоположащіе углы* (anguli de-
inseps positi).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 53. *Углы на крестѣ*, или, *углы перпендикулярные* (anguli verticales) $\angle A E C$ и $\angle B E D$, Фиг. 11. также $\angle A E D$ и $\angle C E B$, суть тѣ, когда одного угла оба бока $A E$ и $E C$ находятся въ прямомъ положеніи противъ боковъ другого $E B$ и $E D$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 54. *Уголъ при окружности* (angulus ad peripheriam) есть $\angle B A D$, котораго верхъ A и Фиг. 12. бока $B A$ и $A D$ кончаться на окружности.

При-



ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. Уголъ при окружности называется также *уголъ въ отрѣзкѣ* (angulus in segmento); поелику оной между двумя хордами АВ и АD содержится, и споймѣ на дугѣ ВD (§. 42.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

§ 56. *Уголъ при центрѣ* (angulus ad centrum) есмь ВСD, котораго верхъ находится въ центрѣ круга С, а бока СВ и СD кончатся на окружности.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Поелику уголъ при центрѣ содержится между двумя полуперпендикулярами и споймѣ на дугѣ ВD; того ради мѣра такого угла будетъ помянутая дуга (§. 47.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 58. *Параллельныя, или равноотстоящія линіи* (lineae aequidistantes, siue parallelae) суть СF и АВ, которыя, будучи на одной плоскости, вездѣ имѣютъ одинакое между собою разстояніе, какъ далеко ни будутъ пропаянушы.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 59. Параллельныя линіи происходятъ изъ того, ежели прямая линія LQ будучи перпендикулярна къ прямой линіи АВ (§. 49.), чрезъ АВ будетъ двигаться всегда перпендикулярно; ибо въ такомъ случаѣ крайняя ея точка L опишетъ параллельную линію СF.

При-



ПРИБАВЛЕНИЕ I.

§. 60. Слѣдовательно разстояние между параллельными линіями должно разумѣть перпендикулярную линію къ параллельнымъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 61. Явствуетъ также и то, что параллельныя линіи, какъ далеко ни будутъ продолжены, никогда между собою не сойдутся.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 62. Сближающіяся линіи (*lineae coeunt- Фиг. 14.*
tes, siue convergentes) суть АВ и СD, ко-
 рые имѣютъ такое между собою взаимное
 наклоненное положеніе, что чѣмъ далѣе
 онѣ продолжаются, тѣмъ меньше другъ
 отъ друга отстоятъ. На противъ того съ
 другой стороны разсуждая о сближивающих-
 ся линіяхъ, тѣ самыя будутъ *расходящія-*
ся (divaricantes, siue divergentes); поелику онѣ
 съ той другой стороны чѣмъ далѣе про-
 должаются, тѣмъ больше другъ отъ друга
 отстоятъ. *Касательноюжъ (tangens) линіею Фиг. 12.*
 называется такая, которая на концѣ полу-
 поперешника споемъ перпендикулярно и
 нѣкопорою часпю прикасается къ кругу,
 на пр. ЕF.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 63. Изъ чего видно, что сближивающіяся линіи когданибудъ, шокмо могутъ соединиться между собою, а расходящіяся никогда. О.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 64. Треугольникъ (*triangulum*) вообще Фиг. 15. есть фигура плоская прямолинейная, прѣ-
ма боками окруженная. Или, преуголь-
никъ есть поверхность въ шрехъ прямыхъ
линейхъ содержащаяся, на пр. А В С.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 65. Происхожденіе преугольника на
данной плоскости всякъ себѣ легко вообра-
зить можетъ. Ибо, ежели концы А и С
двухъ прямыхъ линей А В и В С, уголъ
А В С составляющихъ, соединены будущъ
прямою линейю А С, произойдетъ изъ то-
го такая фигура, копорая называется пре-
угольникъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 66. Поелику въ преугольникахъ на-
ходящся стороны и углы; того ради въ
оныхъ ничего больше и не примѣчается,
какъ углы и стороны; и по тому раздѣ-
леніе преугольниковъ неопимѣнно отъ уг-
ловъ и боковъ зависить, и по нимъ одинъ
отъ другаго различать должно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 67. Такимъ образомъ, въ разсужде-
ній сторонъ, преугольникъ есть либо рап-
носторонный В А С (*triangulum aequilaterum, siue*
isopleurum), когда всѣ его стороны равны
Фиг. 16. между собою; либо рапноведренной, или рап-
новочной D E F (*triangulum aequicrurum, siue iso-*
sceles),

fceles), когда въ немъ два полько бока бу-
 дутъ равные; либо *разносторонний*, или не-
 равносторонний GHI (triangulum scalenum),
 когда въ немъ ни одного бока не будетъ
 равнаго другому, или, когда въ немъ всѣ
 три стороны будутъ между собою не рав-
 ные. Въ разсужденіи жъ угловъ, треуголь-
 никъ бываетъ либо *прямоугольной* (triangu-
 lum rectangulum, siue orthogonium), когда меж-
 ду углами его находится одинъ прямой у-
 голъ; либо *тупоугольной* (triangulum obtusan-
 gulum, siue amblygonium), ежели между угла-
 ми его будетъ одинъ уголъ тупой; либо
устроугольной (triangulum acutangulum, siue oxy-
 gonium), когда въ немъ будутъ всѣ три уг-
 ла острые. Въ прямоугольномъ треуголь-
 никѣ двѣ стороны СА и ВА, прямой у-
 голъ А составляющія, называются *катеты*
 (catheti), а сторона ВС, которая противо-
 полагается прямому углу, именуется *ипо-
 тенуза* (hypothenufa).

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXVI.

§. 68. *Четвероугольная*, или *четперосто-
 ронняя фигура* (figura quadrilatera) вообще
 есть поверхность, содержащаяся въ четы-
 рехъ сторонахъ. Когда жъ въ четверо-
 угольной фигурѣ, или въ четвероугольникѣ,
 будутъ четыре стороны равны и парал-
 лельны между собою, и всѣ углы прямые,
 тогда



тогда такой чепвероугольникъ называется

Фиг. 21. *квaдрaтъ* (*quadratum*), на пр. $ABCD$; а когда чепыре стороны хощя и равны и параллельны между собою, токмо углы, которые отъ сторонъ соспавляются, будутъ косые, тогда такая фигура именуется

Фиг. 22. *Ромбъ* (*rhombus*), какъ $ABCD$; естлижъ чепвероугольная фигура будетъ имѣть не всѣ стороны равныя, но токмо каждыя двѣ противоположенныя равныя и параллельныя и всѣ чепыре угла прямые, тогда она называется *прямоугольникъ*, или *продолговатый чепвероугольникъ* (*rectangulum*, *line oblongum*), на пр. $ABCD$; а когда та-

Фиг. 23. кой продолговатой чепвероугольникъ будетъ имѣть всѣ углы косые, тогда онъ называется *Ромбоидъ* (*rhomboides*), на пр.

Фиг. 24. $ABCD$. Всѣ чепвероугольныя фигуры, которыя имѣютъ противоположенныя бока параллельныя, называются *параллелограммы* (*parallelogramma*); прочіежъ чепвероугольники, не имѣющіе вышепомянутыхъ свойствъ, именуются *неправильные чепвероугольники*, или *Трапеции* (*Trapezia*), какъ $ABCD$. *Трапезоидомъ* же (*Trapezoides*) именуется такая чепверобочная фигура, которая имѣетъ два бока равныя и два не равныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 69. На противъ того тѣ фигуры, которыя имѣютъ больше чепырехъ сторонъ, по-

получаютъ названіе по числу оныхъ, въ копорыхъ онѣ заключаются. Такимъ образомъ поверхность содержащаяся въ пяти, въ шести, въ семи и больше сторонахъ, называется *пятиугольникомъ* (pentagonum), *шестиугольникомъ* (hexagonum) *семьюгольникомъ* (septagonum) и проч. Вообщежъ всѣ плоскія фигуры, имѣющія больше чепырехъ сторонъ, называются *многоугольными фигурами* (multilaterae figurae), или *многоугольниками* (polygona).

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXVIII.

§. 70. Всѣ фигуры, какъ *треугольники*, такъ и *четвероугольники* могутъ быть либо *правильные* (figurae regulares), когда въ нихъ всѣ стороны и всѣ углы будутъ равны между собою, либо *неправильные* (figurae irregulares), когда въ нихъ и стороны и углы будутъ не равные. Такимъ образомъ *равносторонний треугольникъ* есть фигура *правильная*; ибо въ немъ всѣ стороны равны между собою (§. 67.) всѣ углы также равны (§. 8.); *равнымъ образомъ* и *квадратъ* есть фигура *правильная*, по тому что въ немъ всѣ стороны равны между собою (§. 68), а углы всѣ *прямые*, и следовательно равны между собою (§. 49). *Шестиугольникъ* есть также фигура *правильная*, и проч.



ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 71. Во всякомъ чѣтвероугольникѣ, или многоугольникѣ, отъ угла А до угла Фиг. D проведенная прямая линія AD, назы-
23. вается *диагональная линія* (linea diagonalis, siue transversa, item diameter.)

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 72. Во всякой прямолинейной фигурѣ нижняя ея сторона называется *основаніемъ* фигуры (basis figurae).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 73. *Высота* фигуры (altitudo figurae) есть разстояніе, между верхомъ и основаніемъ ея умѣщающееся перпендикулярно; а *верхъ* (vertex) фигуры есть верхъ угла, коимъ противопологается основанію.

ТРЕБОВАНІЕ I.

§. 74. Отъ всякой точки ко всякой другой провести прямую линію.

ТРЕБОВАНІЕ II.

§. 75. Всякую прямую линію продолжить съ обѣихъ сторонъ.

ТРЕБОВАНІЕ III.

§. 76. Изъ всякаго центра и всякимъ расщвореніемъ описать кругъ.

АКСІОМА I.

§. 77. Ежели прямыя линіи и углы закрываютъ взаимно другъ друга: то они равны между собою; а ежели равны: то другъ друга взаимно закрываютъ.

Акси-

АКСІОМА II.

§. 78. Между двумя точками одна только прямая линія проведена быть можетъ, и двѣ прямыя линіи никакого транспаранса не заключающѣ.

АКСІОМА III.

§. 79. Одного круга полупоперешники всѣ между собою равны; а когда равныхъ по сему кругъ есть поперѣхность съ находящеюся въ немъ такою точкою, отъ которой къ окружности пропегенныя линіи радиусы между собою, и каждая, на окружности находящаяся точка, отъ средней въ радиомъ разстояніи находится.

АКСІОМА IV.

§. 80. Всѣ изъ верьху какого угла, на пр. А между боками его АВ и АС описываемыя дуги DE и ВС имѣющѣ одинакое содержаніе къ своимъ окружностямъ, шо есль, имѣющѣ одинакое число градусовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 81. Поелику величина угла А, по числу градусовъ такой дуги DE или ВС опредѣляется (§. 47.); того ради, для измѣренія угла все равно, большимъ ли, или малымъ полупоперешникомъ опищется помянутая дуга.



ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 82. Слѣдовашельно пятая часть большаго круга имѣетъ столько же градусовъ, сколько пятая часть и малаго; и такъ далѣе.

АКСІОМА V.

§. 83. Треугольники и фигуры, закрывающія взаимно другъ друга, равны между собою; а копорыя равны, тѣ другъ друга закрываютъ.

АКСІОМА VI.

§. 84. Ежели двѣ линіи, два угла, два треугольника, или двѣ фигуры одинакимъ образомъ производятся, или описываются, и то, чрезъ что онѣ производятся, или описываются, будетъ съ обѣихъ сторонъ подобное: то такія фигуры будутъ подобныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 85. Слѣдовашельно какъ всѣ почки, такъ и всѣ прямыя линіи между собою подобны; и кругъ производится, когда прямая линія около одной почки обернется (§. 36.): почему всѣ круги и ихъ окружности должны быть между собою подобны.

АКСІОМА VII.

§. 86. Когда два угла имѣютъ одинакую мѣру: то они равны между собою; а когда равны: то имѣютъ одинакую мѣру.

Акси-

АКСІОМА VIII.

§. 87. На всякой прямой линіи АВ, изъ всякаго на ней же взятаго центра на пр. С, можно описатьъ полукруга.

ПРИВЛЕЧЕНІЕ.

§. 88. Слѣдовательно углы, состоящіе въ полукружїи, всѣ вмѣстѣ, сколько ихъ ни будетъ, составляютъ 180 градусовъ; поелику цѣлой кругъ раздѣляется на 360 градусовъ (§. 38.)

АКСІОМА IX.

§. 89. Между двумя перпендикулярными линіями, которыя опускаются изъ одной параллельной линіи къ другой также параллельной, содержащаяся равныя части; поелику, онѣ въ такомъ случаѣ производятъ или квадраты, или продолговатой четвероугольникъ (§. 68.)

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 90. Прочія аксіомы тѣ же самыя въ Геометріи употребляются, о которыхъ въ Арифметикѣ упомянуто было (§. 29 и слѣд. Арифм.).

ГЛАВА ВТОРАЯ

О

Инструментахъ потребныхъ для черченія и межепанія, и о другихъ къ тому принадлежащихъ вещахъ.

ИНСТРУМЕНТЫ I.

§. 91. *Циркуль* (circinus) есть такой инструментъ, которой состоитъ изъ двухъ по-



жекѢ, которыя, посредствомѢ винта укрѢ-
пленнаго въ головкѢ, по изволенію много,
или мало, раздвигать можно.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 92. Сей инструментѢ дѢлается изѢ
твердой матеріи, а по большей часпи изѢ
мѢди; однакожѢ снизу ножки онаго на-
длежитѢ дѢлать спальныя и припомѢ ос-
пыря, чѢмѢ самые кончики сихѢ ножекѢ
имѢли совершенную оспропу. Но поелику
каждое раствореніе циркула представляетѢ
линію, о которой надлежитѢ думать такѢ,
будѢмѢ она между обоими его концами
проведена была, а оба конца линіи суть
почки (§. 17.): по явствуетѢ, что оба
конца циркульныхѢ ножекѢ по крайней воз-
можности сдѢланы бытъ должны такѢ суб-
тильны и остры, чѢмѢ оныя мѢмѢ бли-
же подходили къ настоящей почкѢ; по по-
му что она никакихѢ частей не имѢетѢ
(§. 14.). Одна ножка у циркула обыкновен-
но дѢлается такѢ, что спальную часть
вынять, и вмѢсто ея вставитѢ другую, и
циркуломѢ укрѢпитѢ можно, чѢмѢ она
не шаталась; такой циркулѢ обыкновенно
называется *треножной* (*circinus tripus*); вмѢ-
стожѢ вынятой спальной часпи вклады-

вается

вается карандашъ, тоненькія спальные губки съ чернилами, или пунктирное колесо, о которомъ ниже сего объявлено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 93. Но чѣмъ узнать, исправно ли какой циркулъ сдѣланъ, или нѣтъ; по повѣряется сіе такимъ образомъ: надлежитъ взять оной циркулъ двумя пальцами за оба конца такъ, чѣмъ головка висѣла внизъ, а попомъ оной сводить; и ежели во время сего своду чувствительнѣе будетъ, что онъ имѣетъ ходъ свой гладкой и плавной, и припомъ ни гдѣ не останавливается: то такой циркулъ почищается за исправно сдѣланной; а ежели найдется сему проотивное: то оной не годится. Сверхъ того примѣчать, когда циркулъ сведется, то обѣимъ ножкамъ должно сплестись влопъ между собою. Равнымъ образомъ и по не бесполезно знать, какъ употреблять циркулъ, то есть, надлежитъ брать его за головку двумя только пальцами, большимъ и указательнымъ, водить плавно и прижимать не крѣпко, чѣмъ не проколошь глубоко бумаги, или самого его не выпустить и не загнуть, когда имъ будешь водить по чему нибудь твердому.

ИНСТРУМЕНТЪ II.

§. 94. *Рейсфедеръ*, или чертежное перо, есть такой инструментъ, которой состои-



ипѢ изѢ одного черенка, и кѢ оному придѢланы внизу двѢ поненькія спальныя губки, копорыя шурупцомѢ по изволенію слаже или шуже, напустивши между оными не много чернилѢ кипайскихѢ, а не обыкновенныхѢ, по шому что опѢ сихѢ, по причинѢ находящагося вѢ нихѢ купороса, помянутыя спальныя губки скоро ржавѣютѢ и кропкими дѢлаются, сомкнувъ и шѢмѢ поненькія, или толсныя линѢи, проводить можно.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 95. Ежели кто намѢренѢ имѢть чистыя и поненькія линѢи: по вороновы перья, копорыя, для ихѢ швердосипи и жесткости, весьма шонко очинить можно, кѢ сему не мало способствуюшѢ.

ИНСТРУМЕНТЪ III.

§. 96. *Зубчатое колесо* есть такой инструментѢ, копорой состоипѢ изѢ укрѢпленнаго вѢ рукояпкѢ не большаго съ зубчиками колеса, копорымѢ, напустивши чернилѢ, можно водить по бумагѢ, опѢ чего назначаются пункты; и пакія пункшами изображенныя линѢи называются *пунктирныя линѢи*.

ИНСТРУМЕНТЪ IV.

§. 97. *ЛинѢйка, или прапѢло* (euthygrammum, sive regula,) есть такой инструментѢ, копорой

имѣетъ гладкую поверхность и обѣ стороны прямо и ровно проспирающіяся.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 98. Такая линѣйка дѣлается изъ твердаго дѣрева, или изъ слоновой кости, либо изъ слани, а не изъ серебра, или мѣди, по тому что сн оба металла мараютъ и чернятъ бумагу, какъ опытомъ дознано. То дерево, которое имѣетъ много жилъ, для сего не годится, по тому что оныя жилки скоро появляющіяся на опкосѣ, и во время проведенія линѣи перо зацѣпляется за оныя.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 99. Такую линѣйку, исправно ли она сдѣлана, можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: проводи по оной линѣйкѣ на бумагѣ линѣю, которая пусть будетъ АВ, потомъ обороти линѣйку по широтѣ ея другою стороною такъ, чтобъ сторона СД, находящаяся внизу, была въ верху, и примѣчай, имѣетъ ли линѣя АВ съ стороною АВ линѣйки, по которой она проведена была, совершенное сходство; ежели сие есть, то оная сторона линѣйки считается за исправно сдѣланную; а когда находится противное, то она не справедлива и не представляетъ никакой прямой линѣи. Равнымъ образомъ свидѣтельствуется и другая сторона линѣйки.



ИНСТРУМЕНТЪ V.

§. 100. *Простой оптисъ* (*pendulum simplex*) есть маленькой кусочикъ тяжелаго металла, на тоненькой ниточкѣ, или волоскѣ привѣшенной. На пр. ежели на одномъ концѣ шелковинки привязанъ будетъ маленькой свинцовой шарикъ, а другимъ концомъ шелковинка прицѣплена будетъ за крючекъ: то СР будетъ простой оптисъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 101. Когдажъ такой оптисъ понужденъ будетъ качаться, чшобъ по обѣимъ сторонамъ описывалъ не большія дуги: то движеніе его по дугамъ вмѣстѣ взятое, называется *размахъ*, или *качаніе* (*oscillatio*). О такихъ инструментахъ проспираниѣ доказывается въ Механикѣ.

ИНСТРУМЕНТЪ VI.

§. 102. Нѣже сего сказано будетъ, что прямая линія на полѣ означается чрезъ колья, и выпикашъ оныя надлежитъ вершично: то для показанія, не далеко ли опстоитъ колъ отъ вершичнаго положенія, служивъ слѣдующій инструментъ: должно имѣть четверугольную доску, прямою линіею раздѣленную пополамъ на двѣ равныя части, длиною въ футъ, или подолъ, а толщиною такую, чшобъ на боку можно было сдѣлать ложбинку, въ которую бы колья свободно входили могли. Изъ

по-

почки на плоскости должно описать дугу, и отъ того мѣста, гдѣ линія пересѣкаетъ дугу, раздѣливъ оную какъ въ шу, такъ и въ другую сторону на градусы. Сверхъ сего въ почкѣ на шпилькѣ надлежитъ привѣсить отвѣсъ. Такимъ образомъ, когда такая доска съ двухъ прошивныхъ между собою сторонъ къ вопкнутому колу приложится ложбиною, по отвѣсу видно будетъ, въ верпикальномъ ли колѣ находится положеніи, или сколько отстоитъ отъ онаго.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 103. Ежели кто въ постановленіи кольевъ въ верпикальное положеніе желаетъ наблюдать точность, то отъ сей точности можетъ удовлетворишь слѣдующимъ образомъ: долженъ имѣть четвероугольную, прямую пусную призму, у которой съ двухъ боковъ вставлена слюда; конецъ ея, которой выпикатъ должно, сколько возможно, долженъ быть таковъ, какіе будутъ у кольевъ, или нѣсколько поменьше. По бокамъ внутренней поверхности призмы, которые прошивополагаются слюдянымъ, должны проведены быть верпикальныя линіи, и внутри въ верху на тонкой шпилькѣ привязана гирька. Ежели призма надъ шѣмъ мѣстомъ, гдѣ колъ поставивъ

должно, приведена будетъ въ такое положеніе, чтобъ опѣсь въ призъмѣ, или затораживалъ вертикальныя на бокахъ линѣи, или съ обѣими висѣлъ параллельно, тогда призъму колошнѣ должно въ землю. Помомъ, ежели на мѣсто ея поставленъ будетъ простой колъ: то и онъ опѣ вертикальнаго положенія весьма мало, а иногда и ничего разсшривать не будетъ.

ИНСТРУМЕНТЪ VII.

§. 104. *Наугольникъ* (погма, sine gnomon) есть такой инструментъ, копорой составляющъ двѣ мѣдныя, или деревянныя линѣйки, соединенныя между собою подъ прямымъ угломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 105. Къ сему инструменту иногда привѣшивается съ одной стороны на ниточкѣ гирька, копорая, будучи приведена въ одинакое положеніе съ перпендикулярною линѣею, показываетъ горизонтальное положеніе основанія. О семъ въ Гидравликѣ пространнѣе доказано будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 106. Такой наугольникъ, исправно ли оной сдѣланъ, можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: по изволенію взятымъ распвореніемъ циркула опиши полкруга АСВ, и изъ обоихъ концовъ поперешника АВ проведи къ какойнибудь точкѣ скружности
пря-

прямая линѣи А С и В С; попомъ приложѣ
верхъ наугольника къ точкѣ С, и ежели
бока его точно лягутъ по шѣмъ обѣимъ
линѣямъ: то онъ исправенъ.

ИНСТРУМЕНТЪ VIII.

§. 107. *Параллелизмъ*, или *параллель*
(parallelismus) есть такой инструментъ, ко-
торой состоитъ изъ двухъ деревянныхъ
линѣекъ, которыя помощію бляшекъ раз-
двигаются, и вездѣ имѣютъ равное между
собою разстояніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 108. Для проведенія параллельныхъ
линѣй можно также употреблять такой
деревянной треугольникъ, у котораго сто-
роны прямо обрѣзаны, то есть: надле-
житъ оной приспавить къ линѣикѣ, и при-
ставя одною его стороною къ данной ли-
нѣѣ, передвигать внизъ или въ верхъ по ли-
нѣикѣ, которую должно держать крѣпко
рукою. Такимъ образомъ получится линѣя
Е F параллельна линѣѣ. Сей инструментъ
весьма надеженъ и употребляется по
большей части въ шѣ поры, когда много
параллельныхъ линѣй между собою близко
проводить надлежитъ.

ИНСТРУМЕНТЪ IX.

§. 109. *Маштабъ*, или *размѣръ* (scala
geometrica, sive instrumentum partium) есть мѣдная
дощечка, на которой Геометрическія мѣ-
ры,



ры, десятичное раздѣленіе имѣющія, представляющіяся въ меньшихъ линіяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 110. Масштабъ дѣлается двоякой: на одномъ изображаются сажени, фуры и дюймы, какъ фигура показывается; а на другомъ представляются только сажени и фуры, или фуры и дюймы, какъ значить въ фигурѣ.

ИНСТРУМЕНТЪ X.

§. 111. *Землемѣрная цѣпь* (catena metatoria) есть такой инструментъ, коимъ состоить изъ мѣдныхъ, или желѣзныхъ звеньевъ посредственной толщины, то есть, изъ мягкаго проволочнаго желѣза, или изъ мѣдной толстой проволоки, изъ которыхъ каждое звено длиною въ одинъ футъ, или въ половину фута, или въ половину аршина; а вся цѣпь составляетъ не болѣе, какъ пять сажень, которыя различены между собою приличными знаками, то есть, помѣнуемые звенья одно къ другому прикрѣпляются маленькими кольцами, чтобъ свободное движеніе имѣли, а для различія сажень дѣлаются побольше кольца, или прикрѣпленные бляшки.

ИНСТРУМЕНТЪ XI.

§. 112. *Квадрантъ* (quadrans) есть четверть круга, раздѣленная на 90 градусовъ и на малѣйшія шѣхъ часпи, имѣющая діоптры и гирьку, привѣшенную на ниточкѣ.

ИН-

ИНСТРУМЕНЪ XII.

§. 113. *Транспортиръ*, или *угасмѣръ*, (*transportatorium*) есть не что иное, какъ сдѣланное изъ серебра, мѣди, или изъ рогу полукружіе, которое всегда раздѣляется на 180 равныхъ градусовъ, и имѣетъ поперешникъ съ означеннымъ ясно на немъ центръ С.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 114. Поелику все равно, какимъ полупоперешникомъ ни будетъ описана окружность (§. 81. 85.); того ради и транспортиръ всякой, большой, или малой, для измѣренія угловъ способенъ, только чѣмъ исправно раздѣленъ былъ на равныя части. А что не принято дѣлать транспортиры на подобіе круга, то по тому, поелику никогда не случается вымѣривать такіе углы, которые бы больше 180 градусовъ были.

ИНСТРУМЕНЪ XIII.

§. 115. *Астролябія* (*astrolabium*) есть инструментъ, состоящій изъ мѣднаго круга, котораго окружность раздѣлена на 360 градусовъ, и каждой градусъ, ежели величина окружности позволяеши, раздѣляется на четыре, а иногда на шесть равныхъ частей. По сему въ первомъ случаѣ каждая часть будетъ въ себѣ содержать 15 минутъ, а въ другомъ 10 минутъ. По концамъ неподвижнаго попе-
ре-

решишка АВ, на которойнибудь сторонѣ дѣлаются гнѣзда, или мѣста для діоптрѣ, которыя вставляють и снимають можно. На другомѣ поперешникѣ, около центра движущемся, для другой подобной пары діоптрѣ, дѣлаются подобныя мѣста. Въ центрѣжѣ аспролябіи, для познанія странѣ свѣта, на подвижномѣ поперешникѣ при дѣлывается компасъ такимѣ образомъ, чтобъ и онѣ вмѣстѣ съ поперешникомѣ около центра обращаться и снятъ быть могъ. На прѣпьемѣ поперешникѣ означается линія, которая бы чрезъ точку D, коей на окружности 90 градусовъ соотвѣтствуютъ, чрезъ центрѣ аспролябіи и чрезъ точку, гдѣ 360 градусовъ означены, проходила. Съ такимѣ приборомѣ кругъ кладется на прѣножную и раздвижную подставку, копорая въ верху имѣетъ яблоко, чтобъ плоскость аспролябіи во всякое положеніе приводить можно было. Внизу подъ яблокомѣ противъ самаго центра Аспролябіи привѣшивается на нипочкѣ опѣтѣсъ, копорой бы показывалъ на земли точку, надъ копорою центрѣ аспролябіи стоялъ долженъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 116. Чтобъ каждой градусъ круга на шесть частей, или болѣе дѣлить не нужно было:

было: то къ концу поперешника, на которомъ движущіяся діоптры находящіяся, придѣлывается дуга, которая бы на окружности аспролябіи занимала дугу 11 градусовъ, а сама бы раздѣлена была на 12 равныхъ частей. Сей способъ мѣрянь и дѣлинь углы называется *ноней* отъ изобрѣтателя, которому имя было Ноній. Помощію сей дуги, уголъ точно можно вымѣрять даже до 5 минутъ, безъ всякаго дѣленія градусовъ на части. Причину такой точности и употребленіе лучше можно показать на самомъ дѣлѣ, нежели изъяснить словами.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 117. О діоптрахъ надлежитъ примѣчать слѣдующее: 1) чтобъ линія чрезъ волосокъ одной діоптры и узинькую скважину другой проведенная чрезъ самой центръ аспролябіи проходила; 2) глазомъ смотрѣть должно сквозь діоптру, въ которой находится узинькая скважина; 3) въ одной діоптрѣ, въ которой находится вертикальной волосокъ, протягивается другой къ прежнему подъ прямымъ угломъ, то есть, горизонтальной; а въ другой діоптрѣ противъ самой точки, гдѣ волоски себя пересѣкають, дѣлается иногда маленькой кружечикъ. Сіе не мало служить можетъ въ



почности измѣряемыхъ угловъ; для большей же вѣрности и способности, вмѣстѣ діоптръ, придѣлывающія иногда зрительныя трубки.

ИНСТРУМЕНТЪ XIV.

§. 118. *Столикъ* (*menfula*) есть такой инструментъ, которой дѣлается изъ дерева, фигурую чепвероугольной, а толщиною не болѣе, какъ въ полшара фуза. Утверждается также на шреножной и роздвижной подставкѣ, въ верху имѣющей яблоко, чтобъ плоскость столика въ положеніе съ горизонтомъ параллельное и вертикальное приводить можно было. Изобрѣшеніе такого столика ІО. Препоріо приписываетъ Дан. Швенперъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 119. При такомъ столикѣ, чтобъ линіи усмотрѣннымъ на полѣ соотвѣтствующія проводить на немъ можно было, должна быть линійка деревянная, или мѣдная съ діоптрами, которыя по концамъ оной линійки придѣлываются.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 120. О другихъ же инструментахъ кто больше знаетъ желаетъ, тотъ долженъ читать особливую книгу Николая Біона о Математическихъ инструментахъ, издан. на Французскомъ языкѣ въ Парижѣ 1709. году. Сія книга съ Французскаго

языка на НѢмецкой переведена съ изрядными дополненіями сл. Доппельмаіеромъ, и издана въ Нормбергѣ 1713, 1717 и 1723 год.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 121. НужныяжѢ для черченія вещи сущь: самыя хорошія жидкія чернила и карандашѢ, Китайскія чернила, называемыя *туша*, гораздо лучше употребляющіяся, по тому что оныя не такѢ разѢдающѢ спальныя губки въ чертежномѢ перѢ. Карандаши шѢ почитаются за лучшіе, какѢ черные, такѢ и красные, копорые не нозреваютъ, но плотны, для того, что нозреватые скоро ломаются. ПрипомѢ знашь должно, что и шомѢ карандашѢ почитается за хорошей, копорой не такѢ скоро можно спереть съ бумаги, къ чему черные карандаши по большей части бывающѢ способѢйшими. ЧшожѢ касается до красокѢ нужныхѢ для иллюминированія плановѢ, то перебующія слѢдующія: 1) *КарминѢ*, 2) *ГуммигутѢ*, 3) *Яръ Венецейская*, 4) *ИндигѢ*, или *крутикѢ* синяя краска, или вмѢсто того *лазорѢ Берлинская*, 5) *РистринѢ*, 6) *лучшій ваканѢ*, 7) для варенія яри Венецейской, *креморѢ тартари*, 8) для скрѢпленія [красокѢ, *камедѢ*, а за нужду и сахарѢ.



ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 122. При иллюминированіи плановъ вообще наблюдать должно слѣдующее:

1) Чѣмъ грунтъ въ планахъ, или что нибудь такое не покрывашъ густо краскою, но всегда, жидко разведши оную, надлежитъ иллюминовать. Ежелижъ нарочно требуется будетъ, чѣмъ прикрыто было густо: то и въ такомъ случаѣ лучше повторять нѣсколько разъ иллюминированіе, нежели вдругъ покрывашъ густо.

2) Покрывая каждую фигуру краскою, не давая одному мѣсту высыхать, но стараясь о томъ, чѣмъ сколько можно, всѣ мѣста въ оной вдругъ покрываемы были; ибо опъ перемѣшки можетъ сдѣлаться въ цвѣтахъ опмѣнности. Ежелижъ какое мѣсто на планѣ будетъ требовать покрыванія краскою два раза: то покрывъ оное въ первой разъ, дать ему просохнуть, а потомъ какъ уже гораздо просохнетъ, покрывашъ въ другой разъ.

3) Означать на планѣ шѣнь не такъ, какъ маляры обыкновенно дѣлаютъ изъ той же краски, но сперва должно назначить оную тушею, а потомъ покрывъ какоюнибудь шокмо приличною краскою, чрезъ что цвѣтъ той шѣни будетъ казаться темнѣйшій.

4) Межи разныхъ владѣній и дачъ надлежитъ опличать разными красками, а особливо лѣсъ должно означать зеленою краскою; пашню и дороги земляною, а по нѣкопрымъ мѣстамъ зеленою; рѣки и воду вареною ярью, а берега ихъ лазорью, или индигомъ; луга зеленою, а болоша, по разности видовъ, зеленою и синею краскою, смѣшенною съ жидкою разведенною пушею; спроеія каменные карминомъ, а деревянные гуммигушомъ, смѣшеннымъ съ карминомъ, и весьма малою долею пуши; горы, пригорки, буераки, и тому подобныя мѣста земляною; однимъ словомъ: всѣ мѣста съ надлежащими, по расположенію въ натурѣ земли, оппущевками иллюминующся. Впрочемъ кпо о семъ, какія краски потребны для иллюминованія плановъ и назначиванія мѣстъ, и о прочемъ больше знашь желаетъ, тошъ долженъ чипать книжку, называемую *краткое Математическое изъясненіе землемѣрія межепаго*, издан. на Россійскомъ языкѣ 1757 года.

ГЛАВА ТРЕТІЯ

О

Свойствахъ линій, угловъ и треугольниковъ.

ЗАДАЧА I.

§. 123.

Провести прямую линію опъ данной точки А къ точкѣ В.

Ф. I.

Г 3

Рѣ.

РѢШЕНІЕ

I. *На бумагѣ.* Прямая линѣя проводится по линѣйкѣ (§. 97.), которая кладется на данныя точки, или обыкновеннымъ перомъ, или карандашомъ, или рейсфедеромъ (§. 94.), или наконецъ воронимъ перомъ.

II. *На деревѣ, или на камнѣ* прямая линѣя назначается помощію веревки, или шнура, наперстаго мѣломъ, которой отъ одной точки до другой крѣпко натянувъ, и взявъ по срединѣ, должно приподнять въ верхъ, и попомъ опять опустить: по такой снурокъ ударившійся о дерево, или о камень, сдѣлаетъ слѣдъ, которой будетъ требуемая линѣя.

III. *На полѣ* проводить линѣю нѣсколько трудно. Положимъ, что отъ точки А къ точкѣ В должно провести прямую линѣю. Для сего дѣйствія надлежитъ имѣть нѣсколько легкихъ прямыхъ, равныхъ и съ одного конца обостренныхъ, или обитыхъ желѣзомъ колышковъ, чтобъ способно было втыкать оныя въ землю, подолъ роспу человѣческаго, когда на гладкомъ и не очень горбатымъ мѣстѣ должно проводить прямую линѣю; въ противномъ же случаѣ высота нѣкоторыхъ колеѣвъ должна быть по состоянію мѣста. Вколовъ въ почкахъ А и В по колу вертикально, помощію вышепоказанныхъ инструментовъ:

спрументовъ (§. 100, 102, 103), надлежитъ между ими въ почкахъ С, D, E, и проч. въ небольшомъ одинъ опъ другаго разстоянїи, на пр. въ 30, или въ 40 саженьхъ, выпыкають другїе, такъ чтобъ изъ за каждаго кола не видно было другихъ, или когда чрезъ колъ А и В посмотришь, то бы ни одинъ изъ среднихъ кольевъ ни на которую спорону не выдавался. Такимъ образомъ по почкамъ А. С. D. E. В. поставленные кольца будутъ означать прямую линїю.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 124. Ежели разстоянїе не велико, и поверхность будетъ гладкая: то довольно въ крайнихъ только почкахъ воткнувъ по колу, и веревку на шугу протянуть опъ одной почки до другой, которая будетъ означать также прямую линїю.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 125. Предложенный выше сего способъ (§. 122.) хотя точный есть и дѣлствительный, но медлителенъ нѣсколько будетъ въ такомъ случаѣ, когда прямую линїю должно протянуть на нѣсколько верстъ. Для сего съ не малымъ успѣхомъ употребляются мишени, а именно, на четверугольной мѣдной, или деревянной дощечкѣ по концамъ придѣлываются подъ прямыми углами маленькія дощечки, изъ которыхъ на одной въ срединѣ дѣлается



узинькая скважина, а на другой первой противоположащая поширѣ, и по самой срединѣ пропятавается волосокѣ. Помощію сего инструмента на нѣсколькихъ верстахъ можно назначать прямую линію слѣдующимъ образомъ: положимъ, что оиѣ почки А кѣ почкѣ В должно назначить прямую линію. Надъ почкою А поставь на ножкѣ мишени, а почку В означь вертикальнымъ коломъ, или другимъ какимъ знакомъ; попомъ мишени приведши въ такое положеніе, чтобъ знакъ въ почкѣ В поставленный, волосокъ въ мишени и глазъ были въ одной прямой линіѣ, укрѣпи конецъ веревки, или шнура въ почкѣ А, и смотря самъ сквозь мишени на знакъ В С, прикажи другому крѣпко натянуть веревку, и ищи прямо на знакъ В С, и веревку тащи за собою по земли. Когдажъ смотря сквозь діоптры примѣпишь, что идущій съ веревкою человекъ на которую нибудь сторону отдалаясь началъ, то дай знакъ, въ которую сторону подашься ему должно, чтобъ пойти на линію зрѣнія. Такимъ образомъ, когда человекъ, тянувъ за собою веревку, дойдетъ до показаннаго знака: то веревка означитъ прямую линію. Въспомогательной можно также употреблять и зрительныя трубки, о

которыхъ въ Опшикѣ пространствѣ упоми-
нается.

ЗАДАЧА II.

§. 126. Вымѣряешь прямую линію.

РѢШЕНІЕ

I. *На бумагѣ*: прямая линія на пр. Z X Фиг. 27.
вымѣряется слѣдующимъ образомъ: поставь
одну ножку циркула (§. 91.) на точку X,
а другую раздвинь до точки Z; потомъ,
смотря по длинѣ линіи, одну ножку цир-
кула поставь на линію FH, или EG, и
смотри, гдѣ другая ножка циркула упа-
детъ. Положимъ, что одна ножка цирку-
ла поставлена на FH, а другая упала на
точку мѣстѣ, гдѣ пересѣкаютъ себя линіи
d 3 и d 4: то линія ZX будетъ значить
2°, 3', 4". Или, смѣривъ данную линію
циркуломъ, и не перемѣняя сего распыо-
ренія, поставь одну его ножку въ началѣ
сажени, на пр. въ 10, и смотри, сколько
футовъ другая ножка опрѣжетъ, на пр. 5.
Такимъ образомъ линія АВ будетъ 1°, 5'.

II. *На полѣ*. Ежели поверхность земли
будетъ ровная и не очень горбата: то для
измѣренія употребляется веревка, или зе-
млемѣрная цѣпь (§. 111.) слѣдующимъ о-
бразомъ: на обоихъ концахъ измѣряемаго
расстоянія воткни по колу, и ежели зем-
лемѣрная цѣпь не будетъ столько длинна,
какъ все измѣряемое расстояние: то меж-



ду шѣми двумя кольями вопкни еще одинъ колъ, или болѣе, такъ какъ выше показано (§. 123. пунктъ 3.); попомъ переноси шнуръ, или цѣпь съ мѣсна на мѣсто до шѣхъ поръ, пока не вымѣряно будетъ все назначенное разстояніе. Такимъ образомъ записанное число, сколько разъ длина веревки, или цѣпи, раздѣленной на сажени, фуфы, переносились съ одного мѣсна на другое, покажетъ, сколь велико разстояніе. Ежелижъ поверхъносность земли будетъ горбапа: то данное разстояніе вѣриѣ вымѣряешь можно, когда линѣя назначится вершикальными кольями, и веревку, или землемѣрную цѣпь по шѣмъ кольямъ пропянешь такъ, чѣобъ концы ея не только съ крайними, но и съ средними кольями дѣлали углы прямые; но поелику ни веревку, ни цѣпь не можно такъ натянуть, чѣобъ вся она была въ горизонтальномъ положеніи: то, для опвращенія сего недостатка, должно имѣть легонькія развилинки, копорыя между кольями спавяются, и по онымъ веревка, или цѣпь пропягивается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 127. Поелику землемѣрная цѣпь имѣетъ ту неспособность, что оную носить съ собою трудно и тяжело, и притомъ

пѣмъ она не хорошо распягивается; веревкажъ опѣ мокрошы короче, а вѣ сухую погоду длиннѣе спановишся; того ради, вмѣсто веревки, или цѣпи, употребляющся шеспики, длиною вѣ двѣ, или при сажени, которые всегда на землѣ прямо, и одинѣ подлѣ другаго плотно клася надлежишѣ; а когда однимѣ такимѣ шеспикомѣ чпонибудѣ вымѣривается, тогда и полщина онаго соединяется сѣ мѣрою, которую особливо считашѣ должно; или сдѣлашѣ его сполько короче надлежащей мѣры, сколь онѣ полспѣ, и пошѣмъ имѣ вымѣряшѣ. Всякой такой шеспикѣ по обоимѣ концамѣ надлежишѣ обивашѣ желѣзными кольцами, чпобѣ онѣ всегда вѣ надлежащей своей длинѣ оспавался. Можетѣ употребляема бышѣ для измѣренія и пеньковая веревка, еспѣли она будетѣ крученая, выварена вѣ горячемѣ маслѣ, по высушеніи сквозѣ располненной воскѣ продернется, и сверхѣ того крѣпкимѣ воскомѣ вкругѣ навощипся. Ибо Швеншерѣ вѣ Прак. своей Геом. на спран. 382. убѣряешѣ, чпо такимѣ образомѣ изготовленная веревка, хопя на цѣлой день будетѣ положена вѣ воду, не убудетѣ сполько, чпобѣ было чувспивительно.



ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 128. Естьлижъ большей нужды нѣтъ , чтобъ въ измѣреніи шагъ строго поступать надлежало : то вымѣряется данное разстояніе на полъ одними только шагами ; ибо Геометрической шагъ имѣетъ всегда постоянную и опредѣленную длину , а именно : пять ренскихъ футовъ ; обыкновенной же шагъ содержитъ въ себѣ $1\frac{1}{2}$ Франц. фут. а нѣкоторые въ обыкновенномъ шагъ счищаютъ 2 , или 3 фут. Но чтобъ въ исчисленіи не ошибиться : то дѣлаются на то особливые инструменшы , которые на себя вѣшаютъ шагъ , что одинъ конецъ такого инструмента опускается внизъ и привязывается сверхъ колѣна , отъ чего на инструмента придѣланная указка отъ одного раздѣленія переходитъ къ другому , какъ часто колѣно , во время шаганія , нагибается . Такіе инструменшы называются *шритцелеръ* , или *шаговые числители* . Найдены также еще и такія машины , которыя къ колесамъ шелѣги , или коляски привѣшиваются , и по онымъ всегда помощію нѣсколькихъ указокъ узнать можно , сколько разъ колесо въ какое время обернулось . Къ сему также принадлежитъ *мѣрительное колесо* , которое одинъ человекъ капришь можетъ , и также , помощію

нѣ-

нѣкоторыхъ указокъ, усмотрѣвъ можно, сколько разъ оное колесо обернулось. Сей послѣдній способъ особливо тогда бываетъ тоденъ, когда должно вымѣрять какое нибудь большое разстояніе. Впрочемъ всѣ задачи, случающіяся на полѣ, для лучшаго пониманія и упражненія, можно рѣшивъ на гладкомъ и ровномъ сполѣ большими иглами, нитками и транспортиромъ, о которомъ уже объявлено (§. 113.).

ТЕОРЕМА I.

§. 129. Мѣра прямого угла, на пр. ACD , Фиг. 18. есть четверть круга.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линія CD на другой AB поставлена перпендикулярно: то она ни на которую сторону не наклоняется, но съ обѣихъ сторонъ углы ACD и DCB дѣлаетъ равные и прямые (§. 49.); на линіи же AB , изъ взятаго на ней же центра C , можно описать полукруга (§. 87.); и по тому обѣихъ угловъ ACD и DCB мѣрою будетъ полукруга (§. 47.). Но какъ они равны между собою; то каждого изъ нихъ порознь мѣрою будетъ половинная часть полукруга, то есть, четверть круга. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 130. Когда четверть круга содержитъ въ себѣ 90. град. (§. 38.): то и прямого угла мѣрою будетъ 90. град. (§. 47. 81.). При-

П Р И Б А В Л Е Н И Е 2.

§. 131. Слѣдовательно всѣ прямые углы равны между собою (§. 86.); и всякой уголъ, равной прямому, есть также самъ прямой.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 3.

§. 132. Чего ради острой уголъ меньше, а тупой больше, нежели 90. град. (§. 50.).

Т Е О Р Е М А II.

Фиг.
29.

§. 133. Смежные два угла ACD и DCB , или x и o , которые опъ линѣи DC , проведенной изъ взятой по изволению точки C на линѣи AB , происходящъ, оба вмѣстѣ равны двумъ прямымъ угламъ.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Поелику на линѣи AB , изъ взятаго на ней же центра, на пр. C , можно описать полкруга (§. 87.); того ради обоихъ угловъ x и o мѣра будетъ полкруга $AD + DB$ (§. 47.); а полкруга содержишь въ себѣ 180 град. (§. 38.); слѣдовательно оба такіе углы равны двумъ прямымъ угламъ, то есть, 180° (§. 88.). ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 1.

§. 134. Ежели изъ такихъ угловъ одинъ прямой: то будетъ и другой также прямой; а когда они оба равны между собою: то каждой изъ нихъ долженъ быть прямой. Напрошивъ того ежели одинъ изъ нихъ острой: то другой будетъ тупой.

При-

П Р И В А В Л Е Н І Е 2.

§. 135. Когда два такіе угла дѣлаютъ 180 град. то, ежели ихъ и больше будетъ, всѣ вмѣстѣ должны составлять то же число градусовъ, по тому что какъ два угла, такъ и больше могутъ умѣститься въ полукругѣ.

П Р И В А В Л Е Н І Е 3.

§. 136. И такъ, ежели изъ такихъ двухъ угловъ одинъ данъ, будетъ извѣстенъ и другой: ибо надлежитъ только данной уголъ вычесть изъ 180. град. то получившися другой; на пр. положимъ, что уголъ D C B данъ въ 33 град. то уголъ A C D будетъ въ 147 град. Ежелижъ уголъ D C B положили въ 55 град. 27 мин. то уголъ A C D будетъ въ 124 град. 33 мин. Ежели бы на полѣ надлежало вымѣрять шупой уголъ A C D, а сего бы дѣйствительно учинить не можно было, либо за препятствіемъ нѣкоторыхъ обстоятельствъ находящихся на томъ мѣстѣ, либо, что иногда не рѣдко случается, для измѣренія упомянутаго угла, вмѣсто аспролябии (§. 115.) когда ея нѣтъ, по нуждѣ употребляется квадрантъ (§. 112), которымъ, поелику онъ раздѣленъ только на 90 град. никакого шупаго угла вымѣрять не можно, потому что шупой уголъ имѣетъ больше, нежели 90 град. (§. 132.): то въ такомъ слу-



случаѢ должно только продолжитъ линію АС, и потомъ вымѣряти уголъ ВСВ; ибо, когда первой данной естъ шупой, другой всегда будетъ острой (§. 134); и такъ можно будетъ оной вымѣряти однимъ только квадрантомъ, и найденное число градусовъ надлежитъ попомъ вычестъ изъ 180 град. то получится подлинная величина искомаго шупаго угла АСD.

ТЕОРЕМА III.

Фиг.
II.

§. 137. Когда линія АВ пересѣчетъ другую СD въ точкѢ Е: то происшедшіе изъ того вершикальные углы х и о, также у и е будутъ равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $x + y = 180$ град. и $y + o = 180$ град. (§. 133.); того ради $x + y = y + o$ (§. 32. Ариѳ.). Но опъ равныхъ опнявъ по равному, какъ здѣсь по углу у, останется равное $x = o$ (§. 36. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается что $y = e$. ч. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 138. Чего ради на полѢ, или гдѢ бы ни случилось, вмѣсто угла х, ежели къ нему не лзя подойти, можно вымѣряти вершикальной его уголъ о, которой нашедши, будетъ извѣстенъ и помянутой уголъ х, по тому что равное вмѣсто равнаго пріняти можно (§. 31. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА IV.

§. 139. Углы x, y, o, E и проч. около од-Фиг.
ной средней точки E находящіяся, всѣ^{11.}
вмѣстѣ равняются чепыремъ прямымъ у-
гламъ, или 360 град.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику изъ точки E , какъ изъ центра,
распвореніемъ $ЕС$, можно описать кругъ
(§. 36.), и въ точкѣ E находится общій
верхъ всѣхъ произшедшихъ угловъ (§. 44);
того ради содержащіяся между каждымъ
двумя боками дуги, на пр. $ДВ$, $ВС$, $СА$,
 $АД$, будутъ мѣрою шѣхъ угловъ (§. 47.).
Но какъ всѣ сіи дуги, вмѣстѣ взятыя, про-
изводятъ окружность цѣлаго круга, или
360 град. (§. 38.), и цѣлой кругъ есть мѣ-
ра чепырехъ прямыхъ угловъ (§. 129.); слѣ-
довательно и сумма всѣхъ такихъ угловъ
будетъ равна чепыремъ прямымъ угламъ
(§. 86.) ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 140. Хотя опѣ проведенныхъ изъ Фиг.
точки C линій $СА$, $СВ$, $СД$, $СЕ$, прои-зо.
сходятъ при только угла, а именно $АСВ$,
 $ВСД$ и $ДСЕ$; однако должно понимать,
что въ самой вещи происходятъ чепыре
угла. Ибо и пространство $ЕСА$, снаружи
взяное, есть также уголъ, котораго мѣ-
ра есть дуга $ЕНГ$. Такой уголъ хотя и
не часто случается; однако должно знать,

Д

НО



по тому, что оной имѣетъ особое названіе, а именно называется *уголъ горбатой* (*angulus gibbus*), и содержитъ въ себѣ больше 180° . Почему и вымѣрять его нельзя транспортиромъ; а пособить сему можно только такимъ образомъ: вымѣрять внутри взятой уголъ ECA , и найденные его градусы и минуты вычитать изъ 360° : то останется величина помянутого угла. На пр. уголъ ECA есть 108° и $11'$: то сие число вычитши изъ 360° , или изъ 359° и $60'$, остатокъ 251° и $49'$ будетъ величина горбатого угла FHG .

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 141. Въ практической Геометріи по большей части вымѣряются такіе углы, которые находясь или на горизонтальной плоскости; того ради, когда уголъ должно вымѣрять на горизонтальной плоскости: то плоскость Астролябии должно привести въ горизонтальное положеніе, и сверхъ того наблюдать то, чтобъ центръ Астролябии прямо стоялъ противъ точки, на земли вертикальнымъ коломъ означенной. И поелику опъ помянутыхъ наблюдений зависитъ точность въ сниманіи плановъ; того ради не бесполезно будетъ сообщить здѣсь слѣдующія задачи.

ЗАДАЧА III.

§. 142. Поставить сподикъ, или Аспро-^{Фиг. 31.}лябю такимъ образомъ, чтобъ центръ сподика, или Аспроляби соотвѣтствовалъ точкѣ, назначенной на поверхности земли.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что означенная на поверхности земли точка будетъ Р: то надлежитъ сперва около точки Р полуперешникомъ, которой долженъ быть нѣсколько побольше, нежели полуперешникъ сподика, или Аспроляби, описать на поверхности земной кругъ А В С (§. 158.), и ножки сподика, или Аспроляби расположить по назначенной окружности: помѣмъ то одну, то другую ножку сподика, или Аспроляби втыкая глубже въ землю, надлежитъ смотрѣть, чтобъ гирька привѣшенная на нипочкѣ падала въ самую средину точки, на земли означенной вопкнутымъ коломъ; и если сие примѣчено будетъ: то считать, что центръ сподика, или Аспроляби точию соотвѣтствуетъ оной точкѣ.

ЗАДАЧА IV.

§. 143. Привести въ горизонтальное положеніе плоскость сподика, или Аспроляби.

РѢШЕНІЕ.

Для приведенія сподика, или Аспроляби въ горизонтальное положеніе, должно



имѣть стекляной призматической сосудъ, и поставя его сперва въ пристойномъ мѣстѣ на горизонтальную плоскость, налишь въ него водѣ, и кругомъ съ внѣшнихъ сторонъ по бокамъ означить поверхность ея; для способностижъ прибавляя водѣ можно дѣлать большее число подобныхъ, такъ бы сказать, вѣнцовъ; попомъ плоскость столика, или Аспролябіи приведши, сколько можно примѣняясь, въ горизонтальное положеніе, надлежитъ поставить упомянутой сосудъ съ водою на плоскость столика, или Аспролябіи, и смотря, сходствуетъ ли, или параллельна ли поверхность водѣ съ которымъ нибудь вѣнцомъ; и когда вода съ которымъ нибудь вѣнцомъ будетъ параллельна: то плоскость столика, или Аспролябіи будетъ дѣйствительно въ желаемомъ положеніи, или по крайней мѣрѣ на весьма малой уголъ отъ онаго состоятъ будетъ. А ежели поверхность водѣ ни съ которымъ вѣнцомъ не будетъ параллельна: то должно до тѣхъ поръ перемѣнять поменьшку положеніе плоскости, пока не будетъ приведено въ вышепомянутое положеніе.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 144. Такой инструментъ, помощію котораго столикъ, или Аспролябія приво-

дѣ-

дяпся въ горизонтальное положеніе, называется *патерпасъ* (*libella*). А чѣмъ способѣ можно было означить на немъ вѣнцы: то надлежитъ вставить его въ деревянной кубъ, и поставя на горизонтальную плоскость въ пристойномъ мѣстѣ, означить нѣсколько оныхъ. Такимъ образомъ употребленіе его будетъ способнѣе.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 145. Всѣ показанные способы, для приведенія споліка, или Аспролябіи въ надлежащее положеніе, съ не малымъ успѣхомъ можно употреблять только въ тихую погоду и при умѣренномъ вѣтрѣ. Но ежели вѣтръ будетъ жестокой: то никоимъ образомъ не можно избѣжать погрѣшностей въ измѣреніи; и для того въ такомъ случаѣ лучше шрудъ оставишь до другаго времени, нежели полагаться на ненадежныя и сомнительныя измѣренія.

ЗАДАЧА V.

§. 146. Вымѣрянь уголъ.

РѢЩЕНІЕ.

Когда мѣра угла, на пр. $\angle ACB$, есть не Фиг. что иное, какъ дуга DE , изъ центра C 32. проведенная между боками его AC и CB (§. 47.): то все дѣло состоитъ только въ томъ, чѣмъ опредѣлить число градусовъ, которые прилечествуютъ дугѣ DE ; что дѣлается слѣдующимъ образомъ:

Д 3

1.



І. На вумагѣ. Положи транспортирѣ на измѣряемой уголѣ такѣ, чтобѣ центрѣ его находился на самомѣ угла верьху С, а одинѣ бы его бокѣ ВС вполнѣ подлѣ полуперешника транспортира СЕ лежалѣ; попомѣ примѣчай, чрезѣ какой градусѣ другой бокѣ угла проходитѣ, что по означеннымѣ на ономѣ числамѣ легко узнать можно; и такимѣ образомѣ, безѣ всякой трудности, число градусовѣ измѣряемому углу опредѣлиши. Ибо по описанному транспортира положенію видѣти можно, ежели оной положиши на измѣряемой уголѣ: то то же самое разумѣти надлежитѣ, будтобы изѣ верьху онаго проведено полукружіе, и на 180 градусовѣ раздѣлено было. Но какѣ все равно, какимѣ бы полуперешникомѣ ни была описана окружность (§. 81.): то также и всякой транспортирѣ, большій или малый, для измѣренія угловѣ способенѣ, только бы исправно раздѣленѣ былѣ на градусы.

ІІ. На полѣ. Бока измѣряемаго угла означивѣ колыями перпендикулярно восткнувшими, и вѣ верьху онаго ушвердивѣ горизонтально шпикѣ (§. 143.), восткни на немѣ шпильку такѣ, чтобѣ она соотвѣстствовала точкѣ назначенной на земли; попомѣ, кѣ оной шпикѣ приложивѣ линійку съ діоптрами, наводи оныя по бокамѣ угла,

угла, означеннымъ кольями; а по линѣйкѣ на бумагѣ, которая должна быть на сподикѣ, почерпи карандашемъ линѣи: такимъ образомъ означися уголъ совѣмъ подобной измѣряемому, которой послѣ того надлежитъ вымѣрять транспиромъ, и извѣстна будетъ величина угла. Или, поставъ Аспролябію такъ, чтобъ центръ ея соотвѣтствовалъ точкѣ назначенной на земли, а плоскость ея была въ горизонтальномъ положеніи (§. 142. 143.), и обращая кругъ Аспролябіи, наведи неподвижныя діоптры на одинъ бокъ измѣряемаго угла, означенной кольями, а подвижныя на другой; число градусовъ и минутъ на окружности круга, считая отъ діоптры на одинъ бокъ наведенной до діоптры на другой бокъ также наведенной, покажетъ величину угла.

Есплижъ одинъ измѣряемаго угла бокъ на Фиг. пр. АС отъ плоскости въ верхъ поднимается: зз. то въ такомъ случаѣ, для измѣренія угла, употребляется краншъ (§. 112.), при которомъ находящіяся діоптры наведши на точку высоты А, ниточка съ привѣшенною на концѣ гирькою, на дугѣ квадранта В F, отсѣжетъ число градусовъ для измѣряемаго угла. Справедливость сего явствуетъ изъ слѣдующаго: уголъ GCF есть прямой; поелику чрезъ опытъ извѣстно, что гирька привѣшенная на ниточкѣ всегда



означаетъ перпендикулъ къ линѣ параллельной съ горизонтомъ, и уголъ DCE есть также прямой (§. 129.); того ради $GCE = DCE$ (§. 131.). Припомъ, поелику линѣя DC столько отстоитъ отъ перпендикула CF, сколько линѣя CE отъ линѣи CG: то углы GCE и DCF будутъ равны между собою (§. 46.), и $ACB = GCE$ (§. 137.); слѣдовательно дуга DF есть мѣра угла ACB (§. 31. Арием.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 147. Кто въ Практикѣ упражнялся, тому довольно извѣстно, сколь трудно сыскашь такой инструментъ, въ которомъ бы раздѣленіе окружности никакой погрѣшности не было подвержено; и для того не бесполезно будетъ всегда испытывать, вѣрно ли сдѣлано раздѣленіе. На сей конецъ Фиг. 31. надлежитъ выбрать при мѣста О, Р, Q, чшобъ изъ каждаго два прочія видны были, и въ нихъ поставитъ знаки; потомъ помощію инструмента горизонтально поставленнаго вымѣрять углы О, Р, Q; и ежели сумма ихъ будетъ 180° : то будетъ значить, что раздѣленіе окружности исправно сдѣлано. То же можно учинить, ежели вмѣсто треугольника употребленъ будетъ многоугольникъ, вымѣряя всѣ углы, на горизонтѣ находящіеся; и когда сумма всѣхъ ихъ будетъ 360° : то починая, что раз-

раздѣленіе вѣрно сдѣлано. Ежелижъ ошибка въ цѣлой окружности не будетъ превышать нѣсколько минути, на пр. 5', 6', или 8': то въ Практикѣ, при измѣреніи пашенъ, полей и въ сниманіи плановъ, такую погрѣшность, не поправляя измѣряемыхъ угловъ, можно оставить въ презрѣніи.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 148. Поелику въ Геометріи главнѣйшее дѣло состоишь въ познаніи преугольниковъ, которые суть началомъ всѣхъ прочихъ прямолинейныхъ фигуръ, заключающихся въ большемъ числѣ линій, нежели въ трехъ; того ради и начало полагается въ Геометріи отъ нихъ. А чпобъ попомъ удобнѣе можно было производить употребленіе въ изслѣдованіи свойствъ всѣхъ прочихъ находящихся въ оной поверхностяхей: то надлежитъ твердо знать слѣдующія предложенія, касающіяся до свойства преугольниковъ, по тому что оныя во всѣхъ прочихъ доказательствахъ имѣютъ великую пользу.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 149. Сходственными фигурами (*congruae figurae*) называются тѣ, изъ которыхъ одна, на другую будучи взаимно положена, вся всю закрываетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 150. Такое сходство фигуръ пребуесть совершеннаго равенства оныхъ, какъ въ цѣломъ видѣ, такъ и по частямъ. Ибо, естли о какихъ фигурахъ доказано, что онѣ сходствуютъ между собою, то онѣ должны быть равны между собою.

ТЕОРЕМА V.

Фиг. 34. §. 151. Ежели два преугольника АВС и аbс будутъ имѣть по два бока равные, и по одному углу равному, между тѣми боками заключающемуся, т. е, $AC = ac$, $BC = bc$ и $C = c$: то безъ сомнѣнія оба такіе преугольники и въ прочихъ частяхъ будутъ равны между собою; то естъ, будетъ $AB = ab$, $A = a$ и $B = b$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Для лучшаго изъясненія сей теоремы, надлежитъ представить въ умѣ, будтобы одинъ преугольникъ АВС на другой аbс положенъ былъ такимъ образомъ, что точка С на точку с, и линія СА на линію са упала: то, поелику $CA = ca$ по положенію, точка А придетъ на точку а (§. 149.); а поелику $C = c$ по положенію: то и линіи СВ должно точно лежать на линіи сb, и В точкѣ упасть на точку b, по тому что обѣ сии линіи СВ и сb по положенію равны между собою. Но поелику между двумя данными точками А и а, В и b, изъ ко-
рыхъ

рыхъ одна на другой лежитъ, не больше, какъ одна прямая линѣя АВ, или аb, проведена бытъ можешъ (§. 78.): по необходимо надлежитъ бытъ линѣѣ АВ = аb, по тому что линѣя АВ будучи положена на аb, закроетъ оную; а линѣи закрывающія другъ друга равны между собою (§. 83. и 150.); слѣдовательно оба такіе треугольники во всѣхъ прочихъ своихъ частяхъ сходствуютъ между собою; по есть будетъ $A = a$, $B = b$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 152. Если два треугольника АВС и ^{Фиг. 35.} аbс будутъ имѣть по одному боку равному и по два угла равныхъ, при одномъ и томъ же бокѣ находящихся, на пр. $A = a$, $B = b$ и $AB = ab$: то безъ сомнѣнія оба такіе треугольники и въ прочихъ своихъ частяхъ будутъ равны между собою; по есть, будетъ $AC = ac$, $BC = bc$ и $C = c$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что сему спастся не возможно, но будио линѣя АС, когда АВ положится на аb, есть меньше линѣи ас, и простирается только до D, то проведемъ линѣю Db, и тогда уголъ аbD долженъ быть равенъ углу $ABC = abc$. Но видно, что какъ только точка D хотя мало подвинется къ точкѣ а: то уголъ аbD въ тожъ самое время будетъ меньше угла abc,



и того ради никоимъ образомъ не можно
быть имъ равнымъ; чего ради, когда по-
ложимъ, что АС меньше ас, то слѣдуетъ
изъ того невозможное дѣло; почему АС
и не можетъ быть меньше ас. То же са-
мое слѣдуетъ, когда положимъ, что АС
больше, нежели ас: того ради надлежитъ,
чтобъ бокъ АС былъ равенъ боку ас; а ко-
гда $АС = ас$, то должно и прочимъ частямъ
въ обоихъ треугольникахъ быть равнымъ
между собою; то есть, $ВС = вс$ и $С = с$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА VII.

§. 153. Если два треугольника АВС и
Фиг. 30. abc будутъ имѣть по при бока равные, на
пр. $AB = ab$, $BC = bc$ и $AC = ac$: то безъ
сомнѣнія оба такіе треугольники въ цѣ-
ломъ видѣ и въ прочихъ своихъ частяхъ
будутъ равны между собою; то есть, бу-
дутъ $A = a$, $B = b$ и $C = c$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Должно также представить въ умѣ,
будтобы линія АВ положена была на ли-
нію ab , и поелику онѣ равны между со-
бою, то одна другую совершенно закроетъ
(§ 150.). Потомъ если изъ точекъ a и b ,
такъ какъ изъ центровъ, начертаны двѣ
дуги DE и GF, то видно, что для взаим-
наго равенства линій АС и ас, такожь ВС
и вс, при положеніи сихъ треугольниковъ
одного на другой, линія АС на нѣкошорую

по-

почку дуги DE , а линѣя BC на нѣкопуюжѣ почку дуги FG упасѣь должна (§. 77.); и ежелибы почка C линѣи AC на D , а почка C линѣи BC на G упала, то бы слѣдовало по сему, что треугольникъ ABC въ почкѣ C не замыкается. Но поелику одной въ семѣ мѣстѣ заключается, то должно почкамъ D и G упасѣь на одну почку C , которая обѣимъ дугамъ DE и FG есть общая, гдѣ обѣ линѣи AC и ac , таже BC и bc прежнюю свою длину удерживающѣ, и вмѣстѣ въ C смыкаются; почему оба такіе треугольники, взаимно другъ на друга будучи положены, совершенно закрываютъ себя, и во всѣхъ своихъ прочихъ частяхъ равны между собою (§. 83.); то есть, $A=a$, $B=b$ и $C=c$. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 154. Хотя въ двухъ треугольникахъ, на пр. ABC и abc два бока съ однимъ про-Фиг. тиву ихъ лежащимъ угломъ и будутъ рав- 37. ны между собою, на пр. $AC=ac$, $BC=bc$, $A=a$; шокмо по сему не можно заключить, чтобъ такіе оба треугольники и во всѣхъ своихъ прочихъ частяхъ были равны между собою. Поелику видно, что когда треугольникъ abc положится на треугольникъ ABC , углы A и a также линѣи AC и ac хотя взаимно себя и покрываютъ, и линѣя cb



сѣ сѣ линѣю СВ равную длину имѣетъ, шокмо линѣя сѣ на линѣю СВ шочно не упадетъ, но вѣ положеніи СД ошашъся, можешъ; почему вѣ семѣ случаѣ преугольники взаимно себя не закрывающъ, и шого ради не равны между собою.

ЗАДАЧА VI.

Фиг.

38.

§. 155. По данному разстоянію провести параллельную линѣю сѣ другою данною.

РѢШЕНІЕ.

1. Данное разстояніе смѣривъ циркулемъ, и не перемѣняя распворенія онаго, поверъхъ данной линѣи АС означъ дуги В и D.
2. Помощъ приложивъ линѣйку къ шѣмъ дугамъ, проводи линѣю ВD, которая будетъ параллельна сѣ данною АС. (§. 79.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 156. Проводяшъ также параллельныя линѣи помощію деревяннаго преугольника (§. 108.) и параллелизма (§. 107.).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 157. Параллелизмы ошъ частаго употребленія поршашъся, кошорые сѣ одинакими бляшками: и потому Яковъ Леуполдъ искусный художникъ совѣшуетъ дѣлать оныя бляшки двойныя, и укрѣплять вѣ линѣйки гвѣздиками, у кошорыхъ бы шляпки были конической фигуры, шшобъ не шакъ скоро приперешъся могли.

ЗАДАЧА VII.

§. 158. Означить на полѣ параллельныя линѣи.

РѢШЕНИЕ.

- 1) Данное разстояніе параллельныхъ линѣй изъ взятой по изволенію точки на данной линѣи означъ прямою линѣею (§. 123.).
- 2) Помѣмъ изъ другой точки на той же данной линѣи взятой, означъ прямуюжѣ линѣю равную первой, чрезъ крайнія точки копорыхъ означенная линѣя будетѣ параллельна съ данною (§. 58.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 159. Назначивается такожѣ параллельная линѣя съ другою данною на полѣ слѣдующимъ образомъ: по есѣ при точкѣ на пр. D, чрезъ копорую должно вести параллельную линѣю, сдѣлай уголъ EDB равной ABD (§. 169.), и получишь желаемое.

ЗАДАЧА VIII.

§. 160. На прямой линѣи ML изъ точ- Фиг. ки G возстави perpendicularную линѣю ³⁹ GI.

РѢШЕНИЕ.

I. На бумагѣ, или на доскѣ:

1. Поставивъ ножку циркула въ точкѣ G, означъ по обѣ стороны оной по изволенію равныя части GK и GN.



2. Изъ почекъ K и H взятымъ расшвореніемъ циркула, которе было бы больше половины HK , начерпи дуги, взаимно себя пересѣкающія въ почкѣ I .

3. Помощью проводи прямую линію IG , которая будетъ перпендикулярна къ линіи ML .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику взятыя по изволению циркула расшворенія KI и HI , такожь GK и GH равны между собою (§. 79.); по видно, что линія IG на данной линіи ML сполнитъ шакъ, что ни на которую сторону не наклоняется, и по тому перпендикулярна къ ML (§. 39.) ч. н. д.

II. На полѣ.

1. Въ двухъ мѣстахъ K и H въ равномъ разстояніи отъ G вошки по колу, и къ онымъ привяжи веревку.

2. Натянувъ оную крѣпко, раздѣли на двѣ равныя часпи, и въ разсужденіи самой середины вошки колъ I , откуда проведенная прямая линія IG будетъ перпендикулярна.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 161. Скорѣе и способнѣе означается перпендикулярная линія помощію наугольника (§. 104.), которой однимъ своимъ бокомъ прикладывается къ прямой линіи ML такимъ образомъ, чтобъ верхъ угла

по-

точно лежалъ на данной точкѣ G ; такимъ образомъ проведенная по другому боку онаго прямая линія GI будетъ перпендикулярна къ данной ML .

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 162. Изъ данной почки на прямой линіи возсталяется также перпендикулярная линія и по транспортиру: то есть, положи транспортиръ на данную линію такъ, чтобъ центръ онаго лежалъ на данной точкѣ, а діаметръ онаго по данной линіи. Помощью на окружности онаго сочти 90 градусовъ, и отъ почки, гдѣ тѣ градусы означаются, проводи прямую линію къ данной на линіи точкѣ, которая также будетъ перпендикулярна.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 163. Можно за нужду и изъ бумаги сдѣлать наугольникъ; то есть, надлежитъ только листъ бумаги согнуть плотно, чтобъ сгибъ на оной ясно вышелъ; потомъ такою согнутой листъ отъ правой руки къ лѣвой должно еще согнуть такъ, чтобъ одинъ сгибъ на другомъ равно лежалъ; то такимъ образомъ сдѣлается точно прямой уголъ.

ЗАДАЧА IX.

§. 164. Раздѣлишь прямую линію AB Фиг. на двѣ равныя части.

40.

Е

РБ-

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѣ, или на доскѣ:

1. Изъ почекъ А и В взятымъ распвореніемъ циркула, которое было бы больше половины данной линѣи, въ верху и въ низу надъ данною линѣею начерши дуги, пересѣкающія себя взаимно въ почкахъ М и Н.

2. Чрезъ сіи почки проведи прямую линѣю МН, которая раздѣлитъ данную линѣю въ почкѣ С на двѣ равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣя МН перпендикулярна къ линѣи АВ, по тому что ни на которую сторону не наклоняется, припомъ крайнія сей линѣи почки М и Н равно описоятъ ошъ крайнихъ же почекъ А и В (§. 79.); слѣдовашельно и всѣ почки линѣи МН будутъ описоятъ равно ошъ А и В; и по тому С есть середина данной линѣи АВ. ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$AM=BM$, $AN=BN$ (§. 79.), $MN=MN$ (§. 30. Ариѳ.); слѣдовашельно $\triangle NAM=\triangle NBM$, и по тому $\angle AMC=\angle BMC$ (§. 153.). Помомъ $\triangle AMC=\triangle BMC$; ибо $AM=BM$, $MC=MC$ (§. 79.), $\angle AMC=\angle BMC$; слѣдовашельно $AC=CB$ (§. 151.) ч. н. д.

II. На полѣ:

Раздѣляется прямая линѣя слѣдующимъ образомъ:

I.

1. Опѣ одного ея конца до другаго протяни веревку.

2. Оную веревку обоими концами вмѣстѣ сложи равно, и на сгибѣ сложенной шакимѣ образомъ веревки положи какойнибудь знакъ, на пр. вопкни булавку.

3. Протяни опять веревку по длинѣ данной линѣи, и означися на оной средина чрезъ вопкнушую булавку.

ЗАДАЧА X.

§. 165. Опустить перпендикулярную линѣю FC изъ точки F на данную линѣю AB . Фиг. 41.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ точки F взятымъ по изволенію раствореніемъ циркула опиши дугу DGE , копорая бы прорѣзывала данную линѣю въ точкахъ D и E .

2. Разстояніе DE раздѣли на двѣ равныя части въ точкѣ C (§. 164.), и проводи линѣю FC , копорая будетъ искомая перпендикулярная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши двѣ линѣи DF и EF произойдутъ два преугольника DFC и EFC , въ копорыхъ $CD = CE$ (§. 164.), $DF = EF$ (§. 79.), а $FC = FC$ (§. 30. Аріѳ.); слѣдовательно оба такіе преугольники и во всѣхъ своихъ прочихъ частяхъ будутъ равны между собою, и $\angle DCF = \angle ECF$ (§. 153.):



почему FC на линіи AB спойтѣ перпендикулярно (§. 49.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. На полѣ проводилъся такая линія слѣдующимъ образомъ: къ воткнутому въ почку F колу привяжи веревку, и другимъ ея концомъ на данной линіи AB сдѣлай знаки въ двухъ мѣстахъ E и D въ равномъ отъ F разстояніи; потомъ DE раздѣли на двѣ равныя части въ почку C (§. 164.); то проведенная линія изъ почки F къ C будетъ перпендикулярна.

ЗАДАЧА XI.

Фиг. 32. §. 167. Начерпши углъ, когда дано будетъ количество онаго.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѣ, или на доскѣ.

1. Проведи прямую линію CB .

2. На крайнюю оной почку C положи центръ транспортира такимъ образомъ, чтобъ діаметръ онаго точно лежалъ по данной линіи CB .

3. Отъ B начиная, сочти къ верьху на дугѣ транспортира сколько градусовъ, сколько дано, и при послѣднемъ градусѣ означь почку D .

4. Наконецъ проведи прямую линію CD , и произойдетъ желаемой углъ DCB (§. 44. и 47.).

II. На полѣ:

1. Проведи также прямую линію (§. 123).
2. Въ крайней ея точкѣ утврди аспро-
лябію (§. 142.).
3. Линіику съ діопшрами обращающую-
ся подвинь до такого числа градусовъ, ка-
кое дано, и смотря въ діопшры въ томъ
же положеніи, какъ она означаетъ данное
число градусовъ, означь кольями другую
прямую линію; такимъ образомъ по дан-
ному числу градусовъ означишся на полѣ
желаемой уголъ.

ЗАДАЧА XII.

§. 168. Сдѣлашь уголъ EDG , которой Фиг.
бы равенъ былъ данному углу BAC . 42.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ центра A взятымъ по изволе-
нію распвореніемъ циркула между боками
даннаго угла начерпи дугу BC .

2. Тѣмъ же распвореніемъ циркула на
новопроведенной линіи DE изъ центра D
также начерпи дугу EF .

3. Помѣмъ смѣряя циркуломъ длину
хорды BC , и перенеси оную изъ E въ G ,
то, когда проведется линія DG , уголъ
 EDG будетъ равенъ данному углу BAC .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $AC = AB$, $DG = DE$ (§. 79.),
и линія $EG = BC$ по конспрукціи; то Δ

Е 3

С



$С АВ = \Delta GDE$, и слѣдовательно $\angle A = \angle D$.
(§. 173.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 169. На полѣ дѣлается уголъ равной данному помощію аспролябіи. Ежелижъ кто въ семъ случаѣ хочетъ поступить безъ аспролябіи: то на бокахъ даннаго угла надлежитъ въ равномъ разстояніи отъ A вопкнутъ два кола B и C , и вымѣрять разстояніе между оными кольями, попомѣ въ такомъ же разстояніи, какъ и AB , должно вопкнутъ два кола D и E , а прешій колъ G вопкнутъ такъ, чтобъ было разстояніе $DG = DE$, а $GE = BC$, что весьма можно сдѣлать однимъ длиннымъ шнуромъ, когда на немъ длины DE и BC узлами будутъ замѣчены.

ЗАДАЧА XIII.

Фиг. 43. §. 170. Начерпшиъ треугольникъ изъ двухъ данныхъ линій AB и AC съ угломъ A , такъ чтобъ сей уголъ содержался между шѣми двумя данными линіями.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣривъ линію AB , перенеси оную на особливо проведенную линію.

2. Въ почкѣ A сдѣлай уголъ BAC равной данному (§. 168.).

3. Начерпивъ другой его бокъ равной линіи AC , между почками B и C проводи
пря-

прямую линію; такимъ образомъ начерпниши пребуемой преугольникъ АВС.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 171. Ежели кто желаетъ какъ въ сей, такъ и въ другихъ сему подобныхъ задачахъ имѣть болѣе упражненія, тошъ можешъ задавать уголъ въ градусахъ и минутахъ, а даннымъ линіямъ полагаешь мѣру въ саженьяхъ, фулахъ и дюймахъ, и продолжалъ дѣйствіе по предписанному (§. 170.).

ЗАДАЧА XIV.

§. 172. Начерпниши равноспоронный пре- Фиг.
угольникъ на данной линіи АВ. 44.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣривъ циркуломъ длину данной линіи АВ, шѣмъ же раствореніемъ циркула изъ почекъ А и В начерпи дуги пересѣкающія себя взаимно въ почкѣ С.

2. Помощъ изъ А и В проводи прямыя линіи АС и ВС; такимъ образомъ сдѣлается то, что пребовано.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $ВС = ВА$ и $АС = ВА$; то $АС = ВС$ (§. 32. Ариѳ.); слѣдовашельно всѣ три стороны равны между собою, и преугольникъ АСВ есть равноспоронный (§. 67.)
ч. н. д.

ЗАДАЧА XV.

Фиг. §. 173. Начерпшиъ равнобедренный пре-
45. угольникъ изъ данныхъ двухъ линѣй АВ
и ВС.

РѢШЕНІЕ.

1. Линѣю АВ взявъ за основаніе пребуемаго преугольника, изъ крайнихъ оной почекъ А и В расписореніемъ циркула, равнымъ другой данной линѣи АС, начерпи дуги, взаимно пересѣкающія себя въ почкѣ С.

2. Помомъ проводи прямыя линѣи АС и ВС, и произойдетъ пребуемой преугольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣи АС и СВ сдѣланы равныя (§. 79.) слѣдовашельно преугольникъ АСВ естъ равнобедренный (§. 67.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XVI.

Фиг. §. 174. Начерпшиъ преугольникъ изъ
46. данныхъ двухъ угловъ, при одной и той же линѣи АВ находящихся.

РѢШЕНІЕ.

1. Взявъ данную линѣю АВ за основаніе, въ одной ея почкѣ А поставь одинъ уголъ изъ данныхъ, а въ другой почкѣ В другой уголъ (§. 168.).

2. Помомъ бока сихъ угловъ проведенные пересѣкшись взаимно въ почкѣ С, составяшъ пребуемой преугольникъ.

За-

ЗАДАЧА XVII.

§ 175. Начерпипъ преугольникъ D E F Фиг. 47.
равной другому данному преугольнику
A B C.

РѢШЕНІЕ.

Сдѣлай или уголъ E равной углу B (§. 168.), и два бока DE и EF равные двумъ бокамъ AB и BC, и произойдутъ равные преугольники (§. 151.); или сдѣлай два угла равные двумъ угламъ и одинъ бокъ одного преугольника равной боку другого, и произойдутъ равные преугольники (§. 152.); или наконецъ сдѣлай всѣ бока одного преугольника равные всѣмъ бокамъ другого; то и въ такомъ случаѣ произойдутъ оба такіе преугольники во всѣхъ своихъ частяхъ между собою равные (§. 153.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 176. Для рѣшенія предложенной задачи на бумагѣ и для другихъ сей подобныхъ задачъ, способствуетъ одинъ шокмопреножной циркулъ (§. 91. и 92.). Ибо помощію онаго всякая плоская преугольная фигура взята и съ одного мѣста на другое по изволенію перенесена быть можетъ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 177. Раздѣлишь данной уголъ B A C Фиг. 48.
на двѣ равныя части.

Е њ

Рѣ-

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ верьху даннаго угла А означь по изволенію одинакой величины линѣи А D и А Е.

2. Попомѣ изъ почекѣ D и Е по изволенію взятымѣ раствореніемѣ циркула начерпи внульрѣ даннаго угла дуги, пересѣкающія взаимно другѣ друга въ точкѣ К, и проводи прямыя линѣи D К и Е К.

3. Наконецѣ изъ верьху угла А къ точкѣ К проводи прямую линѣю А К, которая раздѣлитѣ данной уголѣ на двѣ равныя части; то естѣ, на два угла равной величины.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $AD = AE$, $DK = EK$ (§. 79.) и линѣя А К естѣ общая обоимѣ преугольникамѣ А D К и А Е К (§. 30. Ариѣ.); того ради оба такіе преугольники равны между собою (§. 153.), и слѣдовательно $\angle BAK = \angle CAK$. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 178. Поелику части САК и ВАК можно по вышеписанному же образу еще дѣлить на столько равныхѣ частей, на сколько потребно; то явствуетѣ изъ сего, какимѣ образомѣ уголѣ на 4. 8. 16. 32. и проч. равныхѣ частей дѣлится можно.

ЗАДАЧА XIX.

§. 179. Перенести данной уголъ С съ Фиг. одного мѣста на другое, назначенное на 49. линѣи А G.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что назначенное на линѣи А G мѣсто будетъ А, то

1. На бокахъ даннаго угла означь по изволению линѣи С D и С E.

2. Соедини точки D и E линѣею D E.

3. Помомъ изъ данныхъ трехъ линѣи С D, С E и D E на линѣи А G сдѣлай треугольникъ А F G, въ которомъ было бы $AF = CD$, $AG = CE$, $FG = DE$ (§. 175.); то будетъ $\angle A = \angle C$ (§. 153.).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 180. Во всякомъ треугольникѣ, напр. Фиг. А В С два которые нибудь бока, на пр. А С и 47. В С, вмѣстѣ взятые, суть больше остальнаго прешьяго, на пр. А В.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя А В есть кратчайшее прозяженіе между двумя точками (§. 18.); то всякая другая линѣя кромѣ прямой, соединяющая тѣ двѣ точки, будетъ имѣть большее прозяженіе; и по тому $AC + BC > AB$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XX.

§. 181. Начертить треугольникъ изъ Фиг. данныхъ трехъ линѣи А В, В С и А С, изъ 50.

КО-



копрыхъ бы каждая была меньше, нежели двѣ другія, вмѣстѣ взяпыя.

РѢШЕНІЕ.

1. Одну изъ данныхъ линій, на пр. линію АС возьми за основаніе, и изъ почки С распвореніемъ другой линіи ВС опиши дугу.

2. Изъ почкижъ А распвореніемъ претіей линіи АВ также опиши дугу, копорая по причинѣ того, что $\angle A + \angle C > \angle A$ (§. 180.), пересѣчетъ первую дугу въ почкѣ В.

3. Наконецъ проводи линіи АВ и ВС: то и учинено будетъ, что требовано.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 182. Изъ чего явствуетъ, что ежели изъ данныхъ трехъ линій будутъ двѣ равны между собою, то произойдетъ преугольникъ равнобочной; слѣдовательно преугольникъ равнобочной изъ даннаго основанія и одного боку, копорой долженъ быть больше половины основанія, начертить можно. А ежели всѣ при данныя линіи будутъ равны между собою, то произойдетъ изъ оныхъ преугольникъ равносноронный; и такъ изъ одной данной линіи можно начертить равносноронный преугольникъ.

ЗАДАЧА ХХІ.

§. 183. Перенести на бумагу уголъ BAC , Фиг. 51.
 означенный на полѣ.

РѢШЕНІЕ.

1. Отъ кола A по равному числу саженѣ, или аршинѣ, опишѣвая на обоихъ бокахъ означеннаго угла, вѣткни по колу D и E .

2. Разстояніе DE , находящееся между кольями D и E такою мѣрою вымѣривъ, запиши.

3. Потомъ на бумагѣ проводи прямую линію FI и на оной по изволенію взятому машпабу отъ точки F до H означь циркулемъ линію $FN = AD$.

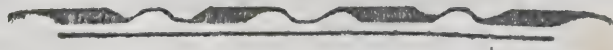
4. Не перемѣняя распворенія циркуля, изъ той же точки F начерпи дугу, и по тому же машпабу взявъ мѣру, сколько имѣетъ линія ED , означь оную отъ H до G и проводи прямую линію FD ; такимъ образомъ произойдетъ уголъ DFI равной означенному на полѣ углу BAC (§. 168.), котораго потомъ и количество въ градусахъ будетъ извѣстно (§. 146.).

Или



Или

Отъ А до D и отъ А до Е опмѣрай по 30 фушовъ Французской мѣры; ибо по такой мѣрѣ и нижеслѣдующая таблица для измѣренія угловъ сочинена; попомѣ въ D и Е вошкнувъ по колу, вымѣрай линію ED (§. 126.), которая будетъ хорда измѣряемаго угла ВАС; и положимъ, что мѣра оной найдена 36 фушовъ, или 6 французскихъ сажень, которое число фушовъ должно пріискивать въ таблицѣ противъ столбца основаній или хордъ, и смотрѣвъ, сколько въ другомъ столбцѣ угловъ означается градусовъ и минутъ подлѣ 36 фушовъ и 0 дюймовъ; означаетсяжѣ 73 градуса и 44 минуты; слѣдовательно уголъ ВАС, которой имѣетъ основаніе, или хорду въ 36 фушовъ, мѣрою будетъ имѣть 73 градуса и 44 минуты, какъ то показываетъ слѣдующая таблица:



хорды угловъ.	градусы и минуты у- гловъ, изъ которыхъ каждого сторона по 30.		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ	
0	0°	0'	3	5°	44'	6	11°	29'	9	17°	15'
2	0	19	2	6	3	2	11	48	2	17	34
4	0	38	4	6	22	4	12	8	4	17	54
6	0	57	6	6	41	6	12	27	6	18	13
8	1	8	8	7	0	8	12	46	8	18	32
10	1	36	10	7	20	10	13	5	10	18	52
1	1	55	4	7	39	7	13	24	10	19	11
2	2	14	2	7	58	2	13	43	2	19	30
4	2	33	4	8	17	4	14	2	4	19	50
6	2	52	6	8	36	6	14	22	6	20	19
8	3	11	8	8	55	8	14	41	8	20	29
10	3	30	10	9	14	10	15	0	10	20	48
2	3	49	5	9	34	8	15	20	11	21	8
2	4	8	2	9	53	2	15	39	2	21	27
4	4	28	4	10	12	4	15	58	4	21	46
6	4	47	6	10	31	6	16	18	6	22	6
8	5	6	8	10	50	8	16	37	8	22	25
10	5	25	10	11	9	10	16	56	10	22	45
12	23	6	16	30	56	20	38	56	24	47	9
2	23	24	2	31	16	2	39	17	2	47	30
4	23	44	4	31	36	4	39	38	4	47	51
6	24	3	6	31	56	6	39	58	6	48	12
8	24	23	8	32	16	8	40	18	8	48	33
10	24	42	10	32	35	10	40	38	10	48	54
13	25	1	17	32	55	21	40	59	25	49	15
2	25	21	2	33	15	2	41	19	2	49	36
4	25	41	4	33	35	4	41	40	4	49	57
6	26	1	6	33	55	6	42	0	6	50	18
8	26	20	8	34	15	8	42	20	8	50	39
10	26	40	10	34	35	10	42	40	10	51	0

хор-



хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ	
14	26°	53'	18	34°	55'	23	43°	1'	26	51°	21'			
2	27	18	2	35	15	2	43	22	2	51	42			
4	27	38	4	35	35	4	43	42	4	52	3			
6	27	38	6	35	55	6	44	3	6	52	24			
8	28	18	8	36	15	8	44	24	8	52	46			
10	28	38	10	36	35	10	44	46	10	53	8			
15	28	57	19	36	55	23	45	5	27	53	29			
2	29	17	2	37	15	2	45	26	2	53	51			
4	29	37	4	37	36	4	45	46	4	54	12			
6	29	56	6	37	56	6	46	7	6	54	34			
8	30	16	8	38	16	8	46	28	8	54	55			
10	30	34	10	38	36	10	46	48	10	55	16			
28	55	38	32	64	28	36	73	44	40	83	37			
2	56	0	2	64	50	2	74	8	2	84	3			
4	56	22	4	65	13	4	74	32	4	84	29			
6	56	43	6	65	36	6	74	56	6	84	54			
8	57	5	8	65	58	8	75	20	8	85	20			
10	57	26	10	66	21	10	75	44	10	85	46			
29	57	48	33	66	44	37	76	9	41	86	13			
2	58	10	2	67	7	2	76	33	2	86	39			
4	58	32	4	67	30	4	76	57	4	87	5			
6	58	54	6	67	53	6	77	22	6	87	32			
8	59	16	8	68	16	8	77	46	8	87	58			
10	59	38	10	68	39	10	78	9	10	88	25			
30	60	0	34	69	2	38	78	35	42	88	51			
2	60	22	2	69	25	2	79	0	2	89	18			
4	60	44	4	69	48	4	79	25	4	89	45			
6	61	6	6	70	12	6	79	50	6	90	12			
8	61	28	8	70	35	8	80	15	8	90	39			
10	61	30	10	70	59	10	80	40	10	91	6			

хор-

Хор. дѣл.	градусы и минуты угловъ.	Хор. дѣл.	градусы и минуты угловъ.	Хор. дѣл.	градусы и минуты угловъ.	Хор. дѣл.	градусы и минуты угловъ.
31	62° 13'	35	71° 22'	39	81° 5'	43	91° 33'
2	62 35	2	71 46	2	81 30	2	92 1
4	62 58	4	72 10	4	81 55	4	92 29
6	63 20	6	72 33	6	82 20	6	92 56
8	63 43	8	72 56	8	82 46	8	93 24
10	64 5	10	73 20	10	83 12	10	93 52
44	94 20	48	106 16	52	120 9	56	137 57
2	94 40	2	106 48	2	120 47	2	138 49
4	95 16	4	107 20	4	121 26	4	139 44
6	95 20	6	107 52	6	122 6	6	140 40
8	96 13	8	108 25	8	122 45	8	141 38
10	96 42	10	108 57	10	123 25	10	142 36
45	97 11	49	109 30	53	124 6	57	143 36
2	97 40	2	110 4	2	124 47	2	144 39
4	98 9	4	110 37	4	125 28	4	145 43
6	98 38	6	111 11	6	126 10	6	146 48
8	99 8	8	111 44	8	126 52	8	147 57
10	99 37	10	112 18	10	127 35	10	149 8
46	100 6	50	112 53	54	128 19	58	150 20
2	100 6	2	113 28	2	129 3	2	151 36
4	101 6	4	114 3	4	129 48	4	152 55
6	101 36	6	114 38	6	130 33	6	154 19
8	102 7	8	115 14	8	131 19	8	155 48
10	102 37	10	115 49	10	132 6	10	157 22
47	103 8	51	116 26	55	133 53	59	159 3
2	103 39	2	117 2	2	133 44	2	160 53
4	104 10	4	117 39	4	134 30	4	162 54
6	104 41	6	118 16	6	135 20	6	165 12
8	105 12	8	118 53	8	136 11	8	167 48
10	105 44	10	119 31	10	137 3	10	171 28
						60	180 0



И такъ, когда пожелаешь данной величины уголъ назначить на земли, или начерпнуть на бумагѣ; то сперва для сего сдѣлай масштабъ, или размѣръ, то есть, Французской футъ раздѣли на 60 равныхъ частей, а шестидесятую часть на 12 частей, изъ которыхъ шестидесятая часть будетъ представлять футъ, а двенадцатая часть дюймъ; попомъ даннаго угла количество на пр. 54 градуса и 34 минуты приискавъ въ таблицѣ, смотри, подлѣ какого числа футовъ и дюймовъ въ столбцѣ хордъ оно стоитъ; и найдешь, что то число состоитъ подлѣ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Наконецъ изъ трехъ линій, изъ которыхъ двѣ по 30 футовъ, а третья въ 27 футовъ и 6 дюймовъ, означь на земли треугольникъ (§. 170.), и получишь желаемой уголъ, лежащій противъ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Когдажъ пожелаешь начерпнуть на бумагѣ помянутой данной величины уголъ, то, по сысканіи въ таблицѣ даннаго угла хорды въ 27 футовъ и 6 дюймовъ, возьми по показанному масштабу линію въ 30 футовъ за основаніе, на концѣ оной пѣймъ же распвореніемъ циркула опиши дугу, и изъ почки, означенной на основаніи, пересѣки ту дугу распвореніемъ, взятымъ по тому же масштабу и равнымъ 27 футамъ и 6 дюймамъ, и произойдетъ желаемый уголъ,

де-

лежащій противъ хорды въ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Сей способъ съ великою пользою употребляется въ Фортификаціи для назначиванія правильныхъ и неправильныхъ крѣпостей какъ на земли, такъ и для черченія на бумагѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 184. Удобнѣе рѣшится сія задача, естли при такомъ дѣйствіи будетъ употреблена Астролябія, помощію которой потчасъ можеть вымѣрянъ быть уголъ означенной на полѣ; ибо неподвижныя оной діоптры, или мишени, наведши на одинъ бокъ того угла, а подвижныя на другой, потчасъ означатъ градусы и минуны на дугѣ, которые записавъ, можно будетъ потѣмъ и на бумагѣ начерпипъ такой же величины уголъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 185. О такихъ случающихся на полѣ дѣйствіяхъ вообще примѣчать должно, что оныхъ всѣхъ здѣсь кратко описать не можно; но имѣя довольное знаніе въ теоріи, и припомъ видѣвъ надлежащее показаніе знающаго геодезиста, все сіе легко перенявъ можеть всякъ, кто охоту и вниманіе свое въ томъ употребитъ пожелаетъ.

ТЕОРЕМА IX.

§. 186. Въ равнобедренномъ преугольни-Фиг.
кѢ А ВС углы при основаніи А и В равны между собою. Ж 2 До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда изъ верьху С сего преугольника, такъ какъ изъ центра, раствореніемъ циркула равнымъ боку СА или СВ опишешь дугу АЕВ въ разсужденіи основанія, и оную въ шпчкѣ Е раздѣливъ на двѣ равныя части, проведешь изъ верьхужъ преугольника прямую линію СДЕ; то изъ того произойдутъ два преугольника АСД и ВСД, въ которыхъ $АС=СВ$ (§. 67.), $х=у$ (§. 86.) и $ДС=ДС$ (§. 30. Ариѳ.); слѣдовательно будетъ и $АД=ВД$, $А=В$ (§. 151.) ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. 53. Если бокъ СА и СВ помянушаго преугольника продолжишь до D и E по изволенію такъ, чпобъ было $CD=CE$, и проведешь линіи АЕ и ВD; то произойдутъ изъ того два преугольника ЕАС и DBC, въ которыхъ, когда $С=С$ (§. 30 Ариѳ.), $BC=AC$ (§. 67.) $DC=EC$ по положенію, будетъ $\angle EAC=\angle DBC$, $AE=BD$ и $D=E$ (§. 151.) Но поелику также преугольники BAD и ABE равны между собою, по тому чпю въ оныхъ $AB=AB$ (§. 30 Ариѳ.) $AE=BD$ и $D=E$ по доказанному; то будетъ $\angle ABD=\angle EAB$ (§. 151.): почему $\angle DBC-\angle ABD=\angle EAC-\angle EAB$, то есть $\angle ABC=\angle BAC$ (§. 36 Ариѳ.) ч. н. д.

При-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 187. Поелику цѣлыя преугольники суть равны между собою и углы смежные при D равные и прямые (§. 134), шакожъ бока АВ и DV сходствуюшъ между собою: шо линѣя CDE естъ перпендикулярна, ко-копорая будучи проведена изъ центра и хорду ADV раздѣляя на двѣ равныя части, раздѣляетъ и дугу, шой хордѣ противоположенную, AЕV на равныяжъ части. И обратно линѣя, раздѣляющая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ, проходитъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 188. Поелику равноспоронный преугольникъ, какимъ образомъ ни будетъ поставленъ, всегда естъ равнобедренный: шо видно, что въ преугольникѣ равноспоронномъ всѣ углы равны между собою.

ТЕОРЕМА X.

§. 189. Когда двѣ параллельныя линѣи АВ и CD будущъ пересѣчены прешією прямою поперечною линѣею EF; шо происшед-Фиг. шій изъ шого виѣшній уголъ O равняется ^{54.} внутреннему противоположенному углу X, при одной и шой же споронѣ находящемуся.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что, когда линѣя АВ съ равнымъ движеніемъ упадетъ

Ж 3

на

на другую CD , а линія EF между тѣмъ пребываетъ не подвижна; то уголъ O упадетъ на уголъ X и съ нимъ будетъ сходствовать; следовательно внѣшній O равенъ внутреннему противоположенному (§. 77.) То же можно доказать и объ углахъ r и y . ч. н. д.

П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 190. Изъ чего явствуетъ, что внѣшній уголъ O есть также равенъ внѣшнему противоположенному W ; поелику $W = X$ (§. 137); то будетъ $O = W$ (§. 31. Ариѳ.).

Т Е О Р Е М А XI.

§. 191. Когда двѣ параллельныя линіи AB и CD будутъ пересѣчены премою поперечною линіею EF ; то происшедшіе изъ того углы Альтерни (anguli alterni) U и X , то есть, изъ которыхъ одинъ въ низу съ одной стороны подлѣ поперечной линіи, а другой въ верху съ другой стороны, и обратно находящіяся, суть равны между собою.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Поелику $o = u$ (§. 77.) и $o = x$ (§. 189.) то будетъ и $u = x$ (§. 32. Ариѳ.). Также $r = s$ (§. 77.), и $r = y$ (§. 189.); то $s = y$ (§. 32. Ариѳ.) ч. н. д.

Т Е О Р Е М А XII.

§. 192. Внутрь параллельныхъ линій AB и CD , пересѣченныхъ прямою поперечною



ною линіею EF , углы SiX , такожъ $uиy$, при одномъ и томъ же бокъ находящіеся, равняющіеся двумъ прямымъ угламъ, то есть, 180 градусамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $o + r = 180^\circ$ (§. 133.) и $r = s$ (§. 77.) и $o = x$ (§. 189.); то $s + x = 180^\circ$ (§. 31. Ариѳ.). Также $o + r = 180^\circ$ (§. 133.); но $o = u$ (§. 77.), и $r = y$ (§. 189.); то $u + y = 180^\circ$ (§. 31. Ариѳ.) ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 193. Когдажъ прямая линія на двѣ другія упая и оныя пересѣкая, производитъ, или уголъ внѣшній внутреннему пропивоположенному, или внѣшній внѣшнемужъ пропивоположенному равной, или углы алтерни равные, или два внутренніе, при одномъ бокъ лежащіе, равные двумъ прямымъ угламъ: то такія двѣ линіи пересѣченныя шрепіею поперечною линіею, суть параллельны между собою. Ибо изъ предложенныхъ доказательствъ явствуетъ, что такія внѣшнихъ и внутреннихъ угловъ свойства тогда только справедливы, когда линіи суть параллельныя.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 194. Параллельныя линіи, состоящія между параллельнымижъ линіями, суть равны между собою.

Фиг.
55.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ибо проведши линію MP между параллельными линіями MN и OP ; произойдутъ два треугольника MOP и MNP , въ которыхъ когда $o=s$ и $y=x$ (§. 191.) и притомъ $MP=MP$ (§. 30. Ариѳ.); то будетъ $MN=OP$ и $MO=NP$ (§. 152.) ч. н. д.

ЗАДАЧА XII.

Фиг. §. 195. Начерпши параллельную линію
56. съ данною линіею, подъ какимъ нибудь угломъ къ прямой линіи наклоненною.

РѢШЕНІЕ.

Съ линіею AB , подъ угломъ X наклоненною къ другой BD , начерпится параллельная линія CD , когда уголъ Y сдѣлаешь равной углу X (§. 168.) и проведешь линію CD ; ибо, когда внѣшній уголъ Y сдѣланъ равной внутреннему противоположенному X , линіи AB и CD будутъ параллельны между собою (§. 189. и 193.)

ТЕОРЕМА XIV.

Фиг. §. 196. Въ треугольникѣ ABC отъ про-
57. долженія одного бѣка, на пр. CA по изволенію до D ; происшедшій внѣшній уголъ DAV бываетъ больше каждаго внутренняго противоположеннаго ему угла, на пр. B и C .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли линію AB въ точкѣ F раздѣлишь на двѣ равныя части, и проведши линію

нѣю CF , продолжишь оную до G такъ, чтобъ было $GF=FC$; то, поелику GC пересѣкаетъ AB въ точкѣ F , будетъ $Z=Y$ (§. 137) и слѣдовательно $o=x$ (§. 151.). Но какъ $\angle DAB > O$; то будетъ также больше и угла x (§. 33. Ариѳ.) Равнымъ образомъ доказывается, что $\angle DAB$, или что все равно (§. 137.), его вертикальной уголъ $HAC >$ угла ACB . ч. н. д.

ТЕОРЕМА XV.

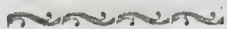
§. 197. Во всякомъ плоскомъ треуголь- Фиг.
никѣ всѣ три угла вмѣстѣ составляютъ $58.$
 180° .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Еслили съ основаніемъ DE данного треугольника, на пр. BDE , чрезъ точку B проведешь параллельную линію ABC ; то будетъ $x=2$ а $y=3$ (§. 191.). Но какъ $x+1+y=180^\circ$ (§. 133.); то и $1+2+3=180^\circ$ (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 198. И такъ, зная два угла неравносторонняго треугольника, претій онаго уголъ, какъ дополненіе къ 180° , будетъ извѣстенъ; то есть, когда сумму двухъ извѣстныхъ угловъ вычтешь изъ 180° , то остаточное число градусовъ будетъ для претяго угла.



ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 199. Въ равнобедренномъ треуголь-
никѣ, зная одинъ уголъ, прочіе будущъ
извѣстны; поелику два угла въ ономъ, при
основаніи находящіеся, суть равны между
собою (§. 186.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 200. Въ равносторонномъ треуголь-
никѣ всякой уголъ заключаетъ въ себѣ $\frac{2}{3}$
прямаго угла, или 60° ; поелику въ ономъ
всѣ углы равны между собою (§. 188.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

Фиг.
59.

§. 201. И такъ удобно можно раздѣ-
лить прямой уголъ на три равныя части:
то есть, сдѣлай равносторонный треуголь-
никъ abc , и изъ крайней онаго точки b
возставь перпендикулярную линію bd (§.
160.); то $\angle Dba$ будетъ $\frac{1}{3}$ $\angle Dbc$, поели-
ку $\angle abc$ заключаетъ въ себѣ $\frac{2}{3}$ прямаго у-
гла, или 60° (§. 200.). И такъ, когда толь-
ко $\angle abc$ раздѣлишь на двѣ равныя части
линіею bd (§. 177.), раздѣлился прямой
уголъ на три равныя части.

ПРИБАВЛЕНИЕ 5.

§. 202. Въ одномъ и томъ же треуголь-
никѣ можетъ быть одинъ прямой, или
прямаго больше, то есть, тупой уголъ.
И когда будетъ одинъ уголъ прямой; то
прочіе два должны быть острые и вмѣстѣ
взяшые составлять количество прямаго жъ

угла; и одинъ изъ оспрыхъ угловъ есть дополненіемъ другаго къ прямому углу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 203. Изъ чего явствуетъ также и сіе, что еслии два угла одного треугольника будутъ равны двумъ угламъ другаго треугольника; то и третій уголъ будетъ равенъ третьему.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 204. Въ треугольникѣ ABD отъ про-^{Фиг. 60.} долженія котораго нибудь бѣка, на пр. AB по изволенію до C , происшедшій внѣшній уголъ X равняется двумъ противоположеннымъ, вмѣстѣ взятымъ угламъ $o + n$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поселику $x + y = 180^\circ$ (§. 133.), также $y + o + n = 180^\circ$ (§. 197.); то $x = o + n$ (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 205. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, въ которыхъ находящіяся всѣ углы, равны всѣмъ угламъ, и вока пропорціональныя (latera homologa), равнымъ угламъ противоположенные.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 206. Въ треугольникѣ ABC прове-^{Фиг. 61.} денная линія DE , съ основаніемъ параллельная, пересѣкаетъ бока въ ономъ пакѣ, что части къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ опрѣзаны, имѣютъ подобное содержаніе.

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что пересѣкающая линія DE сперва положена была на верхѣ А того треугольника, и опуская, наблюдая параллельное положеніе, къ основанію спускаясь, на какомъ нибудь среднемъ мѣстѣ остановилась, на пр. въ DE; то она на обоихъ бокахъ опрѣжеть подобныя части AD и AE, по тому что оныя бока суть такъ какъ пушь, по которому линія DE спремился къ основанію BC; и какъ по причинѣ параллельнаго положенія крайнія той линіи DE точки вмѣстѣ и съ обѣихъ сторонъ должны сдѣлать прикосновеніе къ основанію, такъ равнымъ образомъ и остановившись оная линія на какомъ нибудь среднемъ мѣстѣ должна измѣрять подобныя части; то есть, когда она на одномъ боку перешла половину, то и на другомъ боку то же учинила. Почему служилъ здѣсь слѣдующая пропорція: $AB:AD=AC:AE$ (§. 131. Ариѳ.), или $AB:AC=AD:AE$ (§. 139. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 207. Да и остатки имѣютъ такоежъ содержаніе, какое и бока цѣлыя; поелику разность предыдущихъ членовъ къ разности послѣдующихъ содержится такъ, какъ котораго нибудь содержанія предыдущій членъ къ своему послѣдующему (§. 154. Ариѳ.). на пр.

Ко-

Когда $AB:AD=AC:AE$ } (§. 131 и 139 Ариѳ.)
 Или $AB:AC=AD:AE$ }

То будетъ $AB-AD:AC-AE=AB:AC$ (§. 154 Ариѳ.)

То есть $BD:CE=AB:AC$
 Или $AB-AD:AC-AE=AD:AE$ (§. 31. Ариѳ.)

То есть $BD:CE=AD:AE$

П Р И В А В Л Е Н И Е 2.

§. 208. Ежели въ преутольникѣ $G H F$ Фиг.
 проведено будетъ нѣсколько параллельныхъ ^{62.}
 линѣй, на пр. ab и cd ; то и въ такомъ
 случаѣ всѣ опрѣзки и остатки будутъ про-
 порціональны между собою: ибо изъ преды-
 дущихъ доказательствъ въ теоремѣ (§. 206.)
 и прибавленіи (§. 207.) объявленныхъ яв-
 ствуемъ справедливость и слѣдующихъ про-
 порцій:

Когда $GF:aF=HF:bF$ (§. 131. Ариѳ.)

Или $GF:HF=aF:bF$ (§. 139. Ариѳ.)

То будетъ $GF-aF:HF-bF=GF:HF$ } §. 154. Ариѳ.)

То есть $Ga:Hb=GF:HF$

Также $GF:cF=HF:dF$

Или $GF:HF=cF:dF$

То будетъ $GF-cF:HF-dF=cF:dF$

То есть $Gc:Hd=cF:dF$

Также $cF:aF=dF:bF$

Или $cF:dF=aF:bF$

То будетъ $cF-aF:dF-bF=cF:dF$

То есть $ca:db=cF:dF$

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 209. Еслили какая линія пересѣчетъ бока въ треугольникѣ пропорціонально; то она будетъ параллельна съ основаніемъ того треугольника (§. 206.); и обратно линія параллельная съ основаніемъ пересѣкаетъ бока пропорціонально.

ТЕОРЕМА XVIII.

Фиг.
63.

§. 210. Въ двухъ треугольникахъ, имѣющихъ равные углы, бока равнымъ угламъ противоположенные, суть пропорціональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что ΔABC имѣетъ углы равные въ маломъ $\Delta \alpha \beta \gamma$ находящимся, то есть, $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma$. И пакъ, когда положишь малой треугольникъ на верхъ большаго треугольника, что по причинѣ равныхъ угловъ A и α учинено быть можетъ (§. 149. и 150.); то, поелику $\beta = B$ и $\gamma = C$, линіи $\beta \gamma$ и BC будутъ параллельны между собою (§. 193.) и по тому служить здѣсь слѣдующая пропорція: $AB:AC = \alpha\beta:\alpha\gamma$ (§. 206). Также по причинѣ равныхъ угловъ B и β , еслили B возьмется за верхъ треугольника, а AC за основаніе, и малой треугольникъ будетъ положенъ на верхъ B большаго треугольника; то, какъ и прежде, линія $\alpha \gamma$

бу-

будетъ параллельна съ линіею АС (§. 193.) и по тому служатъ слѣдующія пропорціи: $AB:BC = \alpha\beta:\beta\gamma$, или $AB:\alpha\beta = BC:\beta\gamma$ (§. 139. Ариѳ.) также $AB:AC = \alpha\beta:\alpha\gamma$, или $AB:\alpha\beta = AC:\alpha\gamma$ (§. 139. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XIX.

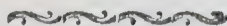
§. 212. Прямая линія ГН, раздѣляющая Фиг. 65.
7 ГГЕ на двѣ равныя части, пересѣкаетъ линію GE, противъ того угла лежащую, пропорціонально бокамъ ЕГ и GF.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда ЕГ продолжишь до I такъ, чтобъ было $GI = GF$; то будетъ $\angle x = \angle y$ (§. 204.). Но какъ $\angle o = \angle x$ по положенію, и $\angle y = \angle u$ (§. 186); то $\angle y = \angle u$ (§. 31. Ариѳ.) и $\angle o = \angle u$ (§. 36. Ариѳ.); слѣдовательно НГ параллельна съ GI (§. 193.), и по тому $GE:EN = FI:NG$ (§. 207) или $GE:EN = FG:NG$ (§. 31. Ариѳ.) ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Продолживъ бокъ DA до E, такъ чтобъ Фиг. 64.
было $EA = AC$, произойдетъ равнобедренный треугольникъ EAC, (§. 67). Почему $\angle CAD = \angle ACE + \angle AEC$ (§. 204.); слѣдовательно $\angle CAB = \angle ACE$ (§. 191.), поелику $\angle CAB$ есть половинная часть $\angle CAD$ по положенію. И такъ АВ параллельна съ CE (§. 193.); слѣдовательно въ $\triangle CED$ бока CD и DE пересѣкаетъ пропорціонально (§. 209.), и
по



по тому служилъ здѣсь такая пропорція:
(§. 204.) $BD:BC=DA:AE$. Но поскольку
 $AE=AC$ по положенію, то $BD:BC=DA$
 AC (§. 31. Ариѳ.) ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 213. Когда $FE:EH=FG:HG$ (§. 212);
то $FE:FG=EH:HG$ (§. 139. Ариѳ.), и слѣдо-
вательно $FE+FG:FE=EG:EH$ (§. 152.
Ариѳ.), или $FE+FG:EG=FE:EH$ (§. 139.
Ариѳ.), то есть, какъ сумма двухъ бо-
ковъ треугольника содержится къ основа-
нію, такъ одинъ бокъ будетъ содержать-
ся къ своему опрѣзку.

ЗАДАЧА XII.

Опр. §. 214. Въ треугольникѣ DVE дано: ли-
66. нѣя съ основаніемъ параллельная $AC=15$,
основаніе $DE=30$, опрѣзокъ $AB=8$, дру-
гой опрѣзокъ $BC=10$; найди остатки
 AD и CE .

РѢШЕНІЕ.

- 1.) Посылай: $AC:DE=BA:BD$ (§. 210)
- 2.) Изъ BD вычти BA , останется AD .
3. Пошлѣмъ посылай: $BA:BC=AD:CE$ §.
206. 207. и 208.), или $BA:AD=BC:$
 CE (§. 139 Ариѳ.) То есть.

$$15:30=8:16=BD$$

$$BD=16$$

$$\begin{array}{rcl} -BA=8 & 8:8=10:10=CE \\ \hline AD=8 \end{array}$$

$$AD=8$$

ЗАДАЧА XIV.

§. 215. Въ треугольникѣ DBE дано: ли-
нѣя съ основаніемъ параллельная AC = 14',
опрѣзокъ АВ = 8', оспатокъ AD = 2', дру-
гой опрѣзокъ СВ = 12'; найди другой
оспатокъ CE и основаніе DE.

РѢШЕНІЕ.

1. Посылай: АВ: ВС = AD: CE (§. 206 и 207.)

2.) Попомъ также посылай: ВА: AC = BD: DE (§. 210.). То есть

$$8: 12 = 2: 3 = CE$$

$$BD = AB + AD = 10$$

$$\text{по } 8: 14 = 10: 175'' = DE.$$

ЗАДАЧА XV.

§. 216. Въ треугольникѣ DBE дано: ли-
нѣя съ основаніемъ параллельная AC = 8,
опрѣзокъ АВ = 5, другой опрѣзокъ СВ =
6 и сумма всѣхъ трехъ боковъ BD + DE +
BE = 57; найди DE, AD и CE.

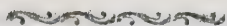
РѢШЕНІЕ.

1. Посылай АВ + ВС + AC: BD + DE + BE =
BC: BE (§. 131. Ариѳ.)

2. Изъ BE вычти BC, оспанется CE.

3. Попомъ посылай: BC: CA = BE: ED
(§. 210.).

4. Наконецъ посылай: BC: CE = BA: AD
(§. 206, 207 и 208.). То есть:



$$\begin{array}{rcl}
 19: 57 = 6: 18 = BE \\
 BE = 18 & 6: 8 = 18: 24 = DE \\
 - BC = 6 & 6: 12 = 5: 10 = AD. \\
 \hline
 CE = 12
 \end{array}$$

Фиг.

67.

ЗАДАЧА XVI.

§. 217. Въ прямоугольномъ треуголь-
никѣ АВЕ линѣя CD параллельна съ осно-
ваніемъ АВ и дано: ED = 4, DB = 8 и сум-
ма параллельныхъ линѣй CD + АВ = 40 ;
найди порознь CD и АВ.

РѢШЕНІЕ

1. Посылай: ED + EB: CD + АВ = ED: CD
(§. 210.).

2. Попомѣ CD вычти изъ CD + АВ, оста-
нется АВ. (§. 59. Ариф.). То есть

16: 40 = 4: 10 = CD. Слѣдова-
тельно.

$$\begin{array}{rcl}
 CD + АВ = 40 \\
 - CD = 10 \\
 \hline
 АВ = 30
 \end{array}$$

ЗАДАЧА XVII.

Фиг.

68.

§. 218. Раздѣлишь прямую линѣю на ка-
кія нибудь данныя части.

РѢШЕНІЕ

Случай 1. когда данную линѣю должно раз-
дѣлить на равныя части, то

1. Проведи нѣсколько параллельныхъ
линѣй, и всѣ въ одинакомъ разстояніи
(§. 155.).

2. Помѣмъ смѣривъ циркулемъ данную линію А С, означь оную между параллельными линіями такъ, чѣмъ между крайними ея точками А и С столько разстояній параллельныхъ линій находилось, сколько равныхъ частей данная линія имѣть должна; по учиненіи сего точки сѣченія параллельныхъ линій покажутъ желаемыя данной линіи А С равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поедику $AB : AC = AI : AE$, или $AB : AC = AD : AE$; то будетъ АЕ прѣмая часть линіи А С, такъ какъ АІ есть прѣмая часть линіи АВ (§. 206.). ч. п. д.

Случай 2. когдажъ данную линію должно будетъ раздѣлить на неравныя части, но по пропорціи такихъ частей, на какія другая линія уже раздѣлена; то.

1. На линіи уже раздѣленной Е F сдѣлай равноспоронный треугольникъ D E F (Фиг. 69.). (§. 172.).

2. Линію, которую должно раздѣлить, означивъ на обоихъ бокахъ того треугольника въ G и H, проводи прямую линію G H.

3. Помѣмъ изъ верху треугольника къ раздѣленіямъ основанія О и М проводи прямыя линіи, которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣляють прямую линію G H такимъ же образомъ, какимъ уже раздѣлена другая линія Е F.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $DG = GH$ (§. 79.); то GH будетъ параллельна съ основаніемъ EF (209 и 206) и по тому служить здѣсь слѣдующая пропорція: $DE:EF = DG:GH$ (§. 210) Но какъ $DE = EF$; то и $DG = GH$. Слѣдовательно для подобія треугольниковъ, которые произошли отъ проведенныхъ изъ верьху линій, будетъ $DE:EO = DG:G_1$, и $DE:EM = DG = G_2$ (§. 210.), и линія GH раздѣлена въ такой пропорціи, въ какой раздѣлена уже другая EF . ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 219. Если линія, которую должно раздѣлить, будетъ больше линіи уже раздѣленной; то въ такомъ случаѣ бока треугольника DEF продолжатся далѣ основанія, пока не умѣстятся на оныхъ упомянутая линія.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 210. Съ великою пользою употребляется сія задача, какъ въ гражданской, такъ и въ военной Архитектурѣ, особливо когда какой планъ, или чертежъ увеличить, или уменьшивъ попребно будетъ. Ибо въ обоихъ случаяхъ всѣ раздѣленія, или части даннаго чертежа, должны сохранять прежнюю свою пропорцію, хотя онъ меньше, или больше будетъ; и чего на пр. въ большемъ положеніи половина, или третья часть

часть естъ, того и въ меньшемъ положеніи такаяжъ часть быть долженствуетъ. А ежели на пр. данную вещь по ея величинѣ надлежитъ уменьшить вполы, то должно взять линію DG вполы меньше линіи EF (§. 218.); когдажъ предложенную вещь по ея величинѣ должно сдѣлать втрое меньше, тогда надлежитъ взять линію DG величиною противъ трети часи линіи EF : и тогда всѣ величины будутъ половина, или третья доля противъ прежнихъ, а части ихъ однако будутъ имѣть между собою такоежъ содержаніе, какое онѣ имѣютъ въ большемъ положеніи. Напротивъ того, ежели кто желаетъ что нибудь увеличить, то надлежитъ линіи DE , DO , DM и DG (§. 218.) пониже линіи EF протянуть и далѣе поступать, какъ показано (§. 219.).

ЗАДАЧА XVIII.

§. 221. Найди третью линію пропорціональную къ двумъ даннымъ линіямъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти по изволенію уголъ EAD такой, чтобъ не очень остръ былъ, и на нижнемъ его боку подлѣ верха означь Фиг. первую данную линію AB , а на верхнемъ 70. другую AC и проводи линію CB .



2. Съ первую линією соединивъ вторую въ $BD = AC$, чрезъ точку D проводи линію DE параллельную съ CB (§. 195.), и будетъ CE искомая прѣмая пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ $\triangle AED$ съ основаніемъ DE проведена параллельная линія CB : то $AB : AC = BD : CE$ (§. 207.). Но какъ $AC = BD$; то CE есть прѣмая пропорціональная линія (§. 175. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XIX.

§. 222. Найти четвертую линію пропорціональную къ даннымъ тремъ линіямъ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 70. 1. Начертивъ также по изволенію уголъ EAD , на нижнемъ его боку подлѣ верха означь первую изъ данныхъ линію AB , а на верхнемъ другую AC и проводи линію CB .

2. Съ первую линією соединивъ прѣмую въ BD чрезъ точку D съ линією BC проводи параллельную линію DE (§. 195.), и будетъ CE искомая четвертая пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ $\triangle AED$ съ основаніемъ DE проведена параллельная линія CB ; то $AB : AC = BD : CE$ (§. 207. и 212.). И по тому CE есть четвертая пропорціональная линія (§. 173. Ариѳ.). ч. н. д.

При-

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 223. Изъ чего явствуетъ, что однимъ только линіями можно дѣлать умноженіе и дѣленіе. Ибо во всякомъ умноженіи единица содержится въ множителѣ столько разъ, сколько множимое число въ произведеніи (§. 67. Ариѳ.). И такъ надлежитъ только взять за единицу по изволенію какойнибудь величины линію, и по сей единицѣ представить какъ множителя, такъ и множимое число, и попомъ къ симъ даннымъ притянуть линіямъ искать четвертую пропорціональную линію; то сія, когда она по принятой единицѣ опять въ число перемѣнится, искомое произведеніе покажетъ. И поелику во всякомъ дѣленіи всегда дѣлитель содержится къ дѣлимому числу такъ, какъ единица къ частному числу, (§. 76. Ариѳ.); то также и сіе однимъ линіями учинить можно. И чрезъ сіе то доказывается сходство Ариѳметики съ Геометрією.

З А Д А Ч А XX.

Начертить Геометрическій масштабъ, или размѣръ.

Р ѣ ш е н і е.

1. На прямой линіи АС означь по изволенію десять равныхъ частей, и въ крайней оной точкѣ А возставивъ по изволенію жъ перпендикулярную линію АВ, раздѣли по



добнымъ образомъ на десять же равныхъ частей.

2. Чрезъ точки раздѣленій, означенныя на перпендикулярной линѣи, проведши линѣи съ нижнею параллельныя, на верхней изъ оныхъ BD означь десять равныхъ частей такихъ же, какія означены и на нижней.

3. Изъ крайней перпендикула точки B къ точкѣ 9 , означенной на нижней линѣи, проведи поперечную линѣю $B9$, и съ сею линѣею чрезъ всѣ нижней и верхней линѣи точки раздѣленій проведи параллельныя линѣи; въ точкѣжѣ C также возставь перпендикулярную линѣю CD .

4. Продолживъ по изволению нижнюю и верхнюю линѣи, означь на оныхъ сколько угодно будетъ раздѣленій равныхъ линѣи AC , какъ то фигура показываетъ. Такимъ образомъ будетъ начерченъ жедаемый масштабъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели линѣя AC возьмется за сажень, то десятыя ея части будутъ значить Геометрическіе фушы, а линѣи параллельныя съ основаніемъ въ $\triangle AB9$ умбщающіяся между перпендикулярною линѣею AB и поперечною $A9$ будутъ значить десятыя части фуша, то есть, дюймы. По-
сли-

елику всѣхъ треугольники, происшедшіе отъ проведенной поперечной линіи, по причинѣ линій параллельныхъ съ основаніемъ и общаго угла В, суть подобны между собою (§. 210.); и по тому служатъ здѣсь слѣдующія пропорціи: $BA : A_9 = B_1 : 1m$, или $BA : B_1 = A_9 : 1m$ (§. 139. Ариѳ.). Также $BA : B_2 = A_9 : 2n$ (§. 206. и 207.). Чего ради, когда B_1 есть десятая часть линіи АВ, $1m$ будетъ десятою же частью линіи A_9 . ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 225. Слѣдовательно на семъ маштабѣ изображены части прехъ Геометрическихъ мѣръ. И еслии АС возьмется за мѣру футовъ, то десятыя ея части будутъ значить дюймы, а десятыя части дюймовъ, то есть, линіи частицами $1m$, $2n$ и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 226. Изъ чего явствуетъ, что $1m$ есть сотая часть линіи АС; и такимъ-то образомъ прямая линія раздѣляется на сто частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 227. И такъ всякъ можетъ разумѣть, что такіе маштабы различной величины сдѣланы быть могутъ, какъ кому за благо разсудится, въ большемъ ли видѣ,



или въ меньшемъ представить линѣи Гео-
метрическихъ мѣръ.

ПРИВАВЛЕНІЕ 4.

§. 228. Что касается до употребленія
такого Геометрическаго маштаба, или раз-
мѣра: то положимъ, что надлежитъ по
нему вымѣрять линѣю XZ. Смѣрять цир-
кулемъ величину данной линѣи, поставъ
одну ножку онаго въ точкѣ F, и смотри,
сколь далеко простирается другая его нож-
ка по линѣѣ FA, и тотчасъ видно будетъ,
сколько она цѣлыхъ саженъ, или футовъ
и десятиныхъ оныхъ частей содержитъ;
еслижъ сверхъ того еще содержитъ, то
перенеси циркулъ съ его распвореніемъ съ
одной параллельной линѣи на другую до
тѣхъ поръ, пока на послѣдокъ другая нож-
ка циркула въ одинъ копшойнибудь про-
рѣзъ поперечныхъ линѣй съ параллельны-
ми линѣями точно спанетъ. Какъ на пр.
линѣя XZ заключаетъ въ себѣ $2^{\circ} 3' 4''$ Рав-
нымъ образомъ и съ прочими линѣями по-
ступать надлежитъ, которыя кѣ вымѣ-
рять желаетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 229. Если попребно будетъ начер-
тить маштабъ не по Геометрической, но
по какойнибудь другой мѣрѣ. На пр. по
Россійской: то въ такомъ случаѣ линѣю
AC должно раздѣлить на семь, а перпен-

дикулярную линію АВ на двенадцать равныхъ часіей, по тому что Россійская сажень содержитъ въ себѣ 7. фушовъ, а футъ 12 дюймовъ; далѣежъ должно поступать по вышеписанному.

ЗАДАЧА XXI.

§. 230. Найди разстояніе, между двумя мѣстами А и В находящееся, изъ которыхъ отъ одного къ другому не можно провести прямой линіи за препятствіемъ, въ срединѣ находящимся.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Въ выбранномъ по изволению такомъ прѣпьемъ мѣстѣ, на пр. С, отъ котораго бы къ обоимъ мѣстамъ можно было провести и вымѣрять прямая линіи, воткни колъ, и вымѣривъ разстояніе между А и С, продолжи оное назадъ въ одной и той же прямой линіи до Е, такъ чтобъ было $СЕ = АС$.

2. Вымѣривъ также разстояніе между В и С, продолжи оное до D, такъ чтобъ было $ДС = ВС$, и въ Е и D воткнувъ по колу, между коими означенное разстояніе DE будетъ равно искомому АВ.

3. Еслижъ для продолженія назадъ линій АС и СВ не будетъ доставать мѣста за какимъ нибудь прѣпствіемъ; то въ такомъ случаѣ должно провести хотя нѣ-

сколь



сколькія оныхъ часпи, на пр. половинныя, или шрепши и проч. часпи; почему и между крайними оныхъ шочками означенное разстояніе, на пр. FG будетъ подобная часпъ искомага; то еспъ, еспъли половинныя шѣхъ линѣй часпи перенесены были назадъ; то и FG будетъ половиннаяжъ часпъ искомага разстоянія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Вѣ первомъ случаѣ $\triangle CDE = \triangle ABC$ по причинѣ угловъ при верьху C равныхъ (§. 137.) и равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно $DE = AB$ (§. 151.). Во второмъ же случаѣ для подобной пропорціи нѣсколькихъ часпей будетъ $CF : CD = CG : CE$; почему FG параллельна съ основаніемъ DE (§. 209). И такъ шреугольники CFG и CDE сущъ подобны между собою, и по тому $CF : CD = FG : DE$, или $CF : CD = FG : AB$ (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Вѣ выбранномъ такъже по изволенію такомъ шрепьемъ мѣспѣ, отъ котораго бы къ обоимъ мѣспамъ можно было шровести и шымѣрять прямыя линѣи, шпоставъ шполикъ (§. 118, 142 и 143.).

2. Къ штвержденной на ономъ вѣ шрединѣ шпилекъ приложи линѣйку съ діоптрами, или мишенями, и шведши оныя на мѣста L и M , означъ по онымъ на бумагѣ

магѢ линѢи произвольной длины.

3. ПомѡмѢ вымѢрявѢ разстоянїа CL и CM , и взявѢ подобныя симѢ мѢры по уменьшенному маштабу (§. 228.), означь оныя на линѢяхѢ изѢ C ужѢ на бумагѢ по изволенїю проведенныхѢ.

4. НапослѣдокѢ проведши линѢю NO , вымѢрай оную по помужѢ маштабу; такимѢ образомѢ будетѢ извѣстно искомое разстоянїе LM .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику взятыя по уменьшенному маштабу мѢры NC и OC супѢ пропорціональны линѢямѢ LC и MC ; по NO будетѢ параллельна сѢ LM (§. 209.), и $\triangle NОC \sim \triangle LMC$ (§. 206.); и по тому линѢя NO , взяная по уменьшенному маштабу, по же значитѢ, что и искомое разстоянїе LM настоящую мѢрою ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

1. ВѢ выбранномѢ также по изволенїю прешлемѢ мѢспѢ C поставь Аспролябію (§. 115, 142 и 143.) и чрезѢ оную вымѢрявѢ $\angle LSM$, запиши количество онаго на бумагѢ.

2. ПомѡмѢ изѢ найденнаго угла, помощїю транспортира (§. 168.), и изѢ взятыхѢ по уменьшенному маштабу линѢй, подобныхѢ вымѢряннымѢ (§. 228.), удобно соспавишся вѢ уменьшенномѢ видѢ преу-
голь-

тольникъ (§. 170.), въ которомъ преній бокъ, взятой по тому жъ машпабу, будетъ означать искомое разстояніе.

ЗАДАЧА XXII.

§. 231. Найти взаимное двухъ мѣстъ разстояніе АВ, изъ которыхъ къ одному только В подойти можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Выбравъ по изволенію преніе мѣсто С, и отъ онаго до В вымѣривъ разстояніе, продолжи оное по прямой линіи до D, такъ чѣмъ было $BD = BC$, и въ В и D вопхни по колу.

2. На прямой линіи СА, которая простирается къ неприспупному мѣсту А, вопкнувъ колъ Е и разстояніе отъ онаго до В вымѣривъ, также по прямой линіи продолжи до F, такъ чѣмъ было $BF = BE$, и въ F вопхни колъ.

3. Помѣмъ отъ кола F въ прямой линіи подвигайся назадъ до тѣхъ поръ, пока колья В и А не будутъ казаться также въ прямой линіи; и въ томъ мѣстѣ, гдѣ остановишься, вопхни колъ G; такимъ образомъ отъ кола G до кола В вымѣренное разстояніе будетъ $GB = AB$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда преугольники ЕВС и ВFD равны между собою по причинѣ того, что въ оныхъ $CB = BD$ и $EB = BF$, также $\angle C = \angle F$;

то будетъ и $C = D$ (§. 151.). Почему и треугольники ABC и BDG также равны между собою по причинѣ того, что въ оныхъ $x + o = x + o$, $C = D$ и $CB = BD$; следовательно $AB = BG$ (§. 152.). ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Поставивъ столикъ въ мѣстѣ B , и приложивъ линѣйку съ мишенями къ шпилькѣ i , наведи оныя на мѣста A и C , и означь на бумагѣ неопредѣленные линѣи.

2. Не перемѣняя положенія столика, перенеси оный съ назначенными на немъ неопредѣленными линѣями въ другое мѣсто C , и отъ B до C вымѣрявъ разстояніе, означь оное по взятому уменьшенному масштабу въ iC .

3. Попомъ приложивъ линѣйку съ мишенями къ шпилькѣ вопкнутой въ C , наведи оныя опять на мѣсто A : по проведенная по онымъ мишенямъ линѣя пересѣчетъ линѣи въ первомъ мѣстѣ проведенныя въ точкѣ m ; такимъ образомъ будетъ извѣстно искомое разстояніе AB .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Неколику въ треугольникахъ Cmi и $сАВ$ всѣ углы равны; по бока равнымъ угламъ противоположенные будутъ пропорціональны (§. 210.). Почему im по уменьшенному масштабу будетъ значить то же, что и AB настоящимъ мѣрою. ч. н. д.

РѢ-

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Помощію Астролябіи, сходствуемъ съ предыдущимъ (§. 230.). Ибо изъ двухъ угловъ С и В, чрезъ оную вымѣрянныхъ и одного вымѣряннагожъ бѣка ВС можно будетъ соспавить по уменьшенному взятому машпабу $\Delta C m i \infty \Delta A B C$ (§. 210.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 232. Еслили за какимъ либо препятствіемъ по первому рѣшенію не можно будетъ назадъ перенести цѣлыхъ линій, то въ такомъ случаѣ половинныя, или прешьи и проч. часпи оныхъ переносятся, какъ уже о томъ выше сего упомянуто (§. 230.).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 233. Помощіюжъ вышепоказаннаго рѣшенія (§. 231.) находится широта рѣкы и разстояніе мѣста, за рѣкою находящагося, отъ берега рѣкы, или разстояніе корабля отъ берега морскаго.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 234. Найми разстояніе двухъ мѣстъ между собою, изъ которыхъ ни къ одному подойти не можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ежели захочешь рѣшивъ сію задачу чрезъ колья, то предыдущее рѣшеніе (§. 231.) должно дважды повшорено быть, чрезъ что найдутся линіи $AC = CL$ и $CB = CK$; и по причинѣ равныхъ угловъ при верьху

находящихся произойдетъ $\Delta ABC = \Delta BKL$
и $AB = KL$ (§. 151.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Выбери также по изволению два мѣ-Фиг.
ста С и D, и въ первомъ изъ оныхъ у- 76.
твердивъ сподикъ, по линѣйкѣ съ мише-
нями къ мѣстамъ В, А и D означь на бу-
магѣ произвольной длины линѣи СВ, СА
и СD.

2. Вымѣривъ разстояніе между двумя
мѣстами, по изволению взятыми, находя-
щееся CD, означь оное по уменьшенному
машпабу въ ое, и не перемѣняя положе-
нія, перенеси сподикъ въ D, и по линѣйкѣ
съ мишенями къ мѣстамъ А и В означь
произвольной длины линѣи DA и DB; и
гдѣ сии линѣи пересѣкутъ означенныя въ
первомъ мѣстѣ, тамъ соединивъ оныя
перерѣзы линѣями, означится фигура еогп
въ маломъ видѣ подобная въ большемъ
представляющей фигурѣ ABCD, и гп по
уменьшенному машпабу будетъ изобра-
жать тоже, что и АВ настоящею мѣрою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $\Delta гое \sim \Delta ADC$, по причинѣ
общихъ угловъ при о и е находящихся, и
ое = DC по положенію; также $\Delta оне \sim \Delta$
BDC для тѣхъ же причинъ (§. 152. и 210.):
то $\Delta гне \sim \Delta ABC$ (§. 151. и 210.) и гп

И

по

по уменьшенному маштабу значить тоже, что и АВ настоящей мѣрою. ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Чрезъ Аспролябію сыскавъ углы при о и е находящіеся и линію ое взявъ по уменьшенному маштабу, могутъ начерчены быть въ маломъ видѣ треугольники гое, оне и гпе подобные большимъ треугольникамъ АДС, ВДС и АВС, чрезъ что будетъ извѣстна и линія гп по уменьшенному маштабу изображающая тоже, что и АВ настоящей мѣрою.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 235. Равнымъ образомъ изъ двухъ по изволенію взятыхъ мѣстъ находящіяся разстояніе между множайшими, нежели между двумя мѣстами, находящееся.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 236. Геодезисту при рѣшеніи выше сего предложенныхъ задачъ весьма оспорожно должно поступать, чтобъ разстоянія между мѣстами по изволенію выбираемыми не весьма малыя браны были, также какъ столікъ и Аспролябія опѣ горизонтальнаго (§. 143.), такъ и колья опѣ вершикальнаго (§. 103.) положеній не уклонялись. Ибо погрѣшности въ обоихъ случаяхъ причиненныя въ практикѣ замѣшательство и самое измѣреніе сомнительнымъ обыкновенно дѣлаются.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 237. Вымѣряшь высоту, къ которой Фиг. 77.
подойти можно.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Выбравъ два мѣста Е и Н, которыя бы съ высотой были на равной поверхности земли, утверди въ оныхъ перпендикулярно кольца ЕД и НГ, въ пять и восемь, или въ девять футовъ длиною, въ прямой линіи съ измѣряемою высотой.

2. Приложивъ глазъ къ верху D меньшаго кола ЕД, прикажи подвигать шуда и сюда большій колъ НГ въ прямой линіи до тѣхъ поръ, пока приложенный глазъ къ верху меньшаго кола не будетъ въ одной прямой линіи съ верхомъ Г большаго кола и верхомъ А измѣряемой высоты.

3. Представь, что чрезъ верхъ D меньшаго кола проведена параллельная съ поверхностью землею линія DV и къ высотѣ прямая линія DA; то произойдетъ $\Delta DGF \sim \Delta DBA$.

4. На конецъ вымѣрявъ разстояніе меньшаго кола отъ измѣряемой высоты, то есть DV, и разстояніе меньшаго кола отъ большаго, то есть DG, также разность колевъ FG, сдѣлай слѣдующую посылку:



$$DG: GF = DB: BA$$

То есть, какъ разстояніе меньшаго кола отъ большаго содержитсяъ къ разности колевъ, такъ будетъ содержащяся разстояніе меньшагожъ кола отъ измѣряемой высоты къ самой высотѣ безъ длины меньшаго кола, которую приложивъ къ найденному четвертому Геометрическому пропорціональному числу, будетъ извѣстна вся высота, то есть $BA + DE = AC$. Положимъ, что $DB = EC = 48'$, $DG = EH = 20'$, $GF = 16'$, $ED = 5'$: то

$$20: 16 = 48: 38\frac{2}{3} = DB$$

$$+ 5 = ED$$

$$43\frac{2}{3} = AB$$

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Фиг. 78. 1. Поставивъ вертикально сподикъ въ С, и къ шпилькѣ приложивъ линѣйку съ мишенями, означь на бумагѣ горизонтальную линѣю съ по уменьшенному машшабу, равную мѣроу СВ.

2. Помѣмъ наведши мишени на верхъ А измѣряемой высоты, означь также неопредѣленную линѣю.

3. На конецъ изъ точки в возставивъ перпендикулъ а в (§. 160.), который опредѣлитъ неопредѣленную линѣю, и произойдетъ $\triangle cba \sim \triangle CBA$. Почему будетъ имѣть мѣсто здѣсь слѣдующая пропорція:

$$\underline{cb}: \underline{ba} = \underline{CB}: \underline{BA}$$

или

или $сб: СВ = ба: ВА$ (§. 139. Ариѳ.).

То естѣ, линѣя $ба$ вымѣрянная по взятому уменьшенному машпабу, будетѣ значить тоже, что и $АВ$ настоящею мѣрою, къ чему попомѣ приложивѣ высоту сподлика, будетѣ извѣстна вся желаемая высота.

ЗАДАЧА XXV.

§. 238. Вымѣрять высоту, къ которой подойти не можно.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

Вымѣрявѣ разстояніе LN (§. 231.), далѣе поступай, какѣ въ первомѣ рѣшеніи предыдущей задачи показано (§. 237.).

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

1. Выбравѣ по изволенію два мѣста N Фиг. и M , и въ первомѣ изѣ оныхѣ утвердивѣ ^{79.} вертикально сподикѣ, означь по линѣйкѣ съ мишенями, приложенной къ шпилькѣ, горизонтальную линѣю отъ по взятому машпабу, равную мѣрою NM .

2. Наведи мишени на верхѣ A измѣряемой высоты, и также означь неопредѣленную линѣю.

3. Попомѣ перенеси сподикѣ съ назначенными на немѣ линѣями въ другое мѣсто M , и къ точкѣ r приложивѣ линѣйку съ мишенями, наведи оныя опять на верхѣ A измѣряемой высоты, и по оной



означенная линѣя опредѣлишь неопредѣленную линѣю въ точкѣ К.

4 На концѣ изъ точки К на нѣскольکو проведенную линѣю отъ опуски перпендикулъ К L (§. 165.), и произойдушъ два подобные между собою преугольника, то есть $\Delta K r o \sim \Delta A M N$ и $\Delta K L r \sim \Delta A L M$ (§. 210); и по тому имѣющъ здѣсь мѣсто слѣдующія пропорціи:

$$o r : r k = N M : M A$$

или $o r : N M = r k : M A$ (§. 139. Ариѳ.);
также $r k : k l = M A : A L$

или $r k : M A = k l : A L$ (§. 139. Ариѳ.).

То есть, линѣя $k l$, вымѣрянная по взятому машпабу, будетъ значить тоже, что и $A L$ насоящею мѣрою, къ чему напослѣдокъ приложивъ высоту споліка, будетъ извѣспна вся желаемая высота.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъже образомъ въ разсужденіи какъ сей, такъ и предыдущей задачи (§. 237.) чрезъ Аспролябію вымѣрявъ два угла и разстояніе между мѣспами, по изволенію принимаемыми, можетъ составленъ бытъ, помощію взяпаго машпаба, въ маломъ видѣ преугольникъ точно подобный большому, о томъ при рѣшеніи предыдущихъ задачъ (§. 230 и 231) ясно и довольно упомянуто уже было.

При:

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 239. О прочихъ множайшихъ и различныхъ задачахъ, принадлежащихъ къ практикѣ, пространнѣе упомянуто будетъ въ Тригонометріи, гдѣ всѣ шаковыя задачи гораздо удобнѣе рѣшаются помощію логарифмовъ, соопвѣствующихъ синусамъ и касательнымъ линіямъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О
КРУГѢ И СВОЙСТВАХЪ ОНАГО.
ТЕОРЕМА XIX.

§. 240.

Изъ двухъ концентральныхъ, или одно-
центричныхъ круговъ В и Г окружності
меньшаго вездѣ равно опспоитъ отъ окру- Фиг.
жности большаго. 80.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$HE = HF$ и $HV = HC$ (§. 79.): и по-
тому $HV = HE = HC = HF$, то есть, EV
 $= FC$ (§. 36. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XX.

§. 241. Двѣ дуги DF и EG тогожъ и Фиг.
одного круга, состоящія между параллель- 81.
ными линіями DE и FG , суть равны меж-
ду собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши перпендикулярно попереш-
никъ AC , раздѣляющій хорды FG и DE на

И 4

двѣ



двѣ равныя части, будущѣ и другія означенныя хорды вѣ AF и AG , также AD и AE равны между собою (§. 187.). Почему дуга $ADF =$ дугѣ $AE G$, а дуга $AD =$ дугѣ AE : слѣдовательно $ADF - AD =$ $AE G - AE$, то есть, $DF = EG$ (§. 36. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXI.

Фиг. 82. §. 242. Двѣ хорды вѣ одномъ и томъ же кругѣ проведенныя CD и AB не могутъ взаимно пересѣчь другъ друга вѣ точкѣ F на двѣ равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Если бы точка F двухъ проведенныхъ хордъ взаимно пересѣкающихся была середина: то бы изъ центра E опущенная линія EF къ хордамъ AB и CD была перпендикулярна (§. 187.), также AB и CD были перпендикулярны къ EF ; но какъ ни EF , ни AB и CD не суть перпендикулярны; слѣдовательно и точка F не есть середина двухъ проведенныхъ хордъ, взаимно пересѣкающихся вѣ оной. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXII.

Фиг. 83. §. 243. Двѣ хорды AB и ED проведенныя вѣ равномъ разстояніи отъ центра, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ центръ E проводя перпендикулярныя линіи EH и EI , будетъ $АН$ по-

до-

ловинная часть АВ, а СІ половинная часть СD (§. 187.); почему $АН = СІ$, и слѣдовательно $АВ = СD$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXIII.

§. 244. Хорда не можетъ больше прорѣзывать окружность, какъ токмо въ двухъ точкахъ. Фиг. 84.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что хорда АВ прорѣзываетъ окружность въ трехъ точкахъ А, В и D: то изъ центра С проведенныя къ онымъ прямыя линіи СА, СВ и СD должны быть равны между собою (§. 79.). Но $СD > ВС$: слѣдовательно хорда не прорѣзываетъ окружности въ трехъ точкахъ, и окружность всякаго круга не можетъ проходить чрезъ три точки, на одной и той же прямой линіи находящіяся. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 245. Два круга, взаимно пересѣкающіеся, не могутъ имѣть одного и того же центра. Фиг. 85.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поскольку кругъ Х пересѣкаетъ другій Z по положенію: то часть первого внутри упадетъ другаго. И такъ изъ центра С круга Х проводи полуперпендикуляръ СВ, который будучи продолженъ до окружности круга Z, пересѣчетъ оный въ точкѣ Е, и будетъ СВ часть продолженнаго полупе-



решника СЕ. Но если бы точка С была также центръ и круга Z: то бы, поелику $СВ = АС$ и $СЕ = АС$ (§. 79.) было $СВ = СЕ$ (§. 32. Ариѳ.) Но какъ СВ совсѣмъ не равно СЕ; слѣдовательно круги X и Z взаимно пересѣкающіеся не могутъ имѣть одного и того же круга. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 246. Описать кругъ изъ даннаго центра С по данному полуперешнику АС.

4.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѣ, или на доскѣ.

1. Ножку циркуля поставивъ въ данномъ центрѣ С, сдѣлай раствореніе онаго равное данному полуперешнику АС.

2. Не перемѣняя растворенія, другою ножкою циркуля обойди около центра, такимъ образомъ опишется желаемый кругъ (§. 36. и 85.).

II. На полѣ.

Положимъ, что изъ С полуперешникомъ СЕ должно описать кругъ: то въ 36. точкѣ С надлежитъ крѣпко утвердить маленький колышекъ, и къ нему привязать конецъ веревки такъ, чтобъ она около его свободно могла вертѣться: къ другому концу веревки привязавъ другій острый колышекъ въ такомъ разстояніи, сколь великъ данъ будетъ полуперешникъ, и натянувъ веревку, острымъ концомъ того

ко-

колышка на поверхности земной опишется желаемый кругъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 247. Для вѣрности, чтобъ при описываніи окружности круга колышекъ AD не покривился внутрѣ, или внѣ круга, надлежитъ къ упомянутому колышку привязать въ двухъ мѣстахъ веревочку FBD , и къ ней отъ кола C другую BC ; такимъ образомъ колышекъ AD , когда оный между точками F и D взятъ будетъ, и веревочки натянутся, при описаніи окружности круга не можетъ уже перемѣниться надлежащаго своего положенія.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 248. Описать кругъ чрезъ три дан-Фиг. ные точки A, B, C , которыя бы означены 87. были не на одной и той же прямой линіи.

РѢШЕНІЕ.

1. Соедини тѣ данныя точки прямыми линіями AC и CB .

2. Раздѣли тѣ линіи на двѣ равныя части (§. 163.).

3. Чрезъ точки раздѣленія проводи прямые линіи (§. 123.), которыя взаимно пересѣкаются въ точкѣ I , откуда, такъ какъ изъ центра, чрезъ три данныя точки опишется кругъ.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда линія DE хорду AC , а линія HG хорду CB пересѣкающъ на двѣ равныя части: то онѣ проходящъ чрезъ центръ (§. 187.); и по тому точка I есть центръ круга, проходящаго чрезъ при данныя точки (§. 79.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 249. Равнымъ образомъ находится неизвѣстный центръ даннаго круга, или данной какой дуги, когда въ томъ кругѣ, или подъ тою дугою проведенныя двѣ хорды и соединяющіяся между собою въ одной точкѣ окружности раздѣлены будущъ на двѣ равныя части прямыми перпендикулярными линіями.

ЗАДАЧА XXVIII.

Фиг. §. 250. Въ данномъ треугольникѣ ABC
88. начертить кругъ, котораго бы окружность касалась всѣмъ бокамъ треугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли углы BAC и ABC прямыми линіями AF и BF на двѣ равныя части (§. 177.).

2. Изъ точки F , гдѣ шѣ двѣ прямыя линіи, раздѣляющія углы на равныя части, взаимно пересѣкающа между собою, опусти перпендикулярныя линіи FG , FN , и FI (§. 165.): то изъ точки F описанный кругъ пройдетъ чрезъ при точки G , N , I (§.

(§. 244.), и въ данномъ преугольникѣ начертится желаемый кругъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ преугольникахъ BGF и VHF уголъ $GBF =$ углу FVN по положенію, и линія BF общая обоимъ преугольникамъ; при томъ $\angle BGF = \angle VHF$ (§. 86. и 131.): то $\triangle BGF = \triangle VHF$ (§. 152.) и бока $GF =$ боку HF . Равнымъ образомъ доказывається, что и $FI = GF$; слѣдовательно изъ точки F описанный кругъ проходитъ чрезъ три точки G, H, I , то есть, окружность сего круга касается всѣмъ бокамъ преугольника. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 251. Въ данномъ кругѣ начертить Фиг. 89.
преугольникъ FGH , котораго бы углы рознь были равны угламъ даннаго преугольника ABC ; то есть, чтобъ былъ $\triangle FGH \sim \triangle ABC$.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи линію DFE , которая бы въ точкѣ F касалась окружности круга.

2. Сдѣлай $\angle DFG = \angle ACB$, а $\angle EFH = \angle ABC$ (§. 168.).

3. Помѣмъ проводи линію GH , и составится желаемый преугольникъ, въ кругѣ заключающійся $FGH \sim \triangle ABC$.

До-



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Мѣра угла $\angle GHF$ есть половинная дуга EG (§. 259.), которая есть также мѣроу и угла $\angle DFG = \angle ACB$; слѣдовательно $\angle GHF = \angle ACB$ (§. 32. Ариѳ.). такимъ образомъ $\angle FGH = \angle EFH = \angle ABC$; слѣдовательно $\angle FGH = \angle ABC$, и по тому $\triangle GFH \sim \triangle ABC$ (§. 205. и 210.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XXX.

Фиг.

92.

§. 252. Около данного круга начерпшииъ преугольникъ KMB , котораго бы углы порознь были равны угламъ даннаго преугольника ABC , то есть, что бы былъ $\triangle KMB \sim \triangle ABC$.

РѢШЕНИЕ.

1. Въ данномъ кругѣ проведи полуоперешникъ AD , а даннаго преугольника ABC бокъ AC продолжи съ обѣихъ сторонъ по изволению до I и G .

2. Сдѣлай $\angle EDF = \angle BCG$, $\angle EDH = \angle BAI$.

3. Проведши хорду EF чрезъ E, F, H , проведи касательныя линіи KL, LM и MK , и произойдетъ желаемый преугольникъ KML .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Всѣ углы обѣихъ преугольниковъ, вмѣстѣ взятые, равняются чепыремъ прямымъ угламъ; но, поелику DE и DF суть перпендикулярныя къ касательнымъ линіямъ, $\angle LEF + \angle FED = 90^\circ$, такъ какъ $\angle LFE + \angle FED$; слѣдовательно $\angle ELF + \angle EDF = 180^\circ$. Но \angle

Е

$\angle EDF = \angle BCG$ по положенію, и $\angle BCG + \angle BSA = 180^\circ$; слѣдовательно $\angle ELF = \angle BSA$.
 Такимъ образомъ $\angle EKN = \angle BAS$, и по тому
 $\angle NMF = \angle CBA$; слѣдовательно $\triangle KLM \sim$
 $\triangle ABC$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 253. Описать кругъ около даннаго Фиг. 91.
 треугольника ABC.

РѢШЕНІЕ.

Даннаго треугольника бока АВ и АС раздѣли на двѣ равныя части (§. 163.), и гдѣ оныя взаимно пересѣкутся, на пр. въ точкѣ m, тамъ будетъ центръ круга, который описать пребудетъ около даннаго треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ уже написанъ въ кругѣ, то всѣ бока его будутъ какъ хорды (§. 37); линіи жъ перпендикулярныя, раздѣляющія хорды на двѣ равныя части, проходящія чрезъ центръ (§. 187.). слѣдовательно, гдѣ двѣ такія линіи взаимно пересѣкаются, тамъ будетъ центръ желаемого круга. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXII.

§. 254. Начертить въ кругѣ равносто- Фиг. 93.
 ронный треугольникъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ кругѣ проводи поперешникъ DC и изъ точки D полупоперешникомъ



комъ DE начерти дугу AEV .

2. Помомъ проводи линѣи AB , AC и BC , и произойдеиъ желаемый преугольникъ ABC .

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 255. Раздѣлишь дугу круга на такое равныхъ частей число, которое бы дѣлимо было на 2 и на его возвышенія 4. 8. 16.

Фиг. 32 и проч.

94.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что требуется раздѣлить четверть круга ABC на шестинащатъ равныхъ частей, то

1. Изъ точекъ A и C описавъ одинакимъ раствореніемъ циркула двѣ дуги, взаимно пересѣкающіяся въ точкѣ D , проводи къ оной прямую линію BD , копорая раздѣлитъ дугу AC на двѣ равныя части въ точкѣ E .

2. Равнымъ образомъ дугу EC въ точкѣ F , дугу FC въ точкѣ G и дугу GC въ точкѣ H раздѣли на двѣ равныя части; такимъ образомъ дуга HC будетъ шестинащатая доля въ разсужденіи всей дуги AC .

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 256. Такимъ же образомъ дѣлился дуга круга на безконечное число равныхъ частей, то есть, сперва должно раздѣлить цѣлое на два, а помомъ части его одну послѣ другой также на два.

ТЕ-

ТЕОРЕМА XXV.

§. 257. Уголъ при центрѣ BCD есть вдвое больше угла при окружности BAD , когда бока обоихъ угловъ состоятъ на одной и той же дугѣ окружности.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при Фиг. 12.
окружности проходитъ чрезъ центръ, а
другой въ центръ; то

Поскольку въ равнобедренномъ треуголь-
никѣ ACD (§. 67.) углы при основаніи A
и D равны между собою (§. 186.) и внеш-
ній уголъ $DCB = A + D$ (§. 204.): то бу-
детъ $\angle DCB = 2 \angle DAB$ (§. 31. Ариѳ.).

Случай 2. Когда оба бока угла при о- Фиг.
кружности будутъ находиться въ центръ 96.
такъ, что одинъ бокъ онаго съ одной, а
другой съ другой стороны центра будутъ
состоять: то

Изъ верха угла при окружности про-
ведши чрезъ центръ линію ACE , будетъ
 $x = 2n$ и $y = 2r$ по первому случаю; слѣдо-
вательно $x + y = 2n + 2r$ (§. 35. Ариѳ.), то
есть $\angle DCB = 2 \angle DAB$.

Случай 3. Когда оба бока угла при окру- Фиг.
жности съ одной стороны центра будутъ 96.
находиться, то

Изъ верха угла при окружности про-
ведши также чрезъ центръ линію ACE ,
будетъ $y + x = 2r + 2n$ по первому случаю;

нох $= 2n$ по шомужъ случаю; слѣдовательно
 $y = 2r$, по еспѣ $\angle DCB = 2\angle DAB$. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Фиг.

97.

§. 258. Углы при окружности А и В, копорыхъ бока состоятъ на той же дугѣ, или на равныхъ, сущь равны между собою; поелику оные сущь половинные равныхъ угловъ при центрѣ. На противъ того углы при окружности состоящіе на не равныхъ дугахъ, сущь не равны между собою, и большимъ угломъ починается менѣ, копорый противопологается большей дугѣ, а меньшимъ, копорого бока стоятъ на меньшей дугѣ. На пр. В $\angle A$, по тому что дуга $EF \angle$ дуги CD .

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 259. И такъ мѣра угла при окружности естѣ половинная дуга той окружности, на копорой бока его состоятъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

Фиг.

98.

§. 260. Почему уголъ въ полукружїи состоящїй ВАС, по еспѣ, копорого бока состоятъ на поперешникѣ круга, естѣ прямой (§. 50.). И начертивъ полкруга, много прямыхъ угловъ въ ономъ удобно означено быть можетъ. Также по углу означенному въ полукружїи, и какъ прямому, свидѣтельствуется исправность наугольника (§. 104.).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 261. Слѣдовательно уголъ при окружности, котораго бока споятъ на большей дугѣ, нежели полукруга, есть тупой, а который на меньшей дугѣ, нежели полукруга, тотъ починается остримъ (§. 50.)

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 262. Изъ чего явствуетъ также и сіе, что всѣ углы равны между собою, сколько Фиг. 100. оныхъ ни будетъ означено въ одномъ кругѣ и споятъ на меньшей дугѣ, нежели полукруга. Положимъ на пр. что означены углы $\angle ACB$, $\angle ADB$ и $\angle AEB$, которыхъ бока споятъ на одной и меньшей, нежели полукруга, дугѣ AB : то изъ центра F проводя линіи AF и BF , будетъ $\angle AFB = 2 \angle ACB = 2 \angle ADB = 2 \angle AEB$ (§. 257.). Почему $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$.

ТЕОРЕМА XXVI.

§. 263. Уголъ ABC , коего верхъ находится между центромъ и окружностію круга, имѣетъ мѣру половинную дугу Фиг. 101. AC , на которой споятъ бока его, вмѣстѣ съ половинноюжъ дугою DE , на которой споятъ бокажъ изъ верха продолженные.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Продолжи AB до E , CB до D и проводи линію EF параллельную съ DC : то будетъ угла AEF мѣра половинная части дугъ $AC + CE$ (§. 259.). Но какъ $CF =$

1 2

DE



DE (§. 241.): то угла AEF будетъ мѣрою половинная дуга AC вмѣстѣ съ половиною дугою DE (§. 31. Ариѳ.). А какъ $\angle ABC = \angle AEF$ (§. 191.): то и угла ABC мѣрою будетъ половинная дуга AC вмѣстѣ съ половиною дугою DE (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXVII.

Фиг. §. 264. Уголъ ABC, коего верхъ находится вѣ окружности круга, и бока его пересѣкаютъ окружность вѣ точкахъ D и E, имѣетъ мѣрою половинную дугу AC безъ половинной дуги DE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линію DF параллельную съ BC, будетъ угла ADF мѣрою половинная дуга, AF (§. 259.), или половинная дуга AC безъ половинной дуги FC = DE (§. 241.) Но какъ $\angle ABC = \angle ADF$ (§. 191.): то $\angle ABC$ мѣрою будетъ половинная дуга AC безъ половинной дуги DE (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 265. Изъ всего вышеписаннаго слѣдуетъ, что уголъ при окружности ADC, составленный изъ хорды DC и прямой линіи AD, которая будучи продолжена, прорѣзываетъ кругъ, имѣетъ мѣрою половинную дугу прошивоположенную хордѣ DC вмѣстѣ съ половиною дугою прошиволежащею хордѣ BD. Поелику линія ADB есть

есть прямая, такъ какъ и линѣя DC: по углы $BDC + ADC = 180^\circ$ (§. 133.): и слѣдовательно имѣющъ мѣрою половину всей окружности круга (§. 38.). Но какъ $\angle BDC$ имѣетъ мѣрою половинную дугу BC (§. 259.): то $\angle ADC$ будетъ имѣть мѣрою половинную дугу DC вмѣстѣ съ половинною дугою BD.

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 266. Возспавить перпендикулярную Фиг. AD въ концѣ A другой линѣи АВ. линѣю ^{104.}
РѢШЕНІЕ.

1. По верьхъ данной линѣи возьми въ какомъ нибудь по изволенію мѣстѣ центръ C и изъ онаго чрезъ крайнюю почку A опиши кругъ.

2. Изъ другой же почки B, чрезъ копорую окружность круга проходишь, проводи чрезъ центръ прямую линѣю, то есть поперещникъ BCD, и изъ D къ A опущенная прямая линѣя DA будетъ желаемый перпендикулъ. Ибо $\angle DAB$ есть прямой (§. 260.), какой съ обѣихъ сторонъ и составляетъ перпендикулярная линѣя (§. 49.).

Или

1. На данной линѣи АВ сдѣлай равно-Фиг. сторонный преугольникъ ACB (§. 172.). ^{105.}

2. Бокъ того преугольника BC продолживъ до D такъ, чтобъ было $DC = CB$, изъ D проводи линѣю DA, копорая будетъ



также желаемый перпендикулъ, возстав-
ленный въ точкѣ А.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $\triangle ACB$ есть равноспоронный по положенію: то каждый въ ономъ уголъ будетъ по 60° (§. 200.), то есть $\angle CAB = 60^\circ$. Но какъ $\angle BCA = \angle CDA + \angle DAC$ (§. 204.) и $\angle CDA = \angle DAC$ (§. 186.): то каждый изъ нихъ будетъ имѣть по 30° ; то есть, $\angle CDA = 30^\circ$ и $\angle DAC = 30^\circ$, слѣдовательно $\angle BAC = 60^\circ + \angle CAD = 30^\circ = \angle BAD = 90^\circ$. То есть DA есть перпендикулярна къ AB (§. 49.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXV.

Фиг.
106.

§. 267. Найди среднюю пропорціональ-
ную линію между двумя данными прямы-
ми линіями.

РѢШЕНІЕ.

1. Данные прямая линіи AB и BC со-
единивъ въ одну прямую линію, на соспа-
вленной изъ оныхъ линіи ABC опиши пол-
круга.

2. Помѣмъ изъ соединенія точки B воз-
ставъ перпендикулярную линію BD (§. 160.),
которая будетъ желаемая средняя пропор-
ціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC , ABD и BDC суть
равноугольные и подобные между собою
(§. 210.), поелику $\angle C = \angle ADC$ (§. 49. и
260.)

260.) и углы γ и δ суть общіе какъ большому треугольнику ADC , такъ и двумъ меньшимъ треугольникамъ ABD и BDC . Изъ чего явствуемъ, что всѣ углы во всѣхъ треугольникахъ суть равны между собою (§. 203.); слѣдовательно будетъ имѣть мѣсто здѣсь слѣдующая пропорція $AB:BD=BD:BC$. И по тому BD есть средняя пропорціональная линія между двумя данными линіями AB и BC (§. 136. Ариѳ.). ч. н. с. и д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 268. Слѣдовательно всѣ линіи отъ точекъ окружности перпендикулярно проведенныя на поперешникъ, суть среднія между отрѣзками поперешника, и когда $AB:BD=BD:BC$, то изъ данной, такъ бы сказать, стрѣлы AB и половиной хорды BD находящейся весь поперешникъ (§. 175. Ариѳ.) На пр. $AB=80$, $BD=300$: то будетъ $BC=1125$ и по тому $AB+BC=AC=1205$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 269. И поелику $\triangle ADC$ есть прямоугольный: то явствуемъ, что перпендикулярная линія, которая изъ верха прямого угла опускается на ипогенузу, раздѣляетъ этотъ треугольникъ на два другіе прямоугольные между собою и цѣлому порознь подобные треугольники.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 270. Равныя дуги AGB и BFC тогожъ
 Фиг. и одного круга противопологаются равнымъ
 107. хордамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши подѣлѣми двумя дугами хорды AB и BC и къ центру D прямыя линіи AD , BD и CD , произойдетъ $\triangle ADB = \triangle BDC$, поелику въ оныхъ $x = y$ (§. 86.), $AD = BD$ и $BD = CD$ (§. 79.); слѣдовательно $AB = BC$ (§. 151.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Еслилижъ дуги суть не равныя, то и хорды тѣмъ дугамъ противоположенныя будутъ не равныя, то есть, большая хорда большей дугѣ, а меньшая меньшей дугѣ противопологаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И поелику извѣстно, что вся-
 Фиг. кій преугольникъ можетъ написанъ быть
 108. въ кругѣ (§. 251.). Положимъ, что сіе уже учинено: то всѣ углы того преугольника, какъ при окружности находящіеся, будутъ половинные въ разсужденіи угловъ при центрѣ состоящихъ и противопологающихся тѣмъ же дугамъ (§. 257.). Почему меньшій преугольника уголъ C противопологается меньшей дугѣ AEB , большій же уголъ A большей дугѣ BFC . Но какъ большій бокъ большей дуги, и меньшій меньшей

шей дуги есть хорда: то слѣдуетъ, что въ треугольникѣ больший уголъ большому боку, а меньшій уголъ меньшему боку противопологается.

П Р И В А В Л Е Н І Е 3.

§. 273. Изъ выше предложеннаго прибавленія (§. 271.) явствуетъ также и сіе, что въ двухъ треугольникахъ всѣ углы будутъ равны между собою, ежели они будутъ имѣть всѣ три бока равные, о чемъ и выше сего уже упомянуто (§. 153.). Ибо около обоихъ такихъ треугольниковъ во особливости описавъ круги (§. 252.) бока ихъ, какъ хорды, будутъ соотвѣтствовать равномѣрнымъ дугамъ, то есть, равнымъ угламъ (§. 269.).

Т Е О Р Е М А XXIX.

§. 274. Поперешникъ круга есть изъ всѣхъ хордъ, какія въ томъ же кругѣ могутъ быть проведены, самая большая хорда. Фиг. 109.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Сколь близко подлѣ поперешника АВ ии проведемъ хорду DE; однако всегда она будетъ меньше поперешника. Ибо проведши поперешники DC и EC, въ происшедшемъ отъ того треугольникѣ DCE будетъ бокъ $DE \angle DC + CE$ (§. 180.). Но поелику $DC + CE = AB$ (§. 79.); то будетъ $DE \angle AB$. (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXX.

Фиг. §. 275. Ежели въ кругѣ будутъ проведены двѣ хорды, взаимно пересѣкающіяся не въ центрѣ онаго; то $\angle AEB + \angle CED$ будетъ мѣрою сумма двухъ дугъ $AFB + CGD$, на которыхъ бока тѣхъ угловъ стоятъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки А и С, также В и D соединивъ линіями АС и ВD, будетъ $\angle CED = \angle CBD + \angle ADB$ (§. 204.) Но $\angle CBD$ имѣетъ мѣрою $\frac{1}{2} CGD$, а $\angle ADB$ измѣряется $\frac{1}{2} AFB$ (§. 259.); слѣдовательно и $\angle CED$ будетъ имѣть мѣрою $\frac{1}{2} CGD + \frac{1}{2} AFB$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 276. Найди окружностію круга, когда данъ будетъ поперешникъ его; и обратно сыскавъ поперешникъ круга, зная окружностію его.

РѢШЕНІЕ.

Когда поперешникъ круга къ окружности его содержишься

По Архимед. какъ 7 : 22

По Цейлен. — 100 : 314

По Меціев. — 113 : 355 :

То зная поперешникъ даннаго круга, по тройному правилу найти можно будетъ и окружностію (§. 349. Ариѳ.). Положимъ, что данъ поперешникъ = 256'', окружностію такого круга будетъ

$$\begin{array}{l} 7: 22 = 256: 804 \frac{4}{7} \\ 100: 314 = 256: 803 \frac{21}{25} \\ 113: 355 = 256: 804 \frac{28}{113} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7: 22 \\ 100: 314 \\ 113: 355 \end{array}} \right\} \text{окружность}$$

Для сысканія жъ поперешника упопребляется слѣдующая пропорція:

$$22: 7 = 804 \frac{4}{7}: 256 \text{ поперешникъ.}$$

П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 277. Поелику такое содержаніе служилъ и для другихъ всякихъ круговъ: то явствуетъ изъ сего 1.) окружности круговъ содержащихся между собою такъ, какъ ихъ поперешники, или полупоперешники. 2.) Зная всю окружность круга, частицами прямолинейной мѣры опредѣленную (§. 275.), всякую ея долю, то есть, дугу въ градусахъ извѣстную подобнымъ же образомъ можно опредѣлить чрезъ тройное правило.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 278. О почившемъ содержаніи поперешника къ окружности въ Тригонометріи на своемъ мѣстѣ пространствѣ упомянуто будетъ.

К О Н Е Ц Ъ П Е Р В О Й Ч А С Т И.



ЧАСТЬ ВТОРАЯ.
ЭПИПЕДОМЕТРІЯ,
или
ПЛАНИМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О

СВОЙСТВЪ И НАЧЕРТАНИИ ПОВЕРЬХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 279.

Поверхность (Superficies), или плоскость (Planum), какъ уже выше сего сказано (§. 29.) есть величина, имѣющая пропѣяженіе въ длину и ширину, безъ всякой толщины, ограниченная линіями.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 280. Четверобочныя поверхности, въ которыхъ будутъ каждыя два противоположенные бока параллельны и равны между собою, называющіяся *Параллелограммами* (Parallelogramma).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 281. Слѣдовательно квадратъ, продолговатый прямоугольный чеппероугольникъ, ромбъ и ромбоидъ, поелику въ нихъ противоположенные бока параллельны и равны между собою (§. 68.), суть параллелограммы (§. 280.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 282. Угломъ при центрѣ (angulus centri) въ многоугольныхъ фигурахъ почитается томъ уголъ, который замыкается между двумя полупоперешниками, проведенными къ центру изъ крайнихъ точекъ котораго нибудь бока многоугольника, на пр. EDF, или EDB; угломъ же многоугольника (angulus Polygoni) почитается томъ уголъ, который замыкается между боками многоугольника, при окружности находящимися, на пр. BAC, или BEF.

Фиг.
111.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 283. Начертишь квадратъ на данной прямой линіи АВ.

Фиг.
112.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ А на данной линіи АВ возставь перпендикулярную линію $AC = AB$ (§ 160.).

2. Потомъ изъ В и С раствореніемъ циркула равнымъ линіи АВ начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D.

3. На конецъ проводи прямыя линіи CD и DV, и произойдетъ желаемой квадратъ ABCD.

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведеніи діагональной линіи AD , произойдутъ два треугольника ABD и ACD , въ которыхъ будетъ $AB = AC$ по самому рѣшенію, $CD = BD$ (§. 79.), $AD = AD$ (§. 30. Аріе.); слѣдовательно $\angle BAD = \angle CDA$ и $\angle ADB = \angle DAC$ (§. 191.) и по тому AB съ CD , а AC съ BD параллельны (§. 193.). При томъ $\angle CAB$ есть прямой (§. 49.), то будутъ и углы ACD , CDB и DCA также прямые (§. 192.); того ради $ABCD$ есть квадратъ (§. 68.) ч. и. д.

ЗАДАЧА XXXVIII.

Фиг. 113. §. 284: Начертить продолговатый прямоугольный чепвероугольникъ, когда будутъ даны бока AB и AC .

РѢШЕНІЕ.

1. На одномъ изъ данныхъ бокъ AB изъ A возставъ перпендикулярную линію AC (§. 160.), равную другому данному боку AC .

2. По томъ изъ C распуореніемъ циркула равнымъ AB , а изъ B , равнымъ AC начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D .

3. На конецъ проводи прямыя линіи CD и DB , и произойдетъ желаемый ромбъ $ABCD$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведеніи діагональной линіи CB , произойдутъ два треугольника CAB и CBV ,
въ

въ которыхъ будетъ $AB = CD$ и $AC = BD$ по самому рѣшенію, такжежъ $CB = CB$ (§. 30. Ариѳ.), слѣдовательно $\angle CBA = \angle BCD$ и $\angle BCA = \angle CBD$ (§. 191.), и по тому AB съ CD , а AC съ BD параллельны (§. 193.). При томъ $\angle BAC$ есть прямой (§. 49.), то будутъ и углы ACD , CDV и DVA также прямые (§. 192.); того ради $ABCD$ есть продолговатый прямоугольный четвероугольникъ (§. 68.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 285. Начерпши ромбъ, когда будетъ Фиг. дана линія AB и уголъ EFG . 114.

РѢШЕНИЕ.

1. На данной линіи AB въ A означъ уголъ равный данному EFG (§. 168.) и проведи линію $AC = AB$.

2. Помощь изъ B и C распвореніемъ циркула, равнымъ данной же линіи AB , начерпи дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D .

3. На конецъ проведи линіи CD и DB , и произойдетъ желаемый ромбъ $ABCD$. (§. 68.).

ЗАДАЧА XL.

§. 286. Начерпши ромбоидъ, когда бу- Фиг. дутъ даны бока AB и AC и уголъ GEF . 115.

РѢШЕНИЕ.

1. На одномъ изъ данныхъ боковъ AB въ A означъ уголъ, равный данному углу GEF (§. 168.) и проведи линію $AC = AC$.

2. Попомъ изъ В раствореніемъ циркула, равнымъ АС, а изъ С, равнымъ АВ начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D.

3. На конецъ проводи прямыя линіи CD и BD, и произойдетъ желаемый ромбидъ ABCD (§. 68.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 287. Рѣшеніе послѣднихъ двухъ задачъ доказывается такимъ же образомъ, какъ и предыдущихъ двухъ. (§. 283. и 284.)

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 288. Всякая чепвероугольная фигура не всегда означаенія чепырмя буквами, но Фиг. для краткости большею частію и обыкно-
113. венно означаенія двума съ угла на уголъ
и
114. находящимися. На пр. AD, или CB.

ТЕОРЕМА XXXI.

§. 289. Всякой параллелограммъ діагональною линіею раздѣляется на два равные Фиг.
116. треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда $ON = PQ$, $OP = NQ$ (§. 280.) и $NP = NP$ (§. 30. Ариѳ.); то будетъ $\Delta NOP = \Delta NQP$ (§. 153.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 290. Почему всякой плоской треугольникъ можетъ и долженъ почитаться за половину шого параллелограмма, съ которымъ онъ будетъ имѣть одно основаніе и одну высоту.

ТЕ-

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 291. Во всякой чепвероспоронной фигурѣ всѣ чепыре угла, вмѣстѣ взяпые, равняются чепыремъ прямымъ угламъ, Фиг. или 360° . 116.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Діагональнѣя линіѣя NP раздѣляетъ чепвероспоронную фигуру $NOPQ$ на два равныя преугольника NOP и NQR (§. 289.); и какъ во всякомъ преугольникѣ при угла, вмѣстѣ взяпые, равняются двумъ прямымъ угламъ, или составляютъ 180° (§. 197.): то въ двухъ преугольникахъ шесть угловъ, вмѣстѣ взяпые, будутъ равняться чепыремъ прямымъ угламъ, или будутъ составлять 360° . ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 291. Во всякой чепверобочной фигурѣ, ежели пропивоположенныя бока ON и PQ , такожъ OR и NQ супъ равныя: то Фиг. оныя будутъ и параллельны между собою. 116.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Діагональнѣя линіѣя NP раздѣляетъ чепверобочную фигуру $NOPQ$ на два равныя преугольника NOP и NQR (§. 289.): то будетъ $ON = PQ$, $OR = NQ$ и $NP = NP$; слѣдовашельно будетъ $o = x = m = n$ и $u = y$ (§. 153.); а когда $o = x =$ и $m = n$ (§. 191): то будетъ ON съ PQ , а OR съ NQ параллельны (§. 193.). ч. н. д.

К

ТЕ.



ТЕОРЕМА XXXIV.

Фиг. §. 292. Ежели въ параллелограмѣ АНГІ
117. чрезъ точку D діагональной линіи ІН, въ
ономѣ проведенной, будутъ означены двѣ
линіи ВF и СЕ параллельныя съ боками
ГН и АН того параллелограмма: то изъ
того произойдутъ чепыре параллелограм-
ма, изъ коихъ два АВCD и DEFG, чрезъ
которые не проходитъ діагональная ли-
нія, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$$\begin{aligned} \Delta HIA &= \Delta CID + \Delta BDH + \Delta BCD \\ \Delta HIG &= \Delta DIF + \Delta HDE + \Delta EFG \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (\S. 34. \text{ Ариѳ.}) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{Но какъ } \Delta HIA &= \Delta HIG \\ \Delta CID &= \Delta DIF \\ \Delta BDH &= \Delta HDE \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (\S. 289.) \end{array} \right.$$

$$\text{То } \Delta HIA - \Delta CID - \Delta BDH = \Delta BCD$$

$$\text{а } \Delta HIG - \Delta DIF - \Delta HDE = \Delta EFG$$

То есть $\Delta BCD = \Delta EFG$ (§ 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXV.

Фиг. §. 293. Ежели въ четверосторонной фи-
118. гурѣ, написанной въ кругѣ, будутъ про-
ведены двѣ діагональныя линіи; то пло-
скость, происшедшая изъ умноженія тѣхъ
діагональныхъ линій между собою рав-
няется суммѣ плоскостей, происшедшихъ
изъ умноженія двухъ каждыя пропиво-
положенныхъ боковъ между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что въ кругѣ написана че-
тверосторонная фигура АВCD и въ оной
про-

проведены двѣ діагональныя линѣи АВ и СD: то будетъ $AB \times CD = AC \times BD + BC \times AD$. Ибо по проведеніи линѣи АЕ такъ, чтобъ сдѣлался $\angle DAE = \angle BAC$, и поелику $\angle ACE = \angle ABD$ (§. 262.), такъжѣ $\angle CAE = \angle BAD$, по тому что они составлены изъ равныхъ угловъ DAE и BAC и общаго BAE, или FAE: то будетъ $\triangle ACE \sim \triangle ABD$ (§. 205.), и по тому служипъ здѣсь слѣдующая пропорція:

$$AC : CE = AB : BD$$

Или $AB \times CE = AC \times BD$ (§. 135. Ариѳ.)

Припомъ $\angle ABC = \angle ADE = \angle ADC$ (§. 262.), такъжѣ $\angle BAC = \angle DAE$ по самому рѣшенію: то будетъ $\triangle ACB \sim \triangle AED$ (§. 205.), и по тому служипъ здѣсь слѣдующая пропорція:

$$BC : AB = ED : AD$$

Или $AB \times ED = BC \times AD$ (§. 135. Ариѳ.)

Итакъ $AB \times CE + ED = AC \times BD + BC \times AD$

Или $AB \times CD = AC \times BD + BC \times AD$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 294. Когда окружность круга раздѣ-Фиг. лишился на сколько нибудь равныхъ частей, III. и подъ оными частями проведенъ хорды: то изъ того произойдетъ правильная фигура, имѣющая столько боковъ, на сколько частей будетъ раздѣлена окружность круга.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда дуги АВ, ВЕ, ЕГ и проч. равны по положенію: то и хорды подѣлѣны дугами проведенныя будущѣ также равны между собою (§. 270.); углыжѣ АВЕ, ВЕГ, ЕГГ и проч. состоящіе на равныхъ дугахъ, суть равны между собою (§. 86.); слѣдовательно фигура АВЕГГС есть правильная (§. 70.). ч. н. д.

ЗАДАЧА ХІІ.

Фиг. §. 295. Начерпипѣ правильный шесті-
угольникѣ, когда будешѣ данѣ бока его.

РѢШЕНІЕ.

1. Даннымѣ бокомѣ шестіугольника, такѣ какѣ полупоперешникомѣ, начерпи кругѣ.

2. На окружности онаго означѣ шестѣ разѣ полупоперешникѣ, равный данному боку.

3. Помѣмѣ точки раздѣленія, на окружности означенныя, соедини прямыми линиями, и произойдетѣ желаемый шестіугольникѣ АВЕГГС.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Есшлі изѣ центра D къ которому нибудѣ углу многоугольника проведешѣ полупоперешники, на пр. DF и DE: то произойдетѣ равносѣоронный тѣеугольникѣ DEF, въ которомѣ $\angle EDF = 60^\circ$ (§. 200.). Но 60° есть шестая часть изѣ всей окружнотѣ.

жности круга, или 360° ; следовательно дуга пропивоположенная $\angle EDF$ есть шестая часть окружности и хорда той дуги пропивоположенная EF изображаетъ бока правильного шестіугольника. ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 296. Когда знаешь, какъ начертить шестіугольникъ: то можешь начертить двенадцатиугольникъ, дващатичетыреугольникъ и всякой другой правильной многоугольникъ, который будетъ происходить изъ непрерывнаго продолженія сѣченія дугъ шестіугольника на двѣ равныя части; въ особливостижъ для начертанія правильного шестіугольника потребно только во первыхъ начертить равноспоронный треугодникъ: то верхъ онаго будетъ центръ круга, изъ котораго когда начертишь кругъ, и на окружность онаго перенесешь шесть разъ полуперешникъ, начертится желаемый шестіугольникъ. Изъ чего явствуетъ также и сіе, что бока шестіугольника правильного равенъ полуперешнику круга, около его описаннаго.

ЗАДАЧА XLII.

§. 297. Начертить всякой правильной Фиг. многоугольникъ, когда будетъ данъ по-119. перешникъ круга, въ которомъ должно состоять тому многоугольнику.



РѢШЕНІЕ.

1. Начертивъ даннымъ полупоперешникомъ АС окружность круга, раздѣли оную прямыми перпендикулярными линіями, взаимно пересѣкающимися въ центрѢ, на чепыре равныя части.

2. Которую нибудь чепвершую часть окружности раздѣли на сколько равныхъ частей, сколько боковъ долженъ имѣть желаемый многоугольникъ, то есть, для пятиугольника на пять, для шестиугольника на шесть, для семиугольника на семь, и такъ далѣе, равныхъ частей должно дѣлить чепвершую часть окружности.

3. Изъ оныхъ частей взявъ чепыре части сославявъ дугу, подѣ которую проведена хорда будетъ бокъ желаемого многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда чепвершую часть окружности раздѣляешь на сколько равныхъ частей, сколько боковъ долженъ имѣть многоугольникъ, то сіи части, вчетверо взявъ, означатъ число всѣхъ подобныхъ частей для всей окружности. Но какъ изъ умноженія и дѣленія простыхъ чиселъ явствуетъ, что по раздѣленіи произведенія на множителя происходитъ множимое число, а по раздѣленіи того же произведенія на множитель (§. 68.

Ариѳ.)

Ариэ.); того ради по раздѣленіи числа всѣхъ часпей окружности на чепыре, произойдетъ число часпей для одной чепверпой часпи той окружности, которое, какъ уже сказано, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно проведенная хорда подѣлитъ такими чепырьмя часпями еспь искомый бокъ многоугольника. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 298. Карлъ Реналдинъ кн. 2. стран. 367. и слѣд. о рѣшен. и составл. Матем. для начерченія многоугольныхъ правильныхъ фигуръ хотя и похваляетъ слѣдующее правило:

1. Поперешникъ круга раздѣли на столько равнохъ часпей, сколько боковъ должна имѣть многоугольная фигура.

Фиг.
120.

2. На поперешникъ, такимъ образомъ раздѣленномъ, начерпи равноспоронный Δ АВС (§. 172.).

3. Изъ верьху онаго С чрезъ вторую раздѣленія точку D, то еспь, чпобъ BD соспавляло двѣ часпи изъ шѣхъ, на какія весь поперешникъ раздѣленъ, проводи до самой окружности въ точку Е прямую линію СЕ и попомъ хорду ЕВ, которая, по мнѣнію Реналдинову, будетъ бокъ желаемой многоугольной фигуры.

Однако какъ раздѣленіе поперешника на часпи дѣлается механическимъ образомъ,



практика и доказательство показываютъ, что сей Ренальдиновъ способъ для начерченія многоугольныхъ фигуръ не можеть почестся Теометрическимъ, и принятъ за всеобщій.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 299. Найти величину угла во всякомъ правильномъ многоугольникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 1. Число градусовъ всей окружности, 321. то есть 360° , раздѣли на число боковъ.

2. Происшедшее изъ того частное число вычти изъ 180° , остатокъ будетъ показывать величину угла правильнаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ раздѣленіе 360° на число боковъ находится дуга В С и ей противоположенный уголъ при центрѣ А, число градусовъ котораго когда вычтешь изъ 180° , останется въ преугольникѣ А В С сумма двухъ угловъ, при основаніи находящихся $x + y$ (§. 199.). Но какъ $\triangle А В С = \triangle А С D$ (§. 153.); то будетъ $y = n$; слѣдовательно $x + y = y + n$ (§. 31. Ариѳ.), то есть $y + n$ составляетъ многоугольника уголъ В С D. Ч. н. д.

Положимъ, что требуется найти уголъ правильнаго пятиугольника: то въ силу рѣшенія и доказательства, когда раздѣ-

дѣлишь 360° на пять, произойдутъ 72° , составляющія количество угла при центрѣ, по вычитаніи которыхъ изъ 180° , останутся 108° для угла пятиугольника. Такимъ же образомъ и слѣдующія величины угловъ при центрѣ и многоугольника сыскивать.

Многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
уголъ при цен.	72	60	$53\frac{3}{4}$	45	40	36	$32\frac{1}{2}$	30
уголъ многоу.	108	120	$128\frac{1}{4}$	135	140	144	$147\frac{1}{2}$	150

ЗАДАЧА XLIV.

§. 300. Начерпши правильный многоугольникъ, когда будетъ данъ бокъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ крайнихъ точкахъ В и С даннаго бѣка ВС означъ половинное число градусовъ желаемаго многоульника (§. 299)

2. Проведи прямыя линіи АВ и АС, и такимъ образомъ на данномъ бокѣ ВС, такъ какъ на основаніи, начерпится равнобедренный $\triangle ABC$ (§. 67.)

3. Наконецъ изъ верьху А начерченнаго равнобедреннаго треугольника, такъ какъ изъ центра, полупоперешникомъ АВ, или АС начерпи кругъ и на окружность онаго перенеси столько разъ, сколько потребно, данный многоугольника бокъ ВС; такимъ образомъ произойдетъ желаемый правильный многоугольникъ.



Или

1. Въ крайней точкѣ на пр. В даннаго бока означивъ цѣлое число градусовъ желаемого многоугольника, проводи прямую линію $BF = BC$.

2. Потомъ въ другой крайней точкѣ С даннаго жѣ бока означивъ цѣлое жѣ число градусовъ желаемого многоугольника, проводи также прямую линію $CD = BC$.

3. Наконецъ изъ крайнихъ точекъ F и D распвореніемъ циркула, равнымъ данному жѣ боку В С, начерши дуги, пересѣкающіяся въ точкѣ Е, къ которой когда проведешь прямыя линіи F E и D E, произойдетъ желаемый многоугольникъ, на пр. пятиугольникъ B C D E F.

ЗАДАЧА XLV.

§. 301. Начерпшиъ кругъ около даннаго правильнаго многоугольника, на пр. около пятиугольника B C D E F.

РѢШЕНІЕ.

Дит. Раздѣли которыя нибудь, другъ подлѣ друга находящіяся, углы многоугольника на пр. В и С, каждой пополамъ и проводи линіи В А и С А, которыя пересѣкутся взаимно между собою въ точкѣ А, и сія точка будетъ центръ желаемого круга; ибо изъ оной полупоперешникомъ АВ, или А С точно начерпится кругъ около даннаго многоугольника (§. 300.).

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда многоугольника углы B и C раздѣлены на двѣ равныя части, и каждой уголъ многоугольника вездѣ одинакой; (§. 68.): то $x = y$ и $AB = AC$; и такъ кругъ пройдетъ чрезъ точки C и B ; по проведеніи же линіи DA , въ происшедшихъ изъ того двухъ треугольникахъ BAC и CAD будетъ $y = n$, $BC = CD$, $AC = AC$; того ради сіи треугольники будутъ равны между собою (§. 151.); слѣдовательно и $AB = AD$. И такъ прежде начатой кругъ пройдетъ также и чрезъ точку D . Такимъ же образомъ доказывается, что $EA = AB$ и $FA = AB$; слѣдовательно кругъ пройдетъ чрезъ всѣ точки B, C, D, E, F даннаго правильнаго многоугольника, то есть, около онаго начертится кругъ. ч. н. д.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Которые нибудь два бокъ даннаго правильнаго многоугольника раздѣли перпендикулярными линіями на двѣ равныя части (§. 164. и 253.), гдѣ сіи будучи проведены, взаимно пересѣкутся, тамъ будетъ центръ круга (§. 187.), которой должно начертить около даннаго многоугольника.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 302. Начертить правильный многоугольникъ въ данномъ кругѣ.

Рѣ-



РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. 1. Раздѣли 360° на число боковъ желаемого многоугольника, и будетъ извѣстно количество угла BAC (§. 299.).

2. Найденное число градусовъ $\angle BAC$ означь при центрѣ A (§. 168.).

3. Перенеси хорду BC на окружность круга столько разъ, сколько поспребно; такимъ образомъ въ данномъ кругѣ начертится желаемый правильный многоугольникъ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 303. Начертить правильный многоугольникъ около даннаго круга.

Фиг. 122.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ кругѣ начерти многоугольникъ подобный желаемому, на пр. пятиугольникъ $ABCDE$, ежели пятиугольникъ же $abcde$ пребудетъ начертить около круга (§. 302.).

2. Хорду AB раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ H , проводи прямую линію HN , которая соотвѣствующую сей хордѣ дугу раздѣлитъ на двѣжѣ равныя части въ точкѣ h .

3. Изъ крайнихъ точекъ A и B проводи полупоперешники FA и FB .

4. Чрезъ точку h , продолживъ полупоперешники FA и FB до a и b , означь линію ab , параллельную съ AB , которая будетъ

депѢ бокѢ описываемаго около круга многоугольника.

5. Продолжи полупоперешники FE , FD , FC до шѢхѢ порѢ, пока будетѢ $Fe = Fd = Fc = Fa$, и шочки a, e, d, c, b соедини прямыми линѢями ae, ed, dc, cb , и произойдетѢ многоугольникѢ, около даннаго круга описанный $abcde$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику ab параллельна cb AB по положенію: то будетѢ $\angle Fha = \angle FHA$ (§. 189.); но какѢ FN кѢ AB перпендикулярна по положенію: то $\angle FHA$ есть прямой (§. 49.); слѢдовательно и $\angle Fha$ есть также прямой: почему линѢя ab вѢ шочкѢ h кѢ данному кругу имѢетѢ прикосновеніе (§. 62). Также $\angle Fab = \angle FAB$ (§. 189), то есть, половинныя части угла многоугольника описаннаго около круга и написаннаго вѢ ономѢ равны между собою (§. 301.). ПоеликужѢ $AB = AE$ по положенію, и $FA = FE = FB$ (§. 79.): то будетѢ $\angle bFa = \angle aFe$ (§. 153.). Почему, когда $Fa = Fe$ по положенію и $\angle Fab = \angle Fba$ по доказанному и Fh кѢ обоимѢ шреугольникамѢ Fah и Fhb общая и $Fb = Fa$ (§. 152.), будетѢ $ae = ab$ и $\angle Fae = \angle Fab$ (§. 151.); слѢдовательно $\angle a$ есть уголѢ многоугольника. РавнымѢ образомѢ доказываеися, что и углы e, d, c, b суть углы



углы описываемаго около круга многоугольника и $ed = dc$, $cb = ab$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 304. Начерпшиъ кругъ въ правильномъ многоугольникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 123. Изъ точки F къ бокамъ многоугольника опуски перпендикулярныя линѣи Ff, Fg, Fh и проч. (§. 165.), или углы, при точкѣ F находящіеся, раздѣли пополамъ (§. 177.); то линѣи Ff, Fg, и Fh и проч. для угловъ f, g, h и проч. прямыхъ, также угловъ FВf, FВg, FСg, FСh, и проч. и линѣи FВ, FС, FД и проч. равныхъ между собою, будущъ также равны; слѣдовашельно изъ F по точкамъ f, g, h въ правильномъ многоугольникѣ начерпшися кругъ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА XLIX.

§. 305. Найши сумму всѣхъ угловъ во всякомъ правильномъ многоульникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. 1. Умножь 180° на число боковъ многоульника.

2. Изъ произведенія вычпи 360° , остатокъ будетъ искомая сумма всѣхъ угловъ.

На пр. въ пятиугол. 180° въ шестіугол. 180°

	5		6
	<u>900</u>		<u>1080</u>
	360		360
Сум. угл.	540	сум. угл.	720
			40-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послику прѣвильный многоугольникъ изъ взяшой въ срединѣ онаго почки А раздѣляется на сполько равныхъ преугольниковъ, сколько боковъ имѣетъ, и въ каждомъ преугольникѣ сумма всѣхъ угловъ состоиптъ изъ 180° (§. 197.): то, естли умножишь 180° на число боковъ многоугольника, произойдетъ сумма всѣхъ угловъ во всѣхъ преугольникахъ. Но какъ углы около почки А находящїеся, всѣ вмѣстѣ составляютъ 360° (§. 139.) и не принадлежатъ къ угламъ многоугольника: то по вычисанїи оныхъ изъ помянушаго найденнаго произведенїя оспалпокъ будетъ сумма всѣхъ угловъ прѣвильнаго многоугольника. ч. н. д.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Фиг.

Поелику число преугольниковъ АВС, АСD, и АDE, на которые можетъ раздѣленъ бытъ многоугольникъ діагональными линїями АС и АД, изъ почки А проведенными, всегда опъ числа боковъ на пр. АВ, ВС, CD, DE и АЕ разнспвуемъ двумя, какъ самая пракшика показываешъ: то 180° умноживъ на число боковъ многоугольника, двумя уменьшенное, получишь въ произведенїи сумму всѣхъ угловъ даннаго многоугольника. ч. н. д.

На



На пр. въ пятиуг. 180° въ шестиуг. 180°

$$5 - 2 = 3$$

$$6 - 2 = 4$$

Сум. угл. 540° сум. угл. 720°

ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 306. Такаяжъ сумма выходитъ, есѣли количество одного угла въ многоугольникъ умножено будетъ на число боковъ онаго. На пр. пятиуг.

уголъ $= 180^\circ$ шестиуг. уголъ $= 120^\circ$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array}$$

540°

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline \end{array}$$

720°

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 307. Чшобъ не находить нарочно, сколь велика сумма всѣхъ угловъ во всякой правильной фигурѣ: то для сего приобщается здѣсь слѣдующая таблица:

Число боковъ	сумма всѣхъ угл.	число боковъ	сумма всѣхъ угл.
III	180	VIII	1080
IV	360	XI	1260
V	540	X	1440
VI	720	XI	1620
VII	900	XII	1800

ТЕОРЕМА XXXVII.

Фиг.
125.

§. 308. Во всякомъ правильномъ, или не правильномъ многоугольникъ сумма всѣхъ внѣшнихъ угловъ, которые происходятъ отъ продолженія боковъ многоугольника, всегда бываетъ равна 360° .

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику данной многоугольникъ имѣетъ на пр. шесть боковъ, и каждой въ ономъ бокъ продолженъ; то изъ того произойдетъ столькоже угловъ, то есть, шесть, на пр. m, n, o, p, q, r . Но какъ $u + m = 180^\circ$ (§. 133.): то сумма всѣхъ внутреннихъ и внѣшнихъ угловъ будетъ $= 180^\circ$ умноженнымъ на число боковъ многоугольника, то есть, $180 \times 6 = 1080$, суммажъ всѣхъ угловъ въ многоугольникъ $= 180 \times (6 - 2) = 720$, или $180 \times 6 = 1080 - 360 = 720$ (§. 305 и 306.). И такъ когда изъ суммы всѣхъ внутреннихъ и внѣшнихъ угловъ, то есть, изъ 1080 вычтешь сумму всѣхъ угловъ многоугольника, то есть, 720, останется сумма 360° для внѣшнихъ угловъ. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 309. По сему способу весьма удобно можно повѣрять углы на полѣ означенные, исправно ли оны вымѣряны, или нѣтъ? Положимъ, что въ данномъ многоугольникъ всѣ внутренніе углы, на пр. ABC, BCD, CDE и проч. вымѣряны: то надлежитъ къ каждому такому внутреннему углу искать внѣшній его уголъ, вычитая оной изъ 180° ; и ежели сумма всѣхъ сихъ внѣшнихъ угловъ составляетъ 360° : то починая, что углы исправно вымѣряны:

Л

еже-



ежелижѢ того нѢшѢ, то почишѢ, что учинена нѢкоторая вѢ измѢреніи угловѢ погрѢшность. МожетѢ же и сіе случиться, что хотя и погрѢшность будетѢ; однакожѢ сумма исправно выходитѢ, по тому что вѢ семѢ случаѢ опмѢривается одинѢ внутренній уголѢ столь великѢ, сколь малѢ другой. Но поелику сіе весьма рѢдко случается: то на сію повѢрку можно надѢжно положиться. ВпрочемѢ гораздо исправнѢе можетѢ учинена быти такая повѢрка, когда всѢ внѢшніе углы будутѢ вымѢряны, и разсмотрѢтся, составляютѢ ли каждый внѢшній уголѢ вмѢстѢ съ внутреннимѢ, подлѢ его находящимся угломѢ, 180° , или нѢшѢ? ВѢ первомѢ случаѢ должно почишѢ учиненное рѢшеніе исправнымѢ, а во второмѢ не исправнымѢ.

ЗАДАЧА L.

Фиг. 126. §. 310. НачерпѢшь правѢльный или не правѢльный многоугольникѢ, на пр. не правѢльный шестѢугольникѢ, ABCDEF, когда будутѢ даны бока его, на пр. АВ, ВС, CD, DE, EF, и FA, и діагональныя линѢи AC, AD, AE.

РѢШЕНІЕ.

При изображеніи многоугольниковѢ очевидно явствуетѢ, что во всякомѢ изѢ нихѢ всегда бываетѢ діагональныхѢ линѢи меньше двумя противѢ числа боковѢ (§.

305.). И когда всѣ бока не правильного шестигульника и всѣ діагональныя линѣи даны, то надлежитъ только одинъ треугольникъ на другомъ построить, на пр. изъ данныхъ трехъ линѣй АВ, ВС и АС должно начертить $\triangle ABC$ (§. 181.), потомъ также изъ данныхъ трехъ линѣй АС, СD и AD надлежитъ на начерченномъ уже треугольникѣ также начертить $\triangle ACD$ (§. 170.) и такъ далѣе: то на послѣдокъ начертится желаемый не правильный шестигульникъ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LI.

§. 311. Начертить правильный или не правильный многоугольникъ, на пр. не правильный шестигульникъ ABCDEF, когда Фиг. 126. даны всѣ бока его и всѣ углы.

РѢШЕНІЕ.

Поелику кромѣ боковъ такожъ и всѣ углы даны: то все дѣло только въ томъ состоятъ, чтобъ на пр. изъ двухъ данныхъ боковъ АВ, ВС и изъ даннаго угла ABC начертить $\triangle ABC$, такожъ изъ двухъ данныхъ боковъ ВС, СD, и изъ даннаго $\angle BCD$ начертить треугольникъ BCD (§. 170.); и ежели далѣе такимъ же образомъ будетъ поступлено: то произойдетъ на послѣдокъ желаемый не правильный шестигульникъ. ч. н. с. и д.



ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 312. Не всегда за нужное почитается знать всѣ углы, но можно довольствоваться тремя углами меньше, нежели сколько боковъ имѣетъ многоугольная фигура; и ежели кто въ семъ хотя малое упражненіе возымѣетъ, тошъ въ скоромъ времени получитъ искусство въ томъ, сколько угловъ и боковъ потребно для начерченія такой или другой многоугольной фигуры, и что на пр. когда всѣ углы кромѣ одного извѣсны, тогда не бываетъ нужды въ двухъ бокахъ.

ТЕОРЕМА XXXVIII.

Фиг. 127. §. 313. Квадратъ, происшедшій изъ линіи AB , вдвое взятой AB , есть вчетверо больше того квадрата, которой происходитъ изъ одинакой линіи AC .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ AG = квадрату CI , по тому что $BC = AC$; такожъ квадратъ AG = квадрату HF , по тому что бокъ GH есть общій обоимъ квадратамъ, и на конецъ квадратъ $AG = GD$, по тому что квадратъ AD есть вчетверо больше, нежели квадратъ AG . ч. н. д.

ЗАДАЧА II.

§. 314. Начерпшиъ квадратъ въ данномъ кругѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг.

1. Чрезъ центръ E проводи два поперешника, взаимно другъ къ другу перпендикулярные. 128.

2. Крайнїя проведенныхъ поперешниковъ почки соедини прямыми линїями AC , CB , BD , DA , и произойдетъ желаемый квадратъ $ACBD$ начерченный въ кругъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Всякая почка перпендикулярной линїи на пр. CD , которая проходитъ чрезъ центръ, равно отстоитъ отъ противоположенныхъ почекъ A и B поперешника AB , которой она въ почкѣ E раздѣляетъ на двѣ равныя части (§. 187.); слѣдовательно всѣ четыре бока AC , CB , BD , DA суть равны между собою: припомъ всѣ углы въ фигурѣ $ABCD$ суть прямые, поелику каждой изъ нихъ состоитъ въ полукружїи (§. 260.); слѣдовательно $ABCD$ есть квадратъ (§. 68.) ч. н. д.

ЗАДАЧА III.

Фиг.

§. 315. Начерпшиъ кругъ около даннаго квадрата. 128.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ квадратѣ проводи двѣ діагональныя линїи AB и CD , которыя взаимно пересѣкутъ себя въ почкѣ E перпендикулярно, по тому что двѣ крайнія почки A и B равно отстоятъ отъ проп-



воположенныхъ почекъ С и D; слѣдовательно сѣченія почка E равно отстоитъ отъ почекъ A, B, C, D.

2. Діагональной линіи АВ половинную часть ЕВ взявъ за полупоперешникъ, начерпи онымъ кругъ, который пройдетъ чрезъ всѣ четыре точки A, B, C, D. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LIV.

§. 316. Начертить кругъ въ данномъ квадратѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 129. 1. Всѣ бока даннаго квадрата раздѣли на двѣ равныя части, и изъ почекъ раздѣленій I и L къ противоположеннымъ почкамъ K и M проводи двѣ линіи IK и LM перпендикулярныя и параллельныя съ боками даннаго квадрата, которыя въ точкѣ N пересѣкутся на двѣ равныя части.

2. Изъ точки N полупоперешникомъ NK начертенный кругъ LIMK будетъ желаемый.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линіи FL, LE, EK и проч. суть равны между собою по положенію, такожъ перпендикулярныя линіи, между тѣмижъ параллельными состоящія, суть равны между собою (§. 58.); слѣдовательно $NI = MG$, $NM = KN$, $NK = MN$, $NL = KE$. Почему и $NI = NM = NK = NL$: чего ради окружность круга проходитъ чрезъ край-

крайнія почки I, M, K, L, и имѣетъ прикосновеніе ко всѣмъ чешыремъ бокамъ даннаго квадрата, и по тому начерченъ кругъ въ данномъ квадратѣ. ч. н. д.

ЗАДАЧА LV.

§. 317. Начершишь квадратъ около даннаго круга. Фиг. 129.

РѢШЕНІЕ.

Чрезъ крайнія почки I, M, K, L поперешниковъ другъ къ другу перпендикулярныхъ проводи перпендикулярныя линіи FG, GN, HE и EF, равныя поперешнику I-K или LM, и произойдетъ желаемый квадратъ EFGH, начерченный около круга.

ТЕОРЕМА XXXIX.

Фиг. 130.

§. 318. Треугольныя поверхности ABC и $\alpha\beta\gamma$, въ которыхъ или одинъ уголъ равенъ одному углу и два бока равны двумъ бокамъ, или два угла равны двумъ угламъ и одинъ бокъ равенъ одному боку, или всѣ три бока равны шремъ бокамъ, суть равны во всемъ между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику выше сего о треугольникахъ, такое свойство имѣющихъ доказано, что они сходствуюшъ между собою и равны (§. 151, 152, 153.); того ради и поверхности оныхъ будущъ сходствовать между собою и должны почипаемы быть за равныя (§. 149, и 150.). ч. н. д.



ГЛАВА ШЕСТАЯ

О

ИЗМѢРЕНИИ И РАЗДѢЛЕНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ,
ИЛИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 319.

Измѣреніе поперѣнностей (dimensio superficiei) есть не что иное, какъ, когда квадратная поверхность опредѣленной величины сравнивается съ большею поверхностью и опредѣляется, сколько сія содержишь въ себѣ оную (§. 23.) И такая практика именуется *квadrатурою фигуръ* (tetrauwmios, sive quadratura figurarum).

ЗАДАЧА LVI.

§. 320. Найти плоскость квадрата.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрай данного квадрата бокъ АВ
Фиг. 131. (§. 126.).

2. Умножь оной самъ на себя, произведение покажетъ плоскость квадрата ABCD (§. 250. Ариф.).

Положимъ, что данного квадрата бокъ $AB = 5^{IV}$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 25^{IV} \end{array}$$

То плоскость квадрата будетъ $= 25^{IV}$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ квадратѣ всѣ бока равны между собою (§. 68.): то видно, что бока DC, DA и CB столько же частей содержатъ, сколько и АВ; когдажъ всѣ сіи ча-

части соединяясь поперешными линѣями, и еспѣли положимъ, что бокъ АВ имѣетъ пять частей, то произойдутъ пять рядовъ, изъ коихъ въ каждомъ пять не большихъ квадратовъ одинъ на другомъ находясь; и такъ число всѣхъ сихъ квадратовъ будетъ показывать желаемую плоскость квадрата. ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 321. Поелику въ Геометріи каждая мѣра длины раздѣляется на десять частей (§. 25.): то квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратной футъ 100 квадратныхъ дюймовъ, квадратный дюймъ 100 квадратныхъ линѣй, и проч. въ себѣ заключаетъ. И бокъ квадрата на пр. АВ найдется, когда изъ данной его плоскости будетъ извлеченъ квадратной радикасъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 322. Почему Геометрическія мѣры поверхноостей имѣютъ сошенное содержаніе между собою; поелику для составленія одного цѣлаго квадрата, который бы въ ближайше большемъ видѣ предсавлялся, потребно спсѣ малыхъ квадратовъ. При томъ квадраты имѣютъ между собою удвоенное содержаніе своихъ боковъ (§. 111. Ариѳ.). На пр. квадратъ бока двойнаго еспѣ вчетверо больше квадрата, которой происходитъ изъ простаго бока; и равные ква-



драпы суть тѣ, коихъ бока равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 3.

§. 323 Изъ чего явствуетъ, какимъ образомъ должно приводить въ болішіе сорпы всякую данную поверхноспную мѣру. На пр. ежели будетъ дана поверхность, состоящая изъ 25697230861 квадрапныхъ скрупуловъ, и потребуется найти, сколько въ ней находится квадрапныхъ сажень, фузовъ, и проч. то надлежитъ вышеозначенное число раздѣлить на 100000000, и выйдетъ 256 квадрапныхъ сажень, а оспанется 97230861 квадрапныхъ скрупуловъ; сіе число должно раздѣлить на 1000000, то выйдетъ 97 квадрапныхъ фузовъ, а въ оспаткѣ будетъ 230861 квадрапныхъ скрупуловъ; сіе надобно раздѣлить на 10000, и произойдетъ 23 квадрапныхъ дюйма, а оспанется 861 квадрапной скрупулъ; сей оспатокъ надлежитъ раздѣлить на 100, то выйдетъ 8 квадрапныхъ линій, а въ оспаткѣ еще будетъ 61 квадрапной скрупулъ, такъ что во всей данной плоскости содержится 256 квадрапныхъ сажень, 97 квадрапныхъ фузовъ, 23 квадрапныхъ дюйма, 8 квадрапныхъ линій и 61 квадрапной скрупулъ. Но то же самое скорѣе можно найти, когда начиная отъ правой руки къ лѣвой въ дан-

данной поверхностной мѣрѣ отдѣлишь для каждого сорта мѣры по два знака, а оставшіеся къ лѣвой рукѣ знаки всѣ, сколько ихъ ни будетъ, будутъ изображать сажени, на пр.

256°, 97^I, 23^{II}, 8^{III}, 61^{IV}.

П Р И В А В Л Е Н І Е 4.

§. 324. Такимъ образомъ зная сіе, что поверхностныя мѣры имѣютъ сошенное содержаніе между собою (§. 322.), удобно можно складывать, вычитать, умножать и дѣлить между собою числа, означающія поверхностную мѣру, наблюдая токмо сошенное содержаніе. на пр.

$$\begin{array}{rcl}
 8^{\circ} - 27' - 42'' & 16^{\circ} - 05' - 94'' & \\
 7 - 33 - 52 & 7 - 33 - 52 & \\
 \hline
 \text{Сумма} = 16 - 05 - 94 & 8 - 72 - 42 & \text{разность} \\
 2^{\circ} - 4' - 0'' & 2^{\circ} - 4' - 0'' & | 8^{\circ} - 54' - 40'' | 3^{\circ}, 5', 6'' \\
 3 - 5 - 6 & & | \quad 20 \quad | \text{частн. чис-} \\
 \hline
 1440 & & \text{ло.} \\
 1200 & & \\
 720 & & \\
 \hline
 8^{\circ}, 54', 40'' & \text{произвед.} & 1440
 \end{array}$$

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е 1.

§. 325. Упражняющійся въ Геодезической практикѣ, неопимѣнно долженъ знать, сколько квадратныхъ сажень по обыкновенію того города, въ которомъ онъ живетъ, употребляется для десятины. Десятинажъ (Cine



(Eine Morgen, seu Lat. Iugerum) есть не что иное, какъ полевая поверхность, состоящая изъ нѣсколькихъ квадратныхъ сажень, изъ нѣсколькихъ же десятинъ составляющія поля, (Huben, seu, Campi.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 326. Найди плоскость продолгова-го прямоугольнаго чепвероугольника.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 132. 1. Вымѣрай даннаго продолгова-го прямоугольнаго чепвероугольника бока АВ и АС (§. 126.).

2. Умножь АВ на АС, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость ABCD.

Положимъ, что $AB = 5'$

$$AC = 3$$

$15'$ желаемая плоскость

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 327. Продолговатые прямоугольные чепвероугольники имѣющъ между собою сложное содержаніе своихъ боковъ АВ и АС.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 328. Слѣдовательно если при линіи будущъ непрерывно пропорціональныя, квадратъ средней равняется продолговатому чепвероугольнику, изъ двухъ крайнихъ происшедшему (§. 136. Арие.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 329. ЕсѣлижѢ будущѢ четьре прямыя пропорціональныя линѣи: то продолговатый чепвероугольникѢ, составленный изѢ двухѢ крайнихѢ, равняется продолговатому чепвероугольнику, происшедшему изѢ двухѢ среднихѢ (§. 135. АриѢ.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 330. Чего ради, есѣли изѢ одной точки на пр. А проведутся двѢ прямыя линѣи, изѢ коихѢ одна А D имѣетѢ прикосновеніе кѢ кругу въ точкѢ D, а другая А В пересѣкаетѢ оной, квадратѢ составленный изѢ касательной линѣи А D равняется продолговатому чепвероугольнику происшедшему изѢ пересѣкающей линѣи А В и отрѣзка ея внѢ круга находящагося А С, по тому что А D есѣ средняя пропорціональная линѣя между А В и А С. ибо $\angle A$ есѣ общій кѢ обоимѢ преугольникамѢ А С D и А В D: припомѢ $\angle A D C = \angle A B D$ (§. 264, 265 и 328.); слѣдовательно $A C : A D = A D : A B$ (§. 136. АриѢ.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 5.

§. 331. ЕсѣлижѢ изѢ одной точки на пр. G, проведутся двѢ пересѣкающія линѣи на пр. G L и G M: то продолговатый чепвероугольникѢ, происшедшій изѢ всей линѣи G L и ея отрѣзка, внѢ круга находящагося G N, будетѢ равенѢ продолговатому жѢ



мужъ чепвероугольнику, происшедшему изъ всей линѣ GM и ея опрѣзка, внѣ круга находящагося GO , то есть, $GL \times GN = GM \times GO$ (§. 264, 265 и 329.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

Фиг. 135. §. 332. Когдажъ двѣ хорды на пр. HM и LI , взаимно пересѣкутся въ точкѣ K : то продолговатые чепвероугольники, происшедшіе изъ опрѣзковъ, будуще равны между собою, то есть, $HK \times KM = LK \times KI$ (§. 329.); поелику въ треугольникахъ LKN и IKM , $\angle u = \angle u$, $\angle x = \angle x$ (§. 258.) и $\angle K$ есть общій къ обоимъ треугольникамъ: то будетъ $HK:KL = IK:KM$ (§. 210.).

ТЕОРЕМА XL.

Фиг. 136. §. 333. Два параллелограмма $ABDC$ и $ESDF$ имѣющіе одно основаніе CD и одну высоту, или состоящіе между одними и тѣмижъ параллельными линіями AF и CD , или CH , суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $AB = CD$ и $EF = CD$ (§. 281. 68.): то будетъ $AB = EF$ (§. 32. Ариѳ.), и $AE = BF$ (§. 35. Ариѳ.). И такъ въ треугольникахъ ACE и BDF будетъ $AE = BF$, $AC = BD$, $EC = DF$ (§. 281. 68.): то будетъ $\triangle ACE = \triangle BDF$ (§. 153); а когда оны равныхъ треугольниковъ опчиметъ общая часть BGE : то произойдетъ $ABGC = FECD$ (§. 36. Ариѳ.); есплижъ при-

приложился къ каждому изъ нихъ общаяжъ
часть GCD : то произойдетъ $ABDC =$
 $EFDC$ (§. 25. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 334. Поелику AF и CD , или CH
суть параллельны по положенію: то и
перпендикулы между ими находящіяся AC
и HN будутъ равны между собою (§. 58.);
и поелику сии перпендикулы суть высоты
параллелограммовъ: то параллелограммы,
состоящія между одними и тѣмижъ па-
раллельными линіями, имѣютъ одинаковую
высоту.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 335. Слѣдовательно и два треуголь-
ника, имѣющіе одно основаніе и одну вы- Фигъ
соту, или состоящія между одними и тѣ- 137-
мижъ параллельными линіями, суть равны
между собою. Положимъ, что даны два
треугольника ABC и BCD , имѣющіе одно
основаніе BC , и состоящія между одними
и тѣмижъ параллельными линіями AD и
 BC , или BF : то по проведеніи линіи AD
параллельной съ основаніемъ, (§. 155.), по
продолженіи основанія BC до F , по воз-
становленіи перпендикулярной линіи CE
(§. 160.) и по опущеніи изъ D перпенди-
кулярной линіи DE (§. 165.), произой-
дутъ при параллелограмма, самой большій
 AF , средній AC и меньшій EF , изъ ко-
ихъ



ихъ послѣдніе два содержатся въ большемъ. Но какъ $\triangle ABC = \frac{1}{2} AC$, $\triangle DCF = \frac{1}{2} EF$, и $\triangle BCD + \triangle DCF = \frac{1}{2} AF$ (§. 290.): то $\triangle BCD + \triangle DCF = \triangle ABC + \triangle DCF$ (§. 32. Ариѳ.); слѣдовательно $\triangle BCD - \triangle DCF = \triangle ABC - \triangle DCF$, то есть, $\triangle BCD = \triangle ABC$ (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

Фиг. §. 336. Хотя окружность параллело-
136. грамма $E C D F$ и гораздо больше окружности параллелограмма $A B D C$, и оной по изволенію еще больше можно сдѣлать, ежели только линіи CE и DF еще косѣе начертаны; однако они оба, въ разсужденіи своихъ плоскостей, равны между собою (§. 333.). Почему два поля, или два города, имѣющіе видъ параллелограмма, хотя по окружности своей и весьма различны; однако по своей величинѣ могутъ быть равны между собою. И такъ о плоскости и уравненіи такихъ полей, или городовъ изъ одного ихъ окруженія ничего опредѣлять не можно.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 337. Найди плоскость Ромба и Ромбоида, или косоугольнаго параллелограмма.

Фиг. РѢШЕНІЕ.

138. 1. На основаніе CD опусти перпендикулъ AE (§. 165.), которой будетъ высота параллелограмма (§. 334.).

2. Умножь основаніе на высоту, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость ромба, и ромбоида.

Положимъ, что $CD = 244'$

Высота $AE = 86'$

$$\begin{array}{r} 14 \ 64 \\ 195 \ 2 \end{array}$$

То будетъ плоскость 2, 09, 84' ромба и ромбоида.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Косоугольный параллелограммъ равняется прямоугольному, копорый съ нимъ имѣетъ одинакое основаніе CD и одинакую высоту AE (§. 334.), по тому что $EF = CD$. Но плоскость прямоугольнаго параллелограмма равняется произведенію, происшедшему изъ умноженія основанія на высоту (§. 325.); слѣдовательно и плоскость косоугольнаго параллелограмма равняется тому же (§. 32. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LIX.

§. 338. Найди плоскость шреугольника.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Умножь основаніе AB на высоту CD , произведеніе изъ того будетъ плоскость параллелограмма, копорой съ нимъ имѣетъ одинакое основаніе и одинакую высоту (§. 337.).

Фиг.
139.



2. Изъ произведенія возьми половину, и произойдетъ желаемая плоскость преугольника А В С (§. 290.). ч. н. с. и д.

Или

Половину основанія умножь на всю высоту, то есть $\frac{1}{2} АВ \times CD$, или все основаніе на половину высоты, то есть, $АВ \times \frac{1}{2} CD$, произведеніе изъ того также будетъ желаемая плоскость преугольника.

Положимъ, что дано основаніе $AB=342$

Высота $CD=234$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 80028 \\ \hline & 40014 \end{array}$$

плоск.
треугол.

Или

$$\begin{array}{r|l} 2 & 342 \\ \hline & 171 \\ & 234 \\ \hline & 684 \\ & 513 \\ \hline & 342 \\ \hline & 40014 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 234 \\ \hline & 117 \\ & 342 \\ \hline & 234 \\ & 468 \\ \hline & 351 \\ \hline & 40014 \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 339. Изъ чего явствуетъ, что если-ли плоскость преугольника раздѣлился на половину основанія: то частное число будетъ высота того преугольника (§. 68. Ариѳ.)

Положимъ, что дана плоскость преугол.

$$\begin{array}{l} - \\ - \\ - \\ \hline \end{array} = 40014$$

основаніе онаго = 342:

по

$$\begin{array}{r|l} \text{по } 2 & 342 \quad 171 \quad 40014 \quad 234 \text{ высота преуг.} \\ & 342 \end{array}$$

581

513

684

684

ЗАДАЧА LX.

§. 340. Найди бокъ квадрата равный данному параллелограмму, или преугольнику.

РѢШЕНІЕ.

Между основаніемъ и высотой данного параллелограмма, или между половиннымъ основаніемъ и высотой, или между цѣлымъ основаніемъ и половиною высотой данного преугольника найди среднюю пропорціональную линію (§. 267.), или среднее пропорціональное число (§. 137. Ариѳ.): то произойдетъ желаемый бокъ квадрата.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Произведеніе, происшедшее изъ умноженія основанія на высоту, изображающъ плоскость параллелограмма (§. 326 и 337.) и произведеніе, происшедшее изъ умноженія половины основанія на высоту, или всего основанія на половину высоты, показывающъ плоскость преугольника (§. 338.) И какъ квадратъ найденной средней пропорціональной линіи, или средняго про-

М 2

пор-



порціональнаго числа, въ обоихъ случаяхъ равенъ оному произведенію (§. 136. Аріѳ.): то такой квадрапъ будешъ равенъ въ первомъ случаѣ параллелограмму, а во второмъ треугольнику. ч. н. д.

ТЕОРЕМА ХІІ.

§. 341. Треугольники и параллелограммы имѣющіе сложное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскостъ треугольника происходитъ изъ умноженія основанія его на половинную высоту (§. 338.) и плоскостъ параллелограмма изъ умноженія основанія на высоту (§. 326, и 337), сложнымъ же содержаніемъ называется то, когда произведеніе предыдущихъ и послѣдующихъ членовъ сравнивается съ содержаніемъ предыдущаго къ послѣдующему (§. 144. Аріѳ.); того ради естли числа основаній и высотъ приняты будутъ за пропорціональные члены, плоскосты треугольниковъ и параллелограммовъ, будутъ имѣть сложное содержаніе основаній и высотъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 342. Изъ чего явствуетъ, что естли высоты такихъ фигуръ равны: то плоскосты ихъ будутъ содержать между собою; какъ ихъ основанія; естлижъ основанія такихъ фигуръ равны: то плоскосты ихъ

ихъ будутъ содержаться, какъ ихъ высоты; поелику содержаніе не перемѣняется, когда въ ономъ члены умножены будутъ на одно и то же число (§. 141. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XLII.

§. 343. Въ подобныхъ параллелограммахъ и треугольникахъ высоты ихъ суть пропорціональны сходственнымъ бокамъ, и основанія оныхъ тѣхъ высотъ пересѣкающія пропорціонально.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда высоты АЕ и ае суть перпендикулярны къ основаніямъ CD и cd (§. 73.): то Е и е будутъ углы прямые (§. 49.) и слѣдовательно равны между собою (§. 86.) Фиг. И поелику параллелограммъ ABCD ∞ па 140. параллелограмму abdc, и $\triangle CAD \sim \triangle cad$ по положенію: то будетъ $C=c$ (§. 205.); того ради

$$AC:AE=ac:ae \quad \}$$

Также $AC:CD=ac:cd \quad \}$ (§. 210.)

Слѣдовательно $AE:CD=ae:cd$ (§. 32. Ариѳ.). Чпо было во первыхъ.

Поеликужъ $E=e$ и $C=c$ по доказанному: то

$$AC:CE=ac:ce \quad \}$$

Также $AC:CD=ac:cd \quad \}$ (§. 210.).

То $CE:CD=ce:cd$ (§. 32. Ариѳ.).

И по тому $ED:CE=ed:ce$. Чпо было во вторыхъ и ч. н. д.



ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 344. Поелику само чрезъ себя явству-
етъ, что $ABDC \sim abdc$ и $\Delta ACD \sim \Delta$
 acd по положенію: то перпендикулы AE и
 ae , равнобрно и опрѣзки основаній CE и
 ce , такожъ ED и ed одинакимъ образомъ
опредѣляются, и по тому подобны между
собою; а когда подобны: то должны имѣть
такое содержаніе, какое имѣютъ сход-
ственные бока фигуръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 345. Поелику параллелограммы и пре-
угольники имѣютъ сложенное содержаніе
основаній и высотъ (§. 341.) и подобные
параллелограммы и преугольники имѣютъ
основанія пропорціональныя высотамъ (§.
343.); того ради подобные параллелограм-
мы и преугольники имѣютъ удвоенное со-
держаніе сходственныхъ боковъ, или удво-
енное содержаніе высотъ и опрѣзковъ осно-
ванія (§. 343.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 346. Слѣдовательно параллелограммы
и преугольники содержатся между собою,
какъ квадраты сходственныхъ ихъ боковъ,
или высотъ, или опрѣзковъ (§. 322.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 347. То же должно разумѣть и о
многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, по-
елику оныя изъ подобныхъ преугольниковъ
составляются.

ЗАДАЧА LXI.

§. 348. Найми плоскостъ правильного многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Поедику правильный многоугольникъ состоишь изъ столько равныхъ преугольниковъ, сколько боковъ имѣетъ многоугольникъ; того ради сыскавъ одного изъ оныхъ преугольника плоскостъ (§. 338.), умножь оную на число боковъ многоугольника, произведение изъ того будетъ плоскостъ правильного многоугольника.

Или

1. Даннаго многоугольника бокъ АВ Фиг. умножь на половинное число боковъ онаго, ^{122.} на пр. бокъ шестіугольника на 3, бокъ пятиугольника на 2½ и проч.

2. Произведение также умножь на перпендикулъ НГ, изъ центра многоугольника на бокъ онаго опущенный, произведение изъ того будетъ желаемая плоскостъ правильного многоугольника.

Или

Сумму боковъ правильного многоугольника умножь на половину перпендикула НГ, произведение изъ того будетъ также желаемая плоскостъ правильного многоугольника.

Положимъ, что требуется найти плоскостъ правильного пятиугольника, и что въ



одномъ изъ преугольниковъ , на сколько онъ можетъ раздѣлиться , на пр. въ $\triangle ABF$ дано $AB = 54'$, $HF = 29'$: то

$\begin{array}{r} 54 \\ 29 \\ \hline 486 \\ 108 \\ \hline 2 \overline{) 1566} \end{array}$	$\begin{array}{r} 54 \\ 29\frac{1}{2} \\ \hline 108 \\ 27 \\ \hline 135 \\ 29 \\ \hline 1215 \\ 270 \\ \hline 3915 \end{array}$	$\begin{array}{r} 54 \\ 5 \\ \hline 270 \\ 2/29 = 14\frac{1}{2} \\ \hline 1080 \\ 270 \\ \hline 3780 \\ 135 \\ \hline 3915 \end{array}$
$2 \overline{) 1566} \quad 783 = ABF$ $\quad \quad \quad \underline{5}$ Пятиуг. 3915 плоскость.		

ЗАДАЧА LXII.

§. 349. Найми плоскость не правильнаго многоугольника и прапещія.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 141. 1. Раздѣли данный не правильный многоугольникъ діагональными линіями AD и AC на преугольники.

2. Найди плоскости всѣхъ преугольниковъ (§. 338.).

3. Сложи всѣ найденныя плоскости преугольниковъ, происшедшая изъ шого сумма будетъ желаемая плоскость не правильного многоугольника, на пр.

$\frac{1}{2}AD$.

$$\frac{1}{2} AD = 43'$$

$$EF = 35$$

$$215$$

$$129$$

$$\Delta AED = 1505$$

$$\frac{1}{2} AD = 43'$$

$$GC = 45$$

$$215$$

$$172$$

$$\frac{1}{2} AC = 42'$$

$$BH = 30$$

$$\Delta ABC = 1260$$

$$\Delta DAC = 1935$$

$$\Delta AED = 1505$$

$$\Delta ABC = 1260$$

$$ABCD = 4700 \text{ плоскость не}$$

правил. многоуг.

Естьлижъ $\frac{1}{2} AD$ умножися на сумму высотъ $EF + GC$, или вся діагональная AD на $\frac{1}{2}$ высотъ $EF + GC$: то произойдетъ изъ того плоскость прапещія $AEDC$. на пр.

$$EF = 35$$

$$GC = 45$$

$$EF + GC = 80$$

$$\frac{1}{2} EF + GC = 40$$

$$AD = 86$$

$$240$$

$$320$$

$$AEDC = 3440$$

$$\frac{1}{2} AD = 43$$

$$EF + GC = 80$$

$$AEDC = 3440$$

Подобнымъ образомъ, еслии въ прапещіи будетъ AB параллельна съ CD : то Фиг. 142. преугольниковъ, на копорые оной прапещій діагональною линіею CB раздѣленъ, высоты BF и GC будутъ равны между собою (§. 58.); почему плоскость такого прапещія произойдетъ, еслии половинная

М 5

сум-



сумма параллельныхъ боковъ АВ и CD умножится на высоту $BF = GC$ (§. 348.). на пр.

$$AB = 246'', CD = 378'', BF = CG = 195''$$

$$\text{То будетъ } AB = 246'' \quad \frac{1}{2} AB \dagger CD = 312$$

$$CD = 378 \quad BF = 195$$

$$AB \dagger CD = 624 \quad 1560$$

$$2808$$

$$312$$

$$ABCD = 6,08,40$$

плоск. трапец.

ТЕОРЕМА XLIII.

§. 350. Правильная многоугольная фигура на пр. ABCDE изъ центра F круга, описаннаго около той правильной многоугольной фигуры, раздѣляется на равные и подобные треугольники, и плоскость оной равняется такому треугольнику, коего основание есть окружность всей той многоугольной фигуры, то есть, $AB \dagger BC \dagger CD$ и проч. а высота перпендикулъ FG, изъ центра F опущенный на одинъ той фигуры бокъ АВ.

Фиг.
122.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $AB = BC = CD = DE = AE$ (§. 70): то треугольники AFB, BFC, CFD, EFD и проч. равны и подобны между собою (§. 153. и 205.). Что было во первыхъ.

По

По означеніи жѣ всѣхъ преугольниковъ AFB , BFC , CFD и проч. на которые вся многоугольная фигура $ABCDE$ раздѣлена, на одной и той же линіи AA (§. 175.), и по возстановленіи въ точкѣ A перпендикулярной линіи Af (§. 160.), равной высотѣ преугольниковъ, будетъ $\triangle AfB = \triangle AFB$, $\triangle BfC = \triangle BFC$, $\triangle Cfd = \triangle CFD$ и проч. Фиг. 143. (§. 335.); слѣдовательно $\triangle AfA = \triangle AFB + \triangle BFC + \triangle CFD + \triangle DFE + \triangle EFA$, то есть, плоскость $\triangle AfA$ равна плоскости правильной многоугольной фигуры. ч. б. во впо-
рыхъ, и ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 351. То же должно разумѣть и о правильной многоугольной фигурѣ, около круга описанной $abcde$ съ тою точкою опмѣною, что высота здѣсь будетъ полуперпендикуляръ Fg . Ибо когда прямая линія Fg , изъ центра F проведенная къ прикосновенію g , есть полуперпендикуляръ и къ боку ac перпендикулярна (§. 62.): то она будетъ высота $\triangle aFe$ (§. 73.) Фиг. 122.

ТЕОРЕМА XLIV.

§. 352. Четыреугольные и многоугольные подобныя фигуры, на пр. $ABCDE$ и $abcde$, чрезъ діагональныя линіи AC и AD , а с и ad раздѣляющіяся на преугольники между собою подобные и цѣлымъ пропорціональные ABC и abc , ACD и acd , ADE и ade . Фиг. 144.
ДО.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $ABCDE \sim abcde$: по положенію, то будетъ $O = o$ и $AB:BC = ab:bc$ (§. 205 и 210.); слѣдовательно $\triangle bac \sim \triangle BAC$; $y = y$ и $bc:ca = BC:CA$ (§. 210.); также $bc:cd = BC:CD$ и $n \uparrow y = n \uparrow y$, то $ca:cd = CA:CD$ (§. 32. Ариѳ.) и $n = n$; почему $\triangle cad \sim \triangle CAD$: и попомъ $cd:da = CD:DA$ и $u = u$, припомъ $u \uparrow s = u \uparrow s$ и $cd:de = CD:DE$, то $S = S$ и $da:de = DA:DE$ (§. 32. Ариѳ.); почему $\triangle dea \sim \triangle DEA$ (§. 210.). ч. б. во первыхъ.

Поеликужъ $\triangle ABC \sim \triangle abc$, $\triangle DAC \sim \triangle dac$ и $\triangle DAE \sim \triangle dae$ по доказанному; то $\triangle ABC: \triangle abc = CA^2:ca^2$, $\triangle DAC: \triangle dac = CA^2:ca^2 = DA^2:da^2$ и $\triangle DAE: \triangle dae = DA^2:da^2$ (§. 345 и 346.); слѣдовательно $\triangle ABC: \triangle abc = \triangle DCA: \triangle dca$ и $\triangle DCA: \triangle dca = \triangle DAE: \triangle dae$ (§. 32. Ариѳ.) и по тому $\triangle DEA: \triangle dea = \triangle ABC: \triangle abc$. Чего ради треугольники ABC , ACD , ADE , такожъ abc , acd , ade суть пропорціональные между собою.

Поелику наконецъ $\triangle ABC: \triangle abc = \triangle DCA: \triangle dca = \triangle DEA: \triangle dea$ по второму: то $\triangle ABC \uparrow \triangle DCA \uparrow \triangle DEA: \triangle abc \uparrow \triangle dca \uparrow \triangle dea = \triangle ABC: \triangle abc$ (§. 151. Ариѳ.). Но $\triangle ABC \uparrow \triangle DCA \uparrow \triangle DEA =$ многоугольнику $ABCDE$ и $\triangle abc \uparrow \triangle dca \uparrow \triangle dea =$ мно-



гоугольнику $abcde$ (§. 34. Ариѳ.); слѣдовательно $ABCDE: abcde = \Delta ABC: \Delta abc = \Delta DCA: dca$ и проч. и по тому $ABCDE: \Delta ABC = abcde: abc$ и $ABCDE: \Delta DCA = abcde: Dca$ и проч. ч. б. въ шрепныхъ и ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 353. Когда правильные многоугольники суть равноспоронные и равноугольные (§. 70.): то оные взаимно между собою суть равноугольные (§. 299. и 305.). По чему правильные многоугольники тогожъ порядка, на пр. всѣ пятиугольники, всѣ шестигульники и проч. правильные, суть подобные между собою (§. 205.); слѣдовательно правильные многоугольники тогожъ порядка чрезъ діагональныя линіи раздѣляюся на преугольники между собою подобные и цѣлымъ пропорціональные (§. 352.)

Т Е О Р Е М А XLV.

§. 354. Фигуры какъ правильныя, такъ и не правильныя подобныя имѣютъ между собою удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ.

Фиг.
144-

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Положимъ, что даны фигуры $ABCDE$ и $abcde$ или правильныя или не правильныя подобныя: то $ABCDE: abcde = \Delta ABC: \Delta abc = \Delta ACD: acd = \Delta ADE: ade$ (§. 352 и 353). Но $\Delta ABC: \Delta abc = AB^2: ab$



$ab^2 = BC^2 : bc^2$, $\Delta ADC : \Delta adc = CD^2 : cd^2$ и $\Delta ADE : \Delta ade = DE^2 : de^2 = EA^2 : ea^2$ (§. 345 и 346.); следовательно $ABCDE : abcde = AB^2 : ab^2 = BC^2 : bc^2 = CD^2 : cd^2 = DE^2 : de^2 = EA^2 : ea^2$ (§. 152 и 153 Ариѳ.) ч. н. д.
ТЕОРЕМА XLVI.

§. 355. Круги и фигуры подобныя, въ оныхъ написанныя, или около оныхъ описанныя, содержащя между собою какъ квадраты полупоперешниковъ, или поперешниковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. 122. Раздѣли многоугольники, въ кругахъ написанные $ABCDE$ и $abcde$, изъ центровъ F и f на треугольники ABF , BFC , CFD и abf , bfc , $cf d$ и проч. то будетъ $\angle FAB = \angle fab$ и $\angle FBA = \angle fba$ и проч. (§. 86 и 299.); следовательно $\Delta AFB \sim \Delta afb$ (§. 205 и 210.). Такимъ же образомъ доказываея, что $\Delta BFC \sim \Delta bfc$, $\Delta CFD \sim \Delta cfd$ и проч. и такъ $\Delta AFB : \Delta afb = BF^2 : bf^2$, $\Delta BFC : \Delta bfc = BF^2 : bf^2$ и проч. (§. 345 и 346.), по чему $ABCDE : abcde = BF^2 : bf^2$ (§. 131. Ариѳ.); следовательно, когда полупоперешники BF и bf суть, такъ какъ поперешники, многоугольники написанные въ кругѣ содержащя между собою какъ квадраты поперешникоѡ. ч. н. д.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 356. То же и такимъ же образомъ доказывается и о многоугольникахъ, около круга написанныхъ, когда преугольники онаго имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ высотъ (§. 345.); высотыжъ оныхъ преугольниковъ, на которые многоугольникъ, около круга описанный, раздѣляется, содержащаяся между собою, какъ полупоперешники круговъ (§. 303.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 357. Когдажъ для многоугольника, описываемаго въ кругъ, споль много бочковъ возмешь, что хорды, въ ономъ проведенныя опъ окружности, ни мало не будутъ разнствовать: то такой въ кругъ описанный многоугольникъ то же будетъ, что и кругъ. Почему и кругъ содержащаяся между собою, какъ квадраты ихъ поперешниковъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 358. Слѣдовательно кругъ имѣетъ удвоенное содержаніе поперешниковъ; и по тому, когда полупоперешники суть такъ какъ поперешники, кругъ имѣетъ удвоенное содержаніе и своихъ полупоперешниковъ.

ТЕОРЕМА XLVII.

§. 359. Плоскость круга равняется плоскости такого преугольника, который
и-



имѣетъ основаніемъ всю окружность, а
Фиг. высоту равную полупоперешнику.

145.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего сказано, что въ кругѣ группѣ написаны бытъ многоугольники (§. 302.), и положимъ, что въ кругѣ написанъ правильный шестіугольникъ (§. 295.): то видно, что бока его еще много разнспвуютъ отъ дугъ окружности круга: но еслии всѣ дуги онаго раздѣлишь на двѣ части: то произойдетъ двенадцатиугольникъ (§. 286.), коего бока уже ближе будутъ подходить къ дугамъ круга, и еслии, продолжая непрерывное раздѣленіе дугъ на двѣ части, написаны будутъ двадцатичетыреугольники, или сорока - осмиугольники: то бока оныхъ близко будутъ подходить къ дугамъ окружности, такъ что на послѣдокъ дуги отъ хордъ мало, или ничего не будутъ разнспвовать. Почему окружность и можетъ сравниться съ многоугольникомъ, имѣющимъ великое множество боковъ, которые отъ малѣйшихъ дугъ окружности весьма мало разнспвуютъ. А какъ правильные многоугольники состоятъ изъ нѣскольکو равныхъ треугольниковъ (§. 350.), и когда такихъ треугольниковъ основанія почти ничего не разнспвуютъ отъ наима-
лѣйшихъ дугъ окружности: то и высота такихъ треугольниковъ можетъ сравниться
ся

ся съ полупоперешникомъ, который отъ боковъ многоугольника весьма мало, или почти ничего не разнится. И когда на конецъ изъ многихъ преугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой, который будетъ заключать всѣхъ ихъ основанія и имѣть общую съ ними высоту, (§. 350): то явится, что плоскость круга по справедливости равняется плоскости $\triangle ABC$, коего основаніе BC есть окружность круга, а высота AB равна полупоперешнику. ч. н. д.

П Р И В А В Л Е Н І Е .

§. 360. И такъ, еслили прямая линія сдѣлается равною окружности круга, *квадратура круга* (*quadratura circuli*) учинена будетъ такимъ же образомъ, какъ и измѣреніе плоскости въ преугольникъ бываетъ, то есть, когда полупоперешникъ круга будетъ умноженъ на половину окружности, или когда половина полупоперешника, то есть, четвертая часть поперешника умножится на всю окружность: то изъ того произойдетъ плоскость круга (§. 338.).

Положимъ, что данъ поперешникъ круга $= 100$: то окружность оного будетъ $= 314$ (§. 276.); Слѣдовательно, когда полупоперешникъ $= 50$ умножишь на половинную окружность $= 157$, будетъ плоскость кру-

Н

га



та $= 7850$; или, что все равно, когда всю окружность круга $= 314$ умножишь на половину полупоперешника, то есть, на четвертую часть поперешника $= 25$, произведение изъ того будешь также плоскость круга $= 7850$.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 2.

§. 361. Почему круги имѣютъ сложное содержаніе окружностей и полупоперешниковъ (§. 345.); но какъ тѣ же круги имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ полупоперешниковъ (§. 355.); того ради окружности круговъ содержащаяся между собою, какъ ихъ полупоперешники, или окружность одного круга къ своему полупоперешнику содержащаяся такъ, какъ окружность другаго всякаго круга къ своему же полупоперешнику; или окружность круга на. пр. АаD содержащаяся къ окружности другаго круга, на. пр. ВвЕ, какъ полупоперешникъ перваго АС къ полупоперешнику втораго СВ. Ибо, какъ изъ центра С проведешь два полупоперешника СА и Са, оныя въ точкахъ В и в прорѣжутъ внутренній кругъ, который съ наружнымъ изъ одного центра начерченъ, и сдѣлаютъ между собою $\angle АСа$, который весьма малъ: то можно Вв и Аа почесть за двѣ наималѣйшія линіи. И еслили обѣ сіи прямыя линіи Вв и Аа продолжаться: то онѣ

онѢ коснутся до круга въ наималѣйшихѢ
 шокмо часпицахѢ, то есть, онѢ будутѢ
 касательныя линѢи (§. 62.), каждаяжѢ
 касательная линѢя сѢ проведеннымѢ кѢ ка-
 сательной почкѢ полупоперешникомѢ дѢ-
 лаепѢ прямой уголѢ (§. 49.): то въ обо-
 ихѢ преугольникахѢ $С А а$ и $С В в$ углы $В и в$,
 такоужѢ $А и а$ будутѢ прямые, и слѣдовашель-
 но между собою равные (§. 86.), а уголѢ
 $С$ общій обоимѢ преугольникамѢ; того ра-
 ди оба наималѣйшіе преугольники $С А а$ и
 $С В в$ между собою подобны (§. 205). И
 такѢ $В в : А а = С В : с А$. Но поелику $\angle С$
 мѢра какѢ дуга $В в$, такѢ и дуга $А а$ (§.
 47.) то будетѢ $В в$ содержишья кѢ окружности
 $А а$ кѢ окружности $А а D$, или также $В в :$
 $В в E = А а =$ окружность $В в E$ кѢ окружности $А а D$
 (§. 139. Ариѳ.). Но какѢ $В в : А а = С В :$
 $С А$; то окружность $В в E$ кѢ окружности
 $А а D = С В : С А$ (§. 31. Ариѳ.), или $В в E :$
 $С В = А а D : С А$ (§. 139. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XLVIII.

§. 362. Плоскость круга кѢ квадрату
 въ немѢ написанному $О M P S$ содержишья
 такѢ, какѢ половинная окружность кѢ по-
 перешнику, и плоскость круга кѢ квадра- Фиг.
 ту около его описанному $Л N Q R$ содер- 147.
 жишья такѢ, какѢ четвертая часть окру-
 жности кѢ поперешнику.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ въ кругѣ написанный $OMPS$ равенъ половинѣ квадрата, около описаннаго $LNQR$ по тому, что $\triangle OMP = \frac{1}{2} LONP$ (§. 290.) и $\triangle OMP = \triangle OSP$ (§. 273 и 153); следовательно квадратъ $OMPS$ равенъ продолговатому прямоугольному четвероугольнику $LONP$, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. И такъ продолговатый прямоугольный четвероугольникъ изъ полупоперешника $MC = LO$ на половинную окружность OMP , то есть, самая плоскость круга (§. 360.) къ продолговатому прямоугольному четвероугольнику $OLNP$ одинакой высоты, то есть, къ квадрату, въ кругѣ написанному содержащемуся такъ, какъ ихъ основанія (§. 342.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ поперешнику OP . Почему тотъ же кругъ къ продолговатому прямоугольному четвероугольнику LP , вдвое взятому, или къ квадрату, около круга описанному LR содержащемуся такъ, какъ половинная окружность къ двумъ поперешникамъ, или раздѣливъ оба пропорціональныя количества пополамъ (§. 146. Арие.), плоскость круга къ квадрату поперешника, или къ квадрату, около круга описанному, будетъ содержать такъ, какъ четвертая частьъ окружности къ поперешнику. ч. н. д.

По-

Положимъ, что данъ поперешникъ $OP = 100$: то будетъ

Окружность круга = 314	100	
25	100	
1570	2 10000	5000 поло-
628		вина квад-
7850		рата изъ попер. =
Плоскость круга = 7850		квадрату въ кругѣ
		написанному.

И по тому $7850 : 5000$ точно содержится такъ, какъ половинная окружность къ поперешнику, есѣли только оба сѣи пропорціональныя количества раздѣлишь на принятое по изволению число, на. пр. на 50.

50 7850	157 полов. окруж.	50 5000	100 попер.
50 -		50	

$$285 -$$

$$250 -$$

$$350$$

$$350$$

То есѣь, $7850 : 5000 = 157 : 100$.

Также 7850, то есѣь, плоскость круга, къ 1000, то есѣь, къ квадрату, около круга описанному, точно содержится, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику, есѣли сѣи пропорціональныя количества раздѣлишь на принятое по изволению число, на. пр. на 50, и изъ прошед-



шихъ частныхъ чиселъ возьмешь по половинѣ

$$50 \overline{) 7850} \overline{) 157} = 78\frac{1}{2} \text{ четвертая часть окруж.}$$

$$50 \overline{) 10000} \overline{) 200} = 100 \text{ поперешникъ}$$

То есть, $7850 : 10000 = 157 : 200$

Или $7850 : 10000 = 78\frac{1}{2} : 100$

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 363. И такъ по принятой котораго нибудь содержанія окружности круга къ поперешнику (§. 276.), можетъ изображено быть въ числахъ содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника, то есть, плоскость круга къ квадрату поперешника содержится

По Архимед. $5\frac{1}{2} : 7$, или $11 : 14$

По Цейлен. $785 : 1000$

По Мец. $355 : 452$.

Положимъ, что по Архимед. данъ поперешникъ $= 7$: то окружность круга по его сравненію будетъ $= 22$; и такъ

$$\begin{array}{r} 22 \qquad 7 \\ 7 \qquad 7 \\ \hline 4 \overline{) 154} \overline{) 38\frac{1}{2}} : 49 \\ 12 \end{array}$$

34 или $77 : 98$

32

$\frac{2}{4}$

Оба

Оба сіи пропорціональныя количества раздѣливъ на принятое по изволенію число, на пр. на 7, получишь частныя числа 11 и 14, которыя точно будутъ изображать Архимедово содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

Положимъ, что Цейлен. данъ поперешникъ круга = 100: то окружность онаго по сравненію его будетъ = 314; и такъ

$$\begin{array}{r} 314 \qquad 100 \\ \hline 100 \qquad 100 \\ 4 \overline{) 31400} \overline{) 7850} : 10000 \end{array}$$

Оба сіи пропорціональныя количества такожъ раздѣливъ на принятое по изволенію число, на пр. на 10, получишь частныя числа 785 и 1000, которыя будутъ точно изображать Цейленово содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

Положимъ на конецъ, что по Мец. данъ поперешникъ круга = 113: то окружность онаго по его сравненію будетъ = 355; и такъ

$$\begin{array}{r} 355 \qquad 113 \\ \hline 113 \qquad 113 \\ \hline 1075 \qquad 339 \\ 355 \qquad 113 \\ \hline 355 \qquad 113 \\ \hline 4 \overline{) 40115} \overline{) 10028\frac{3}{4}} : 12769 \end{array}$$

Или 40115: 51076

Н 4

Оба



Оба сіи пропорціональныя количества раздѣливъ на принятое по изведенію число, на. пр. на 113, получишь частныя числа 355 и 452, копорыя будутъ точно изображать Меціево содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

ЗАДАЧА LXIII.

§. 364. Найти плоскость круга, когда будетъ данъ поперешникъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. По данному поперешнику найди окружность круга (§. 276.).

2. Найденной окружности половину умножь на половину поперешника (§. 360.), произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость круга.

Или

Найденную окружность круга умножь на четвертую часть поперешника (§. 338. и 359.), произведеніе изъ того будетъ также желаемая плоскость круга.

Или

Найденную окружность круга умножь на весь поперешникъ, и произведеніе изъ того раздѣли на чепыре, частное число будетъ также желаемая плоскость круга (§. 338.).

Или

Даннаго поперешника возьми квадратъ и сдѣлай слѣдующую посылку: какъ 1000 :

785 ,

785, или какъ 14: 11, или какъ 452: 355, такъ даннаго поперешника квадраѣ будетъ содержащяся къ искомой плоскости круга.

Положимъ, что данъ поперешникъ = 56'
То 100; 314 = 65:

$$\frac{56}{1884} \quad \frac{56}{2} = 28$$

$$2 \overline{) 17584} \quad 8792 \times 28 = 246176 \text{ плоск. круга}$$

Или

$$\begin{array}{r} 17584 \\ \underline{14} \\ 70336 \\ \underline{17584} \\ 246176 \text{ плоск. круга таже.} \end{array} \quad \frac{56}{4} = 14 \quad \begin{array}{r} 17584 \\ \underline{56} \\ 105504 \\ \underline{87920} \\ 984704 \end{array} \quad \begin{array}{r} 246176 \\ \underline{\quad} \\ \text{плоск.} \\ \text{круга таже} \end{array}$$

Или

$$\begin{array}{r} 56' \\ \underline{56} \\ 336 \\ \underline{280} \\ 3136 = 313600'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 1000: 785 = 313600: 246176 \\ \text{плоск. круга таже.} \end{array}$$

ЗАДАЧА LXIV.

§. 365. Найми поперешникъ круга, когда будетъ дана плоскость онаго.

Н 5

РБ-



РѢШЕНІЕ.

1. КЪ 780, КЪ 1000 и КЪ данной плоскости круга на. пр. 246176 найди четвертое пропорціональное Геометрическое число 313600 (§. 173. Ариѳ.), оно будетъ квадратъ искомага поперешника (§. 363.).

2. Изъ найденнаго четвертаго пропорціональнаго Геометрическаго числа извлеки квадратный радикасъ (§. 264. Ариѳ.), который будетъ искомый поперешникъ, на. пр.

$$785 : 1000 = 246176 : 3136$$

Слѣдовашельно $\sqrt{3136} = 56$ искомый поперешникъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 366. Изъ чего явствуетъ, что если-ли плоскость меньшаго круга, на. пр. $SEHF$ Фиг. вынется изъ плоскости большаго съ нимъ 148. одноценрнаго $ADBC$: то останется плоскость кольца $ADBCSEHF$.

ЗАДАЧА LXV.

§. 367. Найми плоскость сектора, или вырѣзка изъ круга $ACBD$, когда будетъ данъ полупоерешникъ круга AC и дуга AB .

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 1. Найди КЪ 7 и 22, или КЪ 100 и 314, 149. или 113 и 355 и КЪ данному полупоерешнику AC четвертое пропорціональное Геометрическое число (§. 173. Ариѳ.) и будетъ извѣстна половина окружности круга (§. 276.).



2. Найди также къ 180° , къ найденной половинѣ окружности круга и къ градусамъ данной дуги АВ четвертое пропорциональное Геометрическое число (§. 173. Ариѳ.), чтобъ дуга АВ въ такой же мѣрѣ была, въ какой данъ и полуперешникъ АС.

3. Наконецъ дугу АВ, превращенную въ прямую линію, умножь на данный полуперешникъ АС, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость вырѣзка изъ круга.

Положимъ, что данъ полуперешникъ АС = 6'

дуга АВ = 60°

То $100 : 314 = 6' = 600''$
600

Помѣмъ $100 \mid 188400 \mid 1884''$ половина окруж.
 $180^\circ : 1884'' = 60^\circ$
60

$180 \mid 113840 \mid 628$ дуга АВ въ
1080 0 прямой линіи.

504
360
1450
1440

Наконецъ $АВ = 628 \times (\frac{1}{2} АС = 3) = 1884$ плоскость вырѣзка.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскость цѣлаго круга равняется плоскости такого треугольника, который имѣетъ основаніемъ всю окружность круга, а высоту равную полуперпендикуляру онаго (§. 359.): то и плоскость вырѣзка изъ круга можетъ сравниться съ плоскостью такого треугольника, который имѣетъ основаніемъ дугу АВ, а высоту равную полуперпендикуляру круга; почему и плоскость его показаннымъ образомъ найдена справедливо (§. 338.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXVI.

§. 368. Найди плоскость сегмента, или
Фиг. 149. отрѣзка отъ круга, когда будетъ дана вы-
сота онаго DE и половинное основаніе AE.

РѢШЕНІЕ.

1. Найди перпендикуляръ круга (§. 276).
2. На найденномъ перпендикулѣ опишавъ кругъ (§. 246.), означь въ ономъ основаніе АВ.
3. Проведши полуперпендикуляры АС и ВС помощью транспортира, вымѣрай дугу АDB (§. 146).

4. И какъ уже извѣстенъ полупоперешникъ AC , и припомъ найдена дуга ADB : то найди плоскость вырѣзка $ACBD$ (§. 367.)

5. Помомъ найденную плоскость $\triangle CAB$ (§. 338.) вычпи изъ плоскости вырѣзка $ACBD$: то останется плоскость опрѣзка $ADBEA$.

Положимъ, что $AE = 600'''$, $DE = 80'''$: то будетъ $DF = 1205'''$ (§. 268.), дуга $AB = 60^\circ$ (§. 146.); слѣдовательно будетъ плоскость опрѣзка $ADBC = 1884$ (§. 367.). И когда $EC = 522'''$, $\frac{1}{2} AE = 300'''$: то будетъ плоскость $\triangle ACB = 156750'''$; слѣдовательно плоскость опрѣзка $AEBDA = 316500'''$.

П Р И Б А В Л Е Н И Е.

§. 369. Есѣлижъ потребно будетъ найти болѣйшій опрѣзокъ, на пр. BGA : то въ такомъ случаѣ плоскость $\triangle ACB$ прикладывается къ плоскости вырѣзка $AFBCA$.

П Р И М Ѣ Ч А Н И Е 1.

§. 370. Чѣтобъ для сысканія плоскостей вырѣзка и опрѣзка не находить окружности круга: то для сего градусы, минуты и секунды дугъ въ слѣдующей табличкѣ изображены такими часпицами, какихъ поперешникъ имѣетъ 100000.

Гра:

Градусы	часы окруж.	минут.	часы окруж.
1	872	1	14
2	1745	2	29
3	2617	3	43
4	3490	4	58
5	4363	5	72
6	5235	6	87
7	6108	7	101
8	6981	8	116
9	7853	9	130
10	8726	10	145
20	17453	20	290
30	26179	30	436
40	34906	40	581
50	43633	50	727
60	52359	секунд.	0
70	61086	2	$\frac{1}{2}$
80	69813	3	$\frac{1}{2}$
90	78539	4	1
100	87266	5	1
110	95993	6	1
120	104719	7	$1\frac{1}{2}$
130	113446	8	$1\frac{1}{2}$
140	122173	9	2
150	130899	10	2
160	139626	20	4
170	148353	30	7
180	157079	40	9
360	314159	50	12

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 371. Употребленіе сей таблицы есть слѣдующее: положимъ, что данъ поперешникъ

никъ $= 1200''$, какъ и въ предыдущей задачѣ, дуга $= 60^\circ$: то, поелику 60 градусамъ въ таблицѣ соотвѣствуетъ 52359 часпицы поперешника, слѣлай слѣдующую посылку:

$$\begin{array}{r}
 100000 : 52359 = 1200'' \\
 \hline
 1200 \\
 104718 \\
 \hline
 52359 \\
 100000 \mid 62830800 \mid 628'' \text{ дуга, въ} \\
 \text{прямую линію} \\
 \text{приведенная,} \\
 \text{какъ и выше се-} \\
 \text{го (§. 367.).}
 \end{array}$$

ТЕОРЕМА XLIX.

§. 372. Въ прямоугольномъ треуголь-
никѣ АВС квадрапѣ ипошенузы АС равенъ Фиг.
квадрапамъ кашетовъ АІ и ВЕ, вмѣстѣ 150.
взятымъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведеніи прямыхъ линій АЕ и
ВЕ и линіи ВК параллельной съ СЕ, про-
изойдетъ $\triangle АСЕ$ съ квадратомъ $СЕДВ$ и-
мѣющій одно основаніе и состоящій меж-
ду однѣми и тѣмижъ параллельными ли-
ніями, и слѣдовательно равный половинѣ
сего (§. 290.); также и $\triangle ВСЕ$ равенъ по-
ловинѣ параллелограмма $ІСЕК$ по той же
причинѣ. Но поелику $x = 0$ (§. 131.): то

x†



$x \dagger y = o \dagger y$ (§. 35. Ариѳ.); также $BC = CE$ и $AC = CF$ (§. 68.). И такъ $\triangle ACE = \triangle BCF$ (§. 151.); слѣдовательно $BCDE = LCFK$. Такимъ же образомъ доказываемъ, что $АНІВ = ALKG$. Почему $BCED \dagger АНІВ = LCFK \dagger ALKG$, или $BCED \dagger АНІВ = ACFG$. ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. Поелику $\angle ACB$ есть прямой (§. 260.):
 151. то на линіѣ АВ можно начертить пол-
 круга, которой пройдетъ чрезъ точку С,
 изъ которой, ежели на линію АВ опустимъ
 перпендикулярная линія CD (§. 165.):
 то произойдутъ три прямоугольные тре-
 угольника ACB , ADC и CDB , изъ коихъ
 въ двухъ ACB и ADC $\angle m = \angle m$, $q = \angle$
 ACB (§. 131.), слѣдовательно и третій
 $\angle p = \angle n$ (§. 203.), и по тому оба сіи тре-
 угольника ACB и ADC между собою по-
 добны (§. 205.); чего ради служить здѣсь
 слѣдующая пропорція $AB : AC = AC : AD$,
 и такъ $AC^2 = AB \times AD$ (§. 136. Ариѳ.).
 Помощь въ другихъ двухъ треугольникахъ
 ACB и CDB также $\angle p = \angle p$ (§. 30. Ариѳ.),
 $\angle r = \angle ACB$ (§. 131.), слѣдовательно и
 третій $\angle o = \angle m$ (§. 203.), и по тому оба
 сіи треугольника ACB и CDB также меж-
 ду собою подобны (§. 205.). Чего ради и
 здѣсь служить слѣдующая пропорція: $AB :$
 $BC = BC : BD$, и такъ $BC^2 = AB \times BD$ (§.
 136. Ариѳ.; почему AC

$$AC^2 + BC^2 = AB \times AD + AB \times BD$$

$$\text{Или } AC^2 + BC^2 = AB \times (AD + BD).$$

Но какъ $AD + BD = AB$ по положенію;

То $AC^2 + BC^2 = AB \times AB$ (§. 31. Аріѳ.),

Или $AC^2 + BC^2 = AB^2$. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 373. Сія теорема называется Пифагоровою по тому, что изобрѣлъ оную Пифагоръ. Для несравненной же пользы, какую она въ наукѣ о величинахъ приноситъ, именуется *Мастерскимъ въ Математикѣ, предложеніемъ* (Magister Matheseos) и теоремою достойною *ста половъ* (Hecatombe) Випрувій объявляетъ, что сія истинна изобрѣтена Пифагоромъ тогда, когда онъ узналъ, что прямоугольный треугольникъ составляется тогда, когда всѣ три бока онаго имѣютъ содержаніе между собою чиселъ 3, 4, 5, по тому что двухъ первыхъ боковъ квадраты, вмѣстѣ взятые $9 + 16$, равняются квадрату третьяго бока 25. То же происходитъ, когда бока онаго имѣютъ содержаніе слѣдующихъ чиселъ 6, 8, 10, такожъ 12, 16, 20.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 374. Изъ доказательства выше предложенной теоремы (§. 372.) явствуетъ, что, ежели квадраты катетовъ budouтъ да-

О

ны

ны въ числахъ, по изъ суммы оныхъ извлеченный квадрапный радикасъ будетъ изображать величину ипопенузы. Есплижъ изъ квадрата ипопенузы вычтется квадратъ котораго нибудь капеша, и изъ остатка извлечется квадрапный радикасъ, по оный будетъ изображать величину другаго капеша.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 375. Здѣсь можно упомянуть о не-измѣримыхъ количествахъ, которыя въ линіяхъ, а не въ числахъ изображены Фиг. бытъ могутъ. На пр. діагональная линія, ^{152.} въ квадратѣ проведенная BG почитается несоизмѣримою боку квадрата, поелику $BL^2 + LG^2 = BG^2$ (§. 372.); положимъ, что бокъ квадрата $BL = 1$, то $BG = 2$; и какъ изъ сего числа не можно извлечь полнаго и совершеннаго радика (§. 257.): то по тому діагональная линія BG къ боку квадрата BL не имѣетъ такого содержанія, какое имѣетъ число къ числу, или естъ не соизмѣримаю боку квадрата. Припомъ въ той же фигурѣ, еспли линіи FG и GK , между коими средняя пропорціональная линія естъ LG (§. 261.), будупъ имѣтъ между собою содержаніе такихъ чиселъ, какъ 3 : 2, между которыми средняго про-

пропорціональнаго числа полнаго и совершеннаго имѣнь не можно, то и линѣя LG , поелику изъ плоскости прямоугольнаго продолговашаго чепвероугольника, то есть, изъ произведенія, происшедшаго изъ умноженія одного бока на другой (§. 326.), то есть, изъ 6, равнаго квадрату средней пропорціональной линѣи LG , совершеннаго радикаса извлечь не можно, будетъ также не соизмѣримая линѣямъ FG и GK .

ЗАДАЧА LXVII.

§. 376. Сдѣланъ квадратъ равный двумъ даннымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока двухъ квадратовъ AB и BC : то

1. Бока данныхъ квадратовъ соедини Фиг. 153
подъ прямымъ угломъ.

2. Помощью проводи линѣю AC , то будетъ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AC есть гипотенуза, то AB и BC будутъ катеты прямоугольнаго $\triangle ABC$ (§. 67.); слѣдовательно $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (§. 372.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 377. Равнымъ образомъ можетъ сдѣланъ быть квадратъ равный тремъ даннымъ и проч. квадратамъ.

Положимъ, что даны бока квадратовъ
 Фиг. АД, АВ и ВС; то АВ и ВС соединивъ
 154. подъ прямымъ угломъ, проводи ипопенузу
 АС, попомъ АД и АС также соединивъ
 подъ прямымъ угломъ, проводи ипопенузу DC
 (§. 376.), то будетъ

$$DC^2 = AD^2 + AB^2 + BC^2$$

По тому что $DC^2 = AD^2 + AC^2$ (§. 372.).

Но какъ $AC^2 = AB^2 + BC^2$;

То $DC^2 = AD^2 + AB^2 + BC^2$.

ЗАДАЧА LXVIII.

Сдѣлать два квадрата равные двумъ
 даннымъ не равнымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока не равныхъ
 квадратовъ АВ и АС, то

Фиг.

155.

1. АВ и АС соединивъ подъ прямымъ
 угломъ, проводи линію ВС (§. 376.).

2. Попомъ въ точкахъ В и С означивъ
 по половинѣ прямого угла, проводи линіи
 ВD и CD, которыя взаимно пересѣкутся
 въ точкѣ D и составляя равносторонній
 Δ ВDС (§. 67.), въ которомъ, поелику
 при основаніи находящіеся углы DBC и
 DCB суть половинные прямого по положе-
 нію, ∠ ВDС будетъ прямой (§. 197. 199.
 и 130.); и по тому

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 \quad (§. 372.)$$

Также $BC^2 = BA^2 + CA^2$ (§. 372.).

Сдѣ.

Слѣдовательно $BD^2 + CD^2 = BA^2 + CA^2$ (§. 32. Аріе.)

Но какъ BD^2 и CD^2 суть квадраты равныхъ линій: то они между собою и даннымъ двумъ квадратамъ BA и CA сдѣланы точно равные.

ЗАДАЧА LXIX.

§. 379. Вычести квадратъ изъ квадрата.
РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока квадратовъ AB и AC , то

1. На бока данного большого квадрата, на пр. на AB , такъ какъ на прямой линіи Фиг. 156. начерши полукруга (§. 87. и 246.).

2. Изъ которой нибудь крайней почки данного бока большого квадрата на пр. изъ A къ начерченной половинѣ окружности проводи меньшаго данного квадрата бока AC , то отъ почки C , до точки B проведенная линія BC будетъ разность двухъ данныхъ квадратовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$\triangle ACB$ есть прямоугольный, по тому что $\angle ACB = 90^\circ$ (§. 260.): то будетъ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (§. 372.); слѣдовательно $AB^2 - AC^2 = BC^2$ (§. 374.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 380. Изъ вышепоказанныхъ предложеній можно теперь вывести легчайшій способъ для возстановленія перпендикулярной



ной линѣи на концѣ другой. Положимъ, что въ точкѣ А прямой линѣи ВА пребудетъся
 Фиг. возставитъ перпендикулярную линѣю АС:
 157. по линѣю ВА раздѣливъ на какіянибудѣ при равныя часпи, изъ точки В раствореніемъ циркула, которое бы равно было 5 равнымъ такимъ же часпямъ, начерпи дугу надъ линѣею ВА, а изъ другой крайней точки А раствореніемъ циркула, которое бы равно было 4 такимъ же часпямъ, также начерпи дугу: то изъ точки С, гдѣ тѣ дуги пересѣкаются взаимно между собою, къ точкѣ А проведенная линѣя АС будетъ перпендикулярная. Поелику $AB=3$, $AC=4$, а $BC=5$: то сумма квадратовъ обѣихъ сторонъ ВА и АС равна одному квадрату стороны ВС, по тому что $9+16=25$ (§. 373.). И такъ $\triangle ACB$ есть прямоугольный, и слѣдовательно при точкѣ А находится уголъ прямой (§. 372.), почему и линѣя АС есть перпендикулярная къ АВ (§. 49.).

ТЕОРЕМА I.

§. 381. Если въ двухъ преугольникахъ два бока одного будутъ равны двумъ бокамъ другаго и уголъ, между двумя боками перваго заключающійся, будетъ дополненіемъ угла, между двумяжъ боками другаго заключающагося: то такіе два преугольника суть равны между собою.
 ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что $AB = DC$, $BE = DF$, $\angle CDF$ есть дополненіемъ $\angle ABE$, то есть, $\angle CDF + \angle ABE = 180^\circ$; то $\triangle AEB = \triangle DCF$

Продолжи AB до G такъ, чтобы было $BG = DC = AB$, и проводи линію HI параллельную съ AG , (§. 155.), то $\angle EBG$ будетъ дополненіемъ $\angle ABE$ (§. 133. и 136.) по самому рѣшенію, а $\angle FDC$ дополненіемъ тогожъ угла по положенію; слѣдовательно $\angle EBG = \angle FDC$. Припомъ $BG = DC$ по самому рѣшенію, а $BE = DF$ по положенію; слѣдовательно $\triangle BEG = \triangle DFC$ (§. 151.). Но какъ $\triangle AEB = \triangle BEG$ (§. 335.); слѣдовательно $\triangle AEB = \triangle DFC$ (§. 32. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА II.

§. 382. Ежели на бокахъ $\triangle ABC$ будутъ начерчены при квадрата AG , BH , и BI , и бока оныхъ противоположенные бокамъ преугольника соединяяся: то изъ него произойдутъ при другіе преугольника такіе, изъ копорыхъ каждый будетъ равенъ первому данному.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Два бока BD и BE равны двумъ бокамъ BA и BC (§. 68.); припомъ чепыре угла, копорыхъ мѣрою есть кругъ B , вмѣстѣ взятые, соснавяющъ 360° (§. 139.), изъ



коихъ два угла ABD и CBE суть прямые (§. 68.); слѣдовательно другіе два угла DVE и AVC , вмѣстѣ взятые, равняются двумъ прямымъ угламъ; и по тому $\angle AVC$ есть дополненіемъ $\angle DVE$, между двумя равными боками заключающагося (§. 381.); слѣдовательно $\triangle DVE = \triangle AVC$ (§. 151.). Равнымъ образомъ доказывается, что и другіе два треугольника AIF и GCH суть равны во особености $\triangle AVC$. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 383. Ежели на всѣхъ бокахъ трапеціи $ABCD$ будутъ означены четыре квадрата и бока оныхъ соединятся линіями: то изъ того произойдутъ четыре треугольника, коиъ всѣхъ плоскости, вмѣстѣ взятые, равняются плоскости трапеціи вдвое взятой. Ибо $\triangle ECF = \triangle BDC$, $\triangle HAG = \triangle BAD$ (§. 382.): слѣдовательно два треугольника ECF и HAG , вмѣстѣ взятые, равны трапеціи $ABCD$. Равнымъ образомъ доказывается, что и другіе два треугольника равняются тому же трапеціи.

ТЕОРЕМА LI.

§. 384. Всякая точка діагональной линіи AC , проведенной въ квадратѣ $ABCD$, равно отстоитъ отъ двухъ боковъ AB и AD того же квадрата.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$\triangle ACB = \triangle ACD$ (§. 289.); и по тому Фиг. 161.
 $\angle EAG = \angle EAF$ (§. 86.), припомъ ли-
 нѣи EG и EF, кои измѣряютъ разстояніе
 точки E, суть перпендикулярны; слѣдова-
 тельно $\angle AGE = \angle AFE$ (§. 49.), также
 $AE = AE$ (§. 30. Ариѳ.); чего ради $\triangle AEG$
 $= \triangle AEF$ (§. 152.) и по тому бока оныхъ
 суть пропорціональные между собою (§.
 210.). Почему служилъ здѣсь слѣдующая
 пропорція:

$$EG : EF = EA : AE$$

Но какъ $EA = AE$

То будетъ $EG = EF$ ч. н. д.

ТЕОРЕМА III.

§. 385. Ежели прямая линѣя АВ раздѣ-
 лится на двѣ равныя части въ точкѣ С и
 приложится къ ней другая прямая линѣя
 ВD: то изъ цѣлой линѣи AD и приложен-
 ной ВD составленный прямоугольный про-
 долговатый чепвероугольникъ AI съ квад- Фиг.
 ратомъ изъ половинной части ВС будетъ 162.
 равенъ квадрату, составленному изъ прило-
 женной линѣи ВD и половинной части ВС.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что линѣя ВG параллельна
 съ линѣею DE, IK + KL параллельна съ DC
 + CA, и въ квадратѣ CDEF проведенная
 діагональная линѣя DF будетъ раздѣляю-
 щая.



щая тѢ параллельныя линѢи вѢ точкѢ Н;
то ВІ и КГ будутъ квадрапы (§. 384) и
КГ будетъ квадрапѢ, происшедшій изѢ
линѢи КН, или изѢ линѢи СВ = КН; при-
томѢ НЕ и СН суть параллелограммы,
между собою равныя, поелику не раздѣля-
етъ ихъ діагональная линѢя ЕД (§. 292.)
и СН = АК, поелику имѣютъ одно осно-
ваніе и одну высоту по положенію (§. 333);
слѣдовательно НЕ = АК (§. 32. Аріѳ.) По-
чему

$$AI + KG = CE$$

ТакоежѢ $AI + KG = CI + KG + HE$

$$\text{Или } AK = HE$$

$$\text{Но } CI + KG + HE = CE$$

$$\text{То } AI + KG = CE. \text{ ч. н. д.}$$

ТЕОРЕМА LIV.

§. 386. Ежели прямая линѢя ВС раз-
дѣлилася на равныя части вѢ точкѢ D, и
на не равныя вѢ точкѢ E: то прямоуголь-
ный продолговатый четвероугольникѢ ВН,
Фиг. составленный изѢ не равныхъ линѢй ВЕ и
163. ЕС съ квадрапомѢ средней части DE, бу-
детъ равенъ квадрапу, составленному изѢ
половинной части всей линѢи ВС.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что линѢи НМ и МІ, вмѣ-
стѢ взяпыя, параллельны съ линѢями ВD
и DC, вмѣспѣжѢ взяпыми, а НЕ парал-
лель-

лельна съ LD , линѣяжъ LC діагональная; по MN и EI будущъ два квадрата (§. 384); MN квадратъ, происшедшій изъ $MF=DE$; слѣдовательно и DE будетъ квадратъ; BE же есть прямоугольный продолговатый четвероугольникъ, происшедшій изъ линѣи BE , и $EC=CI=EF$; и такъ прямоугольный продолговатый четвероугольникъ BF съ квадратомъ $MN=$ квадрату DG , по тому что $BM=DI$ (§. 333.); припомъ $DE=FG$ (§. 292.); слѣдовательно.

$$BM \dagger DF, \text{ или } BF = DI \dagger FG$$

$$\text{Также } BF \dagger MN = DI \dagger FG \dagger MN$$

$$\text{Но } DI \dagger FG \dagger MN = DG$$

$$\text{То } BF \dagger MN = DG \text{ (§. 32. Ариѳ.). ч. н. д.}$$

ТЕОРЕМА LV.

§. 387. Въ косоугольномъ треугольникѣ Фиг. 164.
 ACB квадраты боковъ BC и AC , вмѣстѣ
взятые, превышающъ квадратъ бока AB ,
противоположеннаго острому углу C , два-
жды взятымъ четвероугольникомъ, проис-
шедшимъ изъ всей линѣи BC и опрѣзка
 FC .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$$BC^2 = BP^2 \dagger FR^2 \dagger OM \dagger QE$$

$$AC^2 = FC^2 = FR^2 \dagger AF^2$$

$$BC^2 \dagger AC^2 = BP^2 \dagger FR^2 \dagger OM \dagger QE \dagger FR^2 \dagger AF^2$$

$$\text{Или } BC^2 \dagger AC^2 = BP^2 \dagger 2FR^2 \dagger OM \dagger QE \dagger AF^2$$

Но



Но какъ $OM + QE + 2FR^2 = 2FE$

То $BC^2 + AC^2 = BR^2 + 2FE + AF^2$

Но какъ также $BR^2 + 2AF^2 = AB^2$

То $BC^2 + AC^2 = AB^2 + 2FE$. ч. н. д.

ЗАДАЧА LXX.

§. 388. Въ косоугольномъ ΔABC даны
Фиг. всѣ бока, на пр. BC , AC и AB ; найди вы-
164. соту AF и плоскость данного преугольника.
ка.

РѢШЕНІЕ.

1. Квадратъ бока AB вычти изъ суммы квадратовъ боковъ AC и BC , останется плоскость четвероугольника FE , вдвое взятая (§. 387.).

2. Изъ найденнаго остатка возми половину, и будетъ извѣсна плоскость четвероугольника FE , которую раздѣливъ на извѣстный бокъ $CE = BC$, частное число будетъ CF (§. 68. Ариф.).

3. На конецъ найденнаго отрѣзка CF квадратъ вычти изъ квадрата бока AC , останется квадратъ искомой высоты AF , изъ котораго, извлеки квадратный радикалъ, получишь въ простомъ знаменованіи высоту AF ; зная же высоту, найдешь и плоскость данного преугольника (§. 338.).
на пр.

$$CB = 21 \quad AC = 17 \quad AB = 10$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \hline 119 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ \hline 100 = AB^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \hline 441 = CB^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \hline 289 = AC^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 289 \\ \hline 730 = BC^2 + AC^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \hline 15 \\ \hline 75 \\ \hline 15^2 \end{array}$$

$$AB^2 = 100 \quad \begin{array}{r} 630 = 2 FE \\ \hline 2 \mid 630 \mid 315 = FE \end{array} \quad \begin{array}{r} 225 = CF^2 \end{array}$$

$$CE = BC = 21 \mid 315 \mid 15 = CF \quad AC^2 = 289 \quad FC^2 = 225$$

$$\sqrt{64} \mid 8 = AF$$

$$BC = 21 \quad AF = 8 \quad \text{иска-}$$

мая высота.

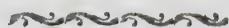
$$2 \mid 168 \mid 84 \text{ искомая плоскость.}$$

Другимъ образомъ.

1. Сложи всѣ бока даннаго треугольника и сумму раздѣли на 2.

2. Изъ частнаго числа вычти по порядку всѣ бока и замѣнь происшедшій изъ того разности.

3. Копирую нибудь разность умножь на половину суммы боковъ, и происшедшее изъ того произведение также умножь на другія разности.



4. Изъ послѣдняго произведенія извлеки квадрапный радикасъ, который покажетъ желаемую плоскость преугольника. На пр.

$$\begin{array}{r} BC = 21 \quad 24 \quad 24 \quad 24 \\ AC = 17 \quad 21 \quad 17 \quad 10 \\ AB = 10 \quad 3 \quad 7 \quad 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \quad 24 \quad 21 \\ \underline{48} \quad 14 \\ 84 \\ \underline{84} \quad 21 \\ 294 \\ \underline{294} \quad 24 \\ 1176 \\ \underline{1176} \quad 588 \end{array}$$

$$\sqrt{7056} \quad 84 \text{ вѣрно. т. е. такаяжѢ плоскость.}$$

ЗАДАЧА LVI.

Фиг. §. 389. Плоскость луначки $ADBE$ равна 165. на плоскости преугольника ABF .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда $AF^2 = AC^2 + CF^2$ (§. 272.): то четверть круга $AEBF$ равна половинѢ круга $ADBC$ по тому, что круги содержатся между собою такъ, какъ квадранты полуперешниковъ (§. 361, 362 и 363). Но какъ кругъ полуперешникомъ AF есть вдвое больше того круга, который описанъ полуперешни-

шникомъ $АС$, то четвертая доля того равна половинѣ сего. И какъ еслии опѣ равныхъ, то есѣ, опѣ четверти круга $АЕВ$ и полукруга $АВС$ опишемъ равное на пр. вѣ срединѣ находящееся пространство $АЕСВ$, то останутся равныя, то есѣ, луначка $АДЕВ = \triangle АВЕ$ (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXI.

§. 390. Найди плоскость луначки $АДЕВ$.

РѢШЕНІЕ.

1. Полуперпендикуляръ $АС$ описавъ на линіи $АВ$ полукруга такъ, чтобъ было $АС = СЕ$, проводи ипогенузу $АЕ$, и оною, такъ какъ полуперпендикуляръ, изъ точки $Е$ опиши четверть круга $АЕВ$.

2. Потомъ изъ основанія $В$ $А$ и высоты $СЕ$, которая есѣ половинная часть основанія, такъ какъ изъ извѣстныхъ линій, найди плоскость $\triangle АВЕ$ (§. 338.), которая будетъ равна плоскости луначки (§. 389.). ч. н. с. и д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 391. Квадратуру такой луначки первый изобрѣлъ Иппократъ Хійскій: почему и называется она *Иппократовою луначкою* (*Lunula Hippocratis*).



ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

О

СНИМАНІИ ПЛАНОВЪ, ИЛИ СОЧИНЕНІИ ЧЕРТЕЖЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 392. *Планомъ*, или *чертежемъ* (Ichnographia) называется такая фигура, копорая изображеніе какой нибудь плоской поверхности въ маломъ видѣ, помощію Геометрическаго размѣра, начерченное представляющъ.

ЗАДАЧА LXXII.

§. 393. Снять планъ съ такой плоскости, чрезъ копорую вездѣ ходить можно.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 166. 1. Вымѣрять назначенной плоскости $AB C D E$ всѣ бока AB , BC , CD , DE и EA .

2. Вымѣрять также и діагональныя линіи BE и BD .

3. Потомъ проводи на бумагѣ взяпую по уменьшенному машпабу линію $ab = AB$ и изъ a распвореніемъ циркула ae равнымъ AE и также взяпымъ по уменьшенному машпабу, начерпи дугу, а изъ b распвореніемъ циркула $be = BE$ и также взяпымъ по уменьшенному машпабу, начерпи другую дугу, копорая пересѣчетъ первую въ точкѣ e .

4. Изъ точки e раствореніемъ циркула $ed = ED$, а изъ b раствореніемъ циркула $bd = BD$ начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ d .

5. Также изъ точки d раствореніемъ циркула $dc = DC$, а изъ b раствореніемъ циркула $bc = BC$ начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ c .

6. На конецъ точки a и e , c и d , d и c , такожь c и b соедини прямыми линіями, и произойдетъ желаемый планъ, или фигура $abcde \infty ABCDE$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ треугольнѣхъ abe , ebd и dbc всѣ бока пропорціональны бокамъ треугольниковъ, назначенныхъ на полѣ, ABE , EBD и DBC по самому рѣшенію; слѣдовательно и углы въ оныхъ находящіяся равны (§. 153.). По чему и въ цѣломъ видѣ взятая фигура $abcde$ подобна фигурѣ, назначенной на полѣ $ABCDE$ (§. 205. и 210.).
Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 394. Изъ самаго рѣшенія явствуетъ, что точность плана зависитъ отъ точнаго измѣренія линіи AB , которая въ такихъ случаяхъ называется *основаніемъ*, и отъ точнаго измѣренія угловъ. И чтобъ о семъ удостовѣриться, то перешедши на мѣсто

II

E,



Е, должно вымѣрять углы $\angle ABE$, $\angle EBD$, и $\angle DBC$, и смолѣть, ежели во всякомъ изъ сихъ треугольниковъ сумма всѣхъ угловъ будетъ составлять 180° : то почипая, что углы вымѣрены вѣрно; ежелижъ сумма всѣхъ угловъ будетъ больше, или меньше 180° : то, поелику не извѣстно, который уголъ не справедливо вымѣренъ, погрѣшность должно раздѣлить по всѣмъ угламъ треугольника пропорціонально градусамъ cadaго угла, чтобъ сумма всѣхъ составляла 180° . На пр. ежелибы въ треугольникъ ABE найдено было, что $\angle A = 125^\circ + 45'$, $\angle E = 34^\circ + 40'$, $\angle B = 20^\circ + 17'$: то сумма всѣхъ будетъ $= 180^\circ + 42'$. И чтобъ опредѣлить, сколько минутъ у cadaго угла убавить должно, то посылай: $180^\circ : 125^\circ + 45' = 42'$, четвертое пропорціональное число $29' + 20''$ будетъ число минутъ и секундъ, которыми уголъ A уменьшать должно; попомъ посылай: $180^\circ : 34^\circ + 40' = 42$, четвертое пропорціональное число $8' + 5''$ будетъ число минутъ и секундъ, которыми уголъ E убавить должно. Для углажъ B будетъ $4' + 35''$, которыми его убавить надлежитъ. Почему въ выкладкахъ должно положить $\angle A = 125^\circ + 15' + 40''$, $\angle E = 30^\circ + 31' + 55''$ и $\angle B = 20^\circ + 12' + 25''$. Равнымъ образомъ поправляются углы и въ про-

прочихъ треугольникахъ, ежели впорично
вымѣрявъ тѣже углы не захочешъ.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

1. Поставивъ сподикъ въ срединѣ на-
значенной плоскости, на пр. въ о, и къ шпиль-Фиг.
къ вопкнутой въ о приложивъ линѣйку съ ^{167.}
мишенями, ко всѣмъ угламъ означъ на
сподикъ линѣи.

2. Вымѣрявъ длины линѣй оА, оВ, оС,
оD и оЕ, сдѣлай онымъ равныя, по умень-
шенному машшабу взятыя оа, об, ос, од и ое.

3. На конецъ крайнѣя сихъ линѣй поч-
ки соедини прямыми линѣями и произой-
детъ желаемый планъ, или фигура аbсde
∞ АВСDE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ треугольникахъ АоВ и аоб, ВоС
и вос, СоD и сод, ДоЕ и дое, ЕоА и
еоа, бока Ао, Во, Со, и проч. пропорціо-
нальны бокамъ ао, во, со и проч. по са-
мому рѣшенію, и углы, между тѣми бо-
ками находящіеся, суть общіе: то про-
чіе углы будутъ равны между собою (§.
151.) и прочіе бока пропорціональны (§. 210.);
почему и въ цѣломъ видѣ взятая фигура
аbсde ∞ АВСDE (§. 205.). ч. н. д.

ТРЕТЬИМЪ ОБРАЗОМЪ.

1. Поставивъ въ срединѣ назначенной
плоскости Аспролябію, на пр. въ почкѣ о,



вымѣряй углы АоВ , ВоС , СоD , ДоС и ЕоА (§. 146.).

2. Вымѣряй также линѣи оА , оВ , оС , оD и оЕ и на бумагѣ означь по уменьшенному машшабу прямую линѣю $\text{оа} = \text{оА}$.

3. Потомъ въ точкѣ о на линѣѣ оа слѣлавъ $\angle \text{аоВ} = \text{АоВ}$ проводи линѣю $\text{об} = \text{оВ}$, такожь на линѣѣ об въ точкѣ о слѣлавъ $\angle \text{боС} = \text{ВоС}$ проводи линѣю $\text{ос} = \text{оС}$ (§. 167.).

4. На конецъ прочіе углы $\text{сод} = \text{СоD}$, $\text{доЕ} = \text{ДоЕ}$, $\text{еоА} = \text{ЕоА}$ означь, и проведши линѣи $\text{од} = \text{оD}$, $\text{ое} = \text{оЕ}$, крайнія оныхъ точки соедини прямыми линѣями, и произойдетъ желаемый планъ, или фигура $\text{abcde} \sim \text{ABCDE}$ (§. 151. 205. и 210.).
ч. н. с. и. д.

ЗАДАЧА LXXIII.

§. 395. Снять планъ съ такой плоскости, чрезъ копорую вездѣ ходить не можно.

РѢШЕНІЕ.

Случай первой: Когда крайнія точки означенной на полѣ плоскости могутъ пидны быть изъ двухъ станцій: по

Фиг. 168. 1. Выбравъ двѣ станціи Г и Г , въ первой изъ оныхъ поставь сподикъ, и вопкнувъ на ономъ шпильку въ о , приложи линѣйку съ мишенями, и по оной какъ къ другой стан-

станціи G , такъ и къ верхамъ всѣхъ угловъ плоскости означъ на сподикъ линѣи.

2. Вымѣривъ разстояніе станцій GF и по уменьшенному машпабу взявъ оное, означъ на линѣѣ oS и сподикъ со всѣми на немъ назначенными линѣями перенеси въ другую станцію такъ, чтобъ линѣя опредѣленная по машпабу oS была параллельна съ GF .

3. Къ точкѣ S приложивъ также линѣйку съ мишенями, означъ по оной къ верхамъ всѣхъ угловъ прямыя линѣи, и гдѣ оныя пересѣкутъ линѣи, въ первой станціи означенныя, тамъ будущъ крайній точки желаемого плана, копорыя попомъ соединивъ прямыми линѣями, произойдетъ фигура въ маломъ видѣ представляющаяся подобна той, копорая на полѣ назначена.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Еслии чрезъ Аспролябію вымѣряешь всѣ углы, копорые въ почкахъ o и S находясь, и разстояніе станцій вымѣрянное саженью опредѣлишь по уменьшенному машпабу: то изъ одного бока и нѣсколько извѣстныхъ угловъ составитъ фигура въ маломъ видѣ подобная на полѣ означенной (§. 394.).



Случай второй: Когда крайнія точки означенной на полѣ плоскости не могутъ цѣны быть изъ двухъ станцій: то

Фиг. 169. 1. Въ какомъ нибудь углѣ означенной на полѣ плоскости поставь столикъ, и на ономъ вопкнувъ шпильку и приложивъ къ оной линѣйку съ мишенями, къ ближайшимъ угловъ верхамъ В и Е означь линѣи взятыя по уменьшенному машшабу $ab=AB$, $ae=AE$.

2. Помѣмъ перенеси столикъ въ В съ означенными въ первой станціи линѣями и приложивъ линѣйку съ мишенями къ шпилькѣ вопкнутой въ В, означь также по уменьшенному машшабу линѣю $bc=BC$.

3. На конецъ въ С, D и Е перенесши столикъ и такоежъ дѣйствіе повторивъ, заключишь окружность всей фигуры, и произойдетъ желаемый планъ, то есть, составився фигура $abcde \sim ABCDE$.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Еслии чрезъ Аспролябію вымѣряешь всѣ углы А, В, С и проч. такожъ бока АВ, ВС, СD и проч. то помощію транспортира и уменьшеннаго машшаба можешь дома составить фигуру въ маломъ видѣ представляющуюся $abcde$ подобную означенной на полѣ $ABCDE$.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 396. Если въ обоихъ случаяхъ послѣдняя линія не совершеннымъ образомъ будетъ заключать всю фигуру, то есть: если она будетъ или очень длинна, или коротка, то въ такомъ случаѣ или у всѣхъ угловъ назначенной фигуры нѣсколько убавить, или къ онимъ нѣсколько прибавить, пока она въ разсужденіи своей мѣры точно не помѣстится въ своемъ мѣстѣ (§. 394.).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 397. Если на листѣ бумаги, которой положенъ на столѣ, не умѣщается вся фигура какой плоскости: то на ономъ, когда вся какая нибудь линія означена быть не можетъ, означивъ токмо нѣкоторую часть ея, должно приложить къ тому другой листъ, и на семъ всю ту линію въ надлежащей мѣрѣ означить и потомъ продолжая по порядку означенія линій и угловъ до тѣхъ поръ, пока со всей плоскости не будетъ снятъ планъ. Если и другаго листа не будетъ доставать: то можно присовокупить къ тому претій листъ, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 398. При снятіи плановъ, сверхъ взаимнаго положенія примѣчаній доспой-

ныхъ мѣстѣ, требуется и положеніе ихъ въ разсужденіи спранъ свѣта. Къ познанію сего по большей части употребляется компасъ, по тому что магнитная спирѣлка концами своими склоняясь къ полюсамъ земнымъ, представляетъ меридіанъ мѣста, надъ которымъ центръ ея стоитъ; и когда на пр. станешь лицомъ къ сѣверу, которой всегда на спирѣлкѣ означается особливимъ знакомъ: то въ правой сторонѣ будетъ востокъ, въ лѣвой западъ, а позади югъ. И такъ, когда чрезъ одно которое нибудь мѣсто на бумагѣ будетъ проведена меридіональная линія: то видно будетъ положеніе прочихъ въ разсужденіи спранъ свѣта. И такъ, чтобъ на планѣ начерченномъ провести меридіональную линію, ничего больше не требуется, какъ замѣшивъ положеніе спирѣлки въ разсужденіи котораго нибудь другаго мѣста. На пр. ежелибы примѣчено было, что поставя Фиг. 166. компасъ въ точкѣ Е, мѣсто D склоняется отъ спирѣлки въ правую сторону на 60° : то на бумагѣ должно провести шокмо линію ЕР такъ, чтобъ $\angle РЕD$ равенъ былъ 60° ; такимъ образомъ видно будетъ, которыя мѣста лежатъ къ востоку и которыя къ западу; мѣстожъ, котораго мериді-

діанъ опредѣляется, обыкновенно берется
по, отъ котораго дѣйствія начинаются.

ЗАДАЧА LXXIV.

§. 399. Назначить въ маломъ видѣ на
бумагѣ въ разсужденій чепырежѣ странѣ свѣ-
та плоскость, на полѣ означенную ABCDE.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрять означенной на полѣ плоско- Фиг.
сти бока АВ, ВС, CD, DE, и EA. 179.

2. Поставивъ компасъ въ верьху угла
А, наведи мишени на верьхѣ угла В, по-
ставивъ же компасъ въ верьху угла В, на-
веди мишени къ верьху угла С, и такъ
далѣе спанови компасъ при верьхахъ всѣхъ
угловъ означенной на полѣ плоскости и
замѣчай наклоненія магнитной спирѣлки
отъ полудня, или отъ полуночи къ вос-
току, или западу, и также означь на бу-
магѣ длины линѣи АВ, ВС и проч. на пр.
отъ линѣи АВ = 20° магнитная спирѣлка
имѣетъ наклоненіе къ зюйду веспу на 56° ;
отъ ВС = $13^{\circ} + 6'$ къ зюйду оспу на 20° ;
отъ CD = $13^{\circ} + 1'$ къ порду оспу на 87° ;
отъ DE = $21^{\circ} + 2''$ къ нордужѣ оспу на
 9° ; отъ EA = $11^{\circ} + 4'$ къ зюйду веспу на 80° .

3. Помомъ проводи на бумагѣ прямую
линѣю SN, коей крайняя почка S по по-
ложенію пусть означаетъ полдень, а дру-
гая крайняя той же линѣи почка N пусть
означаетъ полночь.



4. На линѣѢ SN по изволению взявъ точку a , приложи къ оной центръ транспира, и опочти на ономъ для линѣи ab внизъ отъ полудня въ правую сторону къ западу 56° , и чрезъ предѣлъ шѣхъ градусовъ проводи прямую линѣю $ab = AB$.

5. Чрезъ точку b проводя параллельную линѣю съ SN и приложивъ къ оной центръ транспира, опочти на ономъ для линѣи bc внизъ въ лѣвую сторону къ востоку 20° , и чрезъ предѣлъ шѣхъ градусовъ проводи линѣю $bc = BC$.

6. Чрезъ точку c проводя также параллельную линѣю и приложивъ къ оной центръ транспира, опочти на ономъ для линѣи cd въ верхъ отъ полуночи въ лѣвую сторону къ востоку 8° , и чрезъ предѣлъ шѣхъ градусовъ проводи линѣю $cd = CD$; и такъ далѣе всѣ бока означивъ, получишь фигуру $abcde$ въ маломъ видѣ означенную въ разсужденіи четырехъ странъ свѣта и подобную на полѣ назначенной $ABCDE$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Магнитная стрѣлка всегда соотвѣтствуетъ тойже меридіональной линѣѢ, въ коробочкѣѢ внизу другія линѣи подъ стрѣлкою изображенныя находятся, которыя показываютъ, на сколько градусовъ

бока фигуры уклоняются отъ меридіональной линіи; но меридіональной линіи соотвѣствуетъ на бумагѣ изображенная линія SN и съ оною параллельныя другія проведенныя линіи, отъ коихъ бока фигуры $abcde$ на столько градусовъ уклоняются по самому рѣшенію, на сколько и бока фигуры $ABCDE$; слѣдовательно фигура $abcde$ въ маломъ видѣ представляющаяся изображена въ разсужденіи чепырежъ спранъ свѣта и имѣетъ такоежъ положеніе, какъ и фигура на полѣ означенная.
ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXV.

§. 400. Означить въ большемъ видѣ фигуру на полѣ, въ маломъ видѣ изображенную на бумагѣ.

РѢШЕНІЕ.

1. Означь углы на полѣ всѣмъ угламъ фигуры, на бумагѣ изображенной, равные (§. 169.).

2. Бока угловъ помощію сажени сдѣлай равные бокамъ фигуры, на бумагѣ изображенной; и такимъ образомъ съ бумаги на поле перенесена будетъ данная фигура.
ч. н. с. н. д.



ГЛАВА ВОСЬМАЯ.

О

РАЗДѢЛЕНІЯ ПЛОСКОСТЕЙ.

ЗАДАЧА LXXVI.

§. 401.

Раздѣлитъ $\triangle ABC$ на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Фиг.

171.

1. Раздѣли основаніе AB данного треугольника на три равныя части въ точкахъ D и E .

2. Изъ верху C треугольника къ точкамъ D и E проводи прямыя линіи CD и CE . Такимъ образомъ раздѣлился данный треугольникъ на желаемыя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ACD , DCE и ECB , поелику имѣютъ равныя основанія и одинаковую высоту, сущь равны между собою (§. 335.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXVII.

§. 402. Раздѣлитъ параллелограммъ $ABCD$ на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Фиг.

172.

1. Раздѣли данное параллелограмма основаніе AB на три равныя части въ точкахъ E и F .

2. Чрезъ точки раздѣленія проводи прямыя линіи EG и FN параллельныя съ бокомъ параллелограмма AC . Такимъ образомъ

зомъ раздѣлился данный параллелограммъ на желаемыя части. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXVIII.

§. 403. Раздѣлишь параллелограммъ ABCD изъ точки E на двѣ равныя части.

Фиг.

РѢШЕНІЕ.

173.

1. Проведи въ данномъ параллелограммѣ діагональныя линіи AD и CB, взаимно пересѣкающіяся въ точкѣ o.

2. Чрезъ данную точку E и точку сѣченія діагональныхъ линій проводи прямую EF, которая раздѣлишь данный параллелограммъ на двѣ желаемыя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Явствуемъ, что сѣобѣихъ сторонъ линій EF находящіяся шреугольники равны между собою, на пр. $\Delta 1 = \Delta m$, по тому что углы при o суть вершикальные и равны (§. 137.), $\angle ECo = \angle FBo$ и $\angle CEO = \angle FBo$ (§. 191.). Такимъ же образомъ доказывается, что $\Delta 2 = \Delta n$, шакожъ $\Delta 3 = \Delta r$, изъ коихъ, шакъ какъ изъ частей равныхъ, обѣ половины даннаго параллелограмма состоятъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 404. Изъ чего явствуемъ, что точка o, гдѣ пересѣкаются діагональныя линіи, занимаетъ среднее мѣсто въ параллелограммѣ и почищается шакой фигуры, ценн;



центромъ въ которомъ изъ какой нибудь точки проведенная поперечная линія, на пр. EF раздѣляется на двѣ равныя части.

ЗАДАЧА LXXIX.

§. 405. Раздѣлить $\triangle ABC$ изъ точки D на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 174. 1. Проведи опъ данной точки D къ точкѣ B прямую линію BD .

2. Раздѣли бокъ AC на двѣ равныя части въ точкѣ E .

3. Чрезъ точку E проводи линію EF параллельную съ DB .

4. На конецъ между точками D и F проводи линію DF . Такимъ образомъ раздѣлился данный треугольникъ ABC на двѣ равныя части, то есть, будетъ $ABFD = DCF$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведеніи линіи EB , будетъ $\triangle CEB = \triangle AEB$ (§. 305.), припомъ $\triangle EFD = \triangle EFB$ (§. 335.); и когда опъ сихъ треугольниковъ опнимешь общій имъ $\triangle EGF$: то останутся равныя, то есть, $\triangle EGD = \triangle FGB$ (§. 36. Аріѳ.). Равнымъ образомъ, ежели опъ равныхъ треугольниковъ AEB и CEB опнимешь по равнымъ треугольникамъ EGD и FGB : то останутся равныя, то есть, $DGBA = EGFC$ (§. 36. Аріѳ.).

Но

Но ежели кЪ симЪ равнымЪ приложимъ по равному, то есть, кЪ $DGBA$ приложимъ ΔFGB , а кЪ $EGFC$ приложимъ ΔEGD : то произойдутъ равныя, то есть, $ADFB = DFC$ (§. 35. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXX.

§. 406. Раздѣлить ΔABC на пять равныхъ частей.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ данного треугольника основаніе AB на пять равныхъ частей, чрезъ Фиг.
175. точку D проведи прямую линію CD : то будетъ $\Delta BCD = \frac{1}{5} \Delta ABC$.

2. Раздѣли ΔACD на четыре равныя части и чрезъ точку E проведи линію ED : то будетъ $\Delta CDE = \frac{1}{5} \Delta ACD$.

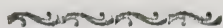
3. Раздѣли также AD на три равныя части и чрезъ точку F проведи линію FE : то будетъ $\Delta EDF = \frac{1}{5} \Delta EDA$.

4. Раздѣли на конецъ AE на двѣ равныя части, и чрезъ точку G проведи линію FG : то будетъ $\Delta EFG = \Delta AFG$. И такъ цѣлый треугольникъ ABC раздѣленъ на пять равныхъ частей BCD , CDE , EDF , FEG и FGA . ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXI.

§. 407. Опять нѣкоторую часть отъ данного треугольника ABC .

РѢ.



РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли эту часть плоскости, которую опиная должно, на бокъ треугольника, которой будетъ вмѣсто основанія Фиг. 176. опиваемой части, на пр. на АВ (§. 405.), частное число покажетъ половинную высоту треугольника опиваемого, которую удвоивъ, произойдетъ вся высота (§. 339.).

2. Найденную высоту взявъ циркулемъ, означь оную изъ Е въ F.

3. Отъ точки Е до В проведи прямую линію ЕВ, которая опрѣжетъ желаемую плоскости часть АЕВ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXII.

§. 408. Раздѣлишь данный трапеціи АВСD на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. Сыскавъ плоскость всего трапеціи (§. 349), раздѣли оную на два.

2. Половинную часть сравни съ плоскостію большаго треугольника АВС, который послѣ означенія діагональной линіи ВС происходитъ въ трапеціи, и оную изъ плоскости сего треугольника вычти.

3. Происшедшая изъ того разность будетъ изображать такую плоскость, которую должно опиная отъ плоскости большаго треугольника; и по тому раздѣливъ сію на половину ВС, частное число покажетъ высоту по (§. 339.).

4. Найденную высоту по взявъ циркулемъ, означь оную на линѣ В С, такъ какъ на основаніи, къ которому нибудь углу, на пр. въ п. Такимъ образомъ, по проведеніи линѣи В п, означеннаго Δ В п С, показывающій разность, то есть, чѣмъ большаго треугольника А В С плоскость разнствуетъ отъ половинной части трапеція. Почему вычешши сію, то есть, плоскость Δ В п С изъ плоскости большаго треугольника А В С и приложивъ оную къ плоскости меньшаго треугольника В С D, получишь, что линѣя В п раздѣляетъ весь трапецій на двѣ равныя части. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXIII.

§. 409. Начерпипь такой треугольникъ, который бы прошивъ даннаго А В С былъ вдвое и имѣлъ одну высоту съ нимъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Продолжи даннаго треугольника основаніе А В до D такъ, чтобъ было $В D = А В$. Фиг.
178

2. Изъ D до С проведи прямую линію D С, и произойдетъ желаемый Δ А D С.

ЗАДАЧА LXXXIV.

§. 410. Начерпипь такой треугольникъ, который бы прошивъ даннаго А В С былъ вдвое и $\frac{3}{4}$ больше и имѣлъ одну высоту съ нимъ.

Р

РѢ.



РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ преугольникѣ проведемъ перпендикулярную линію ВЕ, раздѣлимъ оную на четыре равныя части.

2. Продолжи перпендикулярную линію ВЕ до D такъ, чтобъ было $BD = 1\frac{3}{4}$

Фиг. ВЕ.

179. 3. Отъ А и С къ D проводи прямыя линіи АД и СD, и произойдетъ желаемый $\triangle ADC$.

ЗАДАЧА LXXXV.

§. 411. Начерпимъ такой преугольникъ, который бы противъ даннаго АВС былъ вдвое и $\frac{2}{3}$ больше и былъ пропорціоналенъ ему.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго преугольника бокъ Фиг. АВ на три равныя части, продолжи оной 180. до F такъ, чтобъ было $BF = 2\frac{2}{3} AB$.

2. Между АВ и ВF сыскавъ среднюю пропорціональную линію ВG (§. 267.), означь оную отъ А до Е.

3. На конецъ съ линіею ВС чрезъ точку Е означь параллельную линію ED (§. 155.), и произойдетъ желаемый $\triangle ADE$.

ЗАДАЧА LXXXVI.

Фиг.

181. §. 412. Раздѣлимъ данный трапецій АВ-СD изъ точки D на три равныя части.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональныя линѣи $СА$ и $ДВ$, раздѣли первую изъ оныхъ $АС$ на три равныя части въ точкахъ $Н$ и $Е$.

2. Чрезъ точки $Н$ и $Е$ съ діагональною линѣею $ДВ$ означъ параллельныя линѣи $НЛ$ и $ЕІ$.

3. На конецъ изъ точки $Д$ къ точкамъ $Л$ и $І$, гдѣ кончатся параллельныя линѣи, проводи прямыя линѣи $ДЛ$ и $ДІ$; такимъ образомъ раздѣлился данной трапеціи на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXVII.

§ 413. Раздѣлишь данный $\triangle ABC$ изъ Фиг. 182.
точки $Д$ на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ данного треугольника основаніе AB на три равныя части въ точкахъ $І$ и $Е$, означъ чрезъ сіи точки линѣи $НІ$ и $ГЕ$, параллельныя съ линѣею CD , изъ верьху треугольника на основаніе онаго опущенною.

2. Помомъ отъ точекъ $Н$ и $Г$ къ точкѣ $Д$ проводи прямыя линѣи $НД$ и $ГД$; такимъ образомъ раздѣлился данный треугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXVIII.

§ 414. Раздѣлишь данный правильный Фиг. 183.
пятиугольникъ $ADCEF$ изъ точки, въ срединѣ онаго находящейся $В$, на три равныя части.

Р 2

РѢ.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ каждой бокъ даннаго пятиугольника на три равныя части, изъ точекъ раздѣленія къ точкѣ В, въ срединѣ онаго находящейся, означь прямыя линіи, и произойдеишь столько равныхъ треугольниковъ, на сколько частей равныхъ всѣ бока онаго раздѣлены.

2. Для каждой части опочли по пяти такихъ треугольниковъ, и такимъ образомъ раздѣлился данный правильный пятиугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXIX.

Фиг. §. 415. Раздѣлишь данный трапеціи
184. $ABCD$, котораго два бока AB и CD параллельны между собою, на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Раздѣливъ бока даннаго трапеціи параллельныя между собою въ точкахъ H и G , такожъ F и E на три равныя части, проведи прямыя линіи HF и GE : то и раздѣлился данный трапеціи на желаемыя части.

ЗАДАЧА XC.

Фиг. §. 416. Раздѣлишь данный ΔABC на
185. три равныя части линіями FR и VR , которыя бы параллельны были съ основаніемъ онаго CA .

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго преугольника бокъ АВ на три равныя части въ точкахъ D и E, начерни на ономъ полкруга, и изъ оныхъ точекъ возставь перпендикулярныя линіи DG и EH (§. 160.).

2. Славъ одною ножкою циркула въ B, а другую онаго распворивъ до G, опиши дугу GR.

3. Попомъ также славъ одною ножкою циркула въ B, а другую онаго распворивъ до H, опиши дугу HP и чрезъ точки R и P проводи линіи RV и PF, параллельныя съ основаніемъ AC. Такимъ образомъ раздѣлится данный преугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА ХСІ.

§. 417. Опрѣзати $\frac{2}{3}$ ошъ данной Фигу- Фиг.
ры АВКНГ. 186.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ данной фигуры бокъ АВ на три равныя части, продолжи оной до С такъ, чшобъ было $BC = \frac{2}{3} AB$.

2. На линіи AC начернивъ полкруга, изъ точки В возставь перпендикулярную линію BD (§. 160), и изъ В распвореніемъ циркула BD начерни дугу DE.

3. Попомъ изъ В означивъ діагональныя линіи BF и BH, проводи чрезъ точку E линію EG параллельную съ AF, чрезъ точ-

ку G линію GI , параллельную съ $ГН$ и чрезъ точку I линію IL , параллельную съ $НК$; такимъ образомъ $EVLIG$ будетъ изображать $\frac{2}{3}$ $ABKNF$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 418. Равнымъ образомъ всякая правильная и неправильная прямолинейная фигура дѣлится на равныя части и оспрѣзывается отъ оной желаемая часть.

ЗАДАЧА ХСII.

§. 419. Найди въ срединѣ даннаго ΔABD такую точку, изъ которой бы проведенныя прямыя линіи ко всѣмъ угламъ Фиг. 187. онаго раздѣляли тотъ треугольникъ на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. На основаніи даннаго треугольника означивъ третью часть на пр. AE , чрезъ точку E проводи линію EF параллельную съ AB .

2. Раздѣли проведенную параллельную линію EF на двѣ равныя части въ точкѣ C , изъ которой ко всѣмъ угламъ даннаго треугольника проведенныя линіи раздѣлятъ тотъ треугольникъ на три равныя части.

ЗАДАЧА ХСIII.

Фиг. 188. §. 420. Раздѣлитъ данный ΔABC изъ точки D , въ срединѣ онаго находящейся, на три равныя части.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго преугольника основаніе AC на три равныя части въ точкахъ H и F , къ онымъ изъ данной точки D проводи прямыя линіи DH и DF .

2. Изъ верху B даннаго преугольника проводи линію BE , параллельную съ DH и линію BG , параллельную съ DF .

3. На конецъ изъ точки D къ точкамъ E , G и B проводи прямыя линіи DE , DG и DB . Такимъ образомъ раздѣлился данный преугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА XCIV.

§. 421. Раздѣлишь пятиугольную фигуру $ABCDE$ на три равныя части.

Фиг.
189.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи въ данной фигурѣ діагональныя линіи AC и AD , которыя раздѣляють оную на три преугольника ABC , ACD и ADE .

2. Изъ точекъ E , D и B на діагональныя линіи опусти перпендикулы EN , DO и BP (§. 165.).

3. Въ преугольникахъ AED , ADC и ABC найди плоскости (§. 338.) и сложи оныя вмѣстѣ: то произойдетъ плоскость всей фигуры $ABCDE$ (§. 349.).

4. Раздѣли найденную плоскость всей фигуры на 3: то получишь плоскость каждой изъ трехъ частей.



5. Сравни плоскость ΔABC съ прешіею частію всей многоугольной плоскости, и положимъ, что плоскость сего преугольника меньше помянутой прешіей части: что плоскость преугольника вычши изъ той прешіей части и остатокъ раздѣли на половину линіи AC ; такимъ образомъ будетъ извѣстна высота такого преугольника, которой съ помянутымъ преугольникомъ ABC будучи сложенъ, составитъ прешію часть всей фигуры.

6. Найденную высоту въ надлежащей мѣрѣ взявъ циркулемъ, изъ C до M означь перпендикулярно CM ; и чрезъ точку M проводя линію IM , параллельную съ AC , отъ I до A проводи линію IA ; такимъ образомъ $ABCI$ будетъ изображать прешію часть всей фигуры.

7. Раздѣли половинную часть взятую изъ числа прешіей части всей фигуры на половину IA : что произойдетъ величина перпендикула IG , которой въ точкѣ I и составитъ должно.

8. Чрезъ точку G проводи линію GN параллельную съ AI , и отъ N до A означь прямую линію NA , на половину которой раздѣливъ другую половинную часть, взятую изъ числа прешіей части всей фигуры, про-

изо-

изойдетъ величина перпендикула AL , которой въ точкѣ A и возставивъ должно.

9. Чрезъ точку L означь линію LK , параллельную съ NA , и изъ K до N проведи прямую линію KN , которая другую третью часть $AINK$ опрѣжешъ въ данной фигурѣ; слѣдовательно и вся фигура раздѣлится такимъ образомъ на три равныя части. На пр.

$$\begin{array}{rcl}
 DA = 505' & \text{плоскость } \triangle ADE = 56307'' & \\
 AC = 509' & \text{— } \triangle ADC = 67697 & \\
 EN = 223' & \text{— } \triangle ABC = 40211 & \\
 DO = 260' & & \\
 BP = 158' & \text{плоск. } ABCDE = 164215 & \\
 164215'' & & \\
 \text{—} & = 54738'' = \frac{1}{3} ABCDE. &
 \end{array}$$

3

$$54738 - 40211 = 14527'' = \frac{1}{3} ABCDE - \triangle ABC = \triangle AIC.$$

$$\triangle AIC = 14527'' \quad \text{—} \quad = 57' = CM.$$

$$\frac{1}{2} AC = 254''$$

$$40211'' + 14527'' = 54738'' = \triangle ABC + \triangle AIC = ABCI.$$

$$54738$$

$$\text{—} = 27369'' = \frac{1}{2} ABCI.$$

2

$$AI = 495', AN = 488'.$$

P₅

AB



$$\frac{1}{2} ABCI = 27369''$$

$$= 110' = IG$$

$$\frac{1}{2} AI = 247'$$

$$\frac{1}{2} ABCI = 27369''$$

$$= 112' = AL$$

$$\frac{1}{2} AN = 244'$$

$$27369'' + 27368'' = 54738'' = \Delta ANI = \dagger \Delta AKN$$

$$= AKNI.$$

$$54738'' = ABCI$$

$$54738 = AKNI$$

$$109476 = ABCI + AKNI$$

$$164215'' - 109476'' = 54738'' = ABCDE - ABCI$$

$$+ AKNI = KEDN.$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 422. Сія задача хошя нѣсколько и трудна, но полезна. Ибо какъ оная задача, такъ и многія другія описанныя въ сей главѣ приносятъ не малую пользу въ исчисленіи и раздѣленіи изъ разныхъ данныхъ почекъ различныхъ видовъ полей, луговъ и пашенъ на равныя, не равныя и данной пропорціи части, означивать межи и прочее сему подобное. На пр. когда пожелаетъ какой нибудь помѣщикъ раздѣлить свою землю, отъ какого бы примѣчанія ни было, на три равныя, или данной пропорціи части, чтобъ на первой, по положенію того мѣста, построить хоромное строеніе, на

ВПО-

второй расположить земледѣліе ; а на преніей поселить крестьянѣ : по надлежитѣ сѣ оной земли снятъ планѣ , или чершежѣ , а попомѣ должно сей чершежѣ на бумагѣ дѣлать на желаемыя части , какѣ вѣ сей главѣ показано : и какѣ на бумагѣ все исправно сдѣлано будетѣ , то на подѣ надлежитѣ поступать по надлежащимѣ правиламѣ практической Геометріи и употреблять къ помянутому дѣлу вѣрные и принадлежащіе математическіе инструменты.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

О

ПРЕВРАЩЕНІИ ПЛОСКОСТЕЙ

ЗАДАЧА ХСV.

§. 423.

Превращитѣ тупоугольный $\triangle ABC$ вѣ Фиг. равнобедренный ABE . 190.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливѣ даннаго треугольника основаніе AB вѣ точкѣ D на двѣ равныя части , вѣ оной точкѣ возставъ перпендикулярную линію DE (§. 160.).

2. Чрезѣ точку C означъ линію CE , параллельную сѣ AB , и къ точкѣ E , гдѣ перпендикулярная линія пересѣкается означенною параллельною линією , проводи изѣ точекѣ A и B прямыя линіи AE и BE , и произойдетѣ желаемый $\triangle AEB = \triangle ABC$.

ЗА-



ЗАДАЧА ХСVI.

§. 424. Превратишь параллелограммъ АВ
Фиг. СD въ треугольникъ ЕВС.
191.

РѢШЕНІЕ.

Продолживъ даннаго параллелограмма
основаніе АВ до Е такъ, чѣмъ было $АЕ$
 $= АВ$, изъ Е къ точкѣ С проводи прямую
линію ЕС, и произойдетъ желаемый $\triangle ЕВС$
 $= АВСD$.

ЗАДАЧА ХСVII.

§. 425. Превратишь $\triangle АСЕ$ въ продол-
говатый прямоугольный четвероугольникъ
192. ВСFE.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго треугольника ос-
нованіе АС на двѣ равныя части въ точкѣ
В, изъ В и С возставъ перпендикулярныя
линіи ВЕ и СF (§. 160.).

2. Чрезъ точку Е проводи линію ЕF,
параллельную съ основаніемъ АС, и прои-
зойдетъ желаемый продолговатый прямо-
угольный четвероугольникъ $ВСFE = \triangle АСЕ$.

ЗАДАЧА ХСVIII.

§. 426. Превратишь $\triangle АВС$ въ ромбо-
Фиг. идѣ ВСМО.
193.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго треугольника
бокъ АС на двѣ равныя части въ точкѣ М,
чрезъ сію точку проводи линію МО, парал-
лельную съ основаніемъ треугольника ВС.

2. Чрезъ точку В проводи линію ВО, также параллельную съ бокомъ того треугольника АС, и произойдетъ желаемый ромбоидъ $ВСМО = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА ХСІХ.

§. 427. Превратиши трапеціи АВСD въ Фиг. 194. треугольникъ АВЕ.

РѢШЕНІЕ.

1. Означивъ въ данномъ трапеціи діагональную линію ВD, продолжи основаніе онаго до Е такъ, чтобъ чрезъ точки С и Е проведенная линія СЕ была параллельна съ ВD.

2. Помѣмъ изъ В къ Е проводи прямую линію ВЕ; и произойдетъ желаемый $\triangle ABE = ABCD$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $\triangle DBC = \triangle DBE$ (§. 335.); то къ равнымъ приложивъ по равному, и суммы произойдутъ равныя, то есть, $\triangle DBC + \triangle ABD = \triangle DBE + \triangle ABD$ (§. 35. Ариѳ.); или что все равно, $ABCD = ABE$. ч. н. д.

ЗАДАЧА С.

§. 428. Превратиши $\triangle ABC$ въ другой по данной большей высотѣ ВD. Фиг. 195.

РѢШЕНІЕ.

1. Продолжи даннаго треугольника бокъ АВ до Е такъ, чтобъ чрезъ D и Е проведенная линія DE была параллельна съ основаніемъ ВС.



2. Отъ точки Е до С просянувъ линѣю ЕС, означъ съ нею чрезъ точку А параллельную линѣю АГ, и изъ Г до Е проводи прямую линѣю ГЕ: по произойдетъ желаемый $\triangle EGB = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА СІ.

§. 429. Превратишь $\triangle ABC$ въ другой
Фиг. по данной меньшей высотѣ ЕС.
196.

РѢШЕНІЕ.

1. Чрезъ точку F проводи линѣю FE, параллельную съ основаніемъ АС.

2. Изъ Е къ А проводши прямую линѣю ЕА, означъ съ нею чрезъ точку В параллельную линѣю ВD, и продолживъ основаніе до D, проводи прямую линѣю DE: по произойдетъ желаемый $\triangle DEC = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА СІІ.

§. 430. Превратишь $\triangle ABC$ въ другой
Фиг. по данному большему основанію АЕ.
197.

РѢШЕНІЕ.

1. Отъ Е до В проводши прямую линѣю ЕВ, означъ съ нею чрезъ точку С параллельную линѣю СD.

2. Отъ Е до D проводи прямую линѣю ED; и произойдетъ желаемый $\triangle ADE = \triangle ABC$.

Фиг.
198.

ЗАДАЧА СІІІ.

§. 431. Превратишь $\triangle ABC$ въ другой
по данному меньшему основанію AD.

РѢШЕНІЕ.

1. Отъ D до C проведеши прямую линію DC, означь съ нею чрезъ точку B параллельную линію BE.

2. Отъ E до D прведи прямую линію ED; и произойдетъ желаемый $\triangle DAE = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА CIV.

§. 432. Превратишь $\triangle ABC$ въ такой треугольникъ, котораго бы верхъ находился въ точкѣ M, а основаніе было въ одной прямой линіи съ основаніемъ даннаго треугольника. Фиг. 199.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ точки M къ точкамъ A и B означь прямыя линіи MA и MB.

2. Означивъ чрезъ точку C линію CN, параллельную съ MB, и линію CO, параллельную съ MA, проводи прямыя линіи MO и MN; и произойдетъ желаемый $\triangle MON = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА CV.

§. 433. Превратишь $\triangle ABC$ въ такой треугольникъ, котораго бы верхъ находился въ точкѣ D, а основаніе было въ одной прямой линіи съ основаніемъ даннаго треугольника. Фиг. 200.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ точки D къ точкамъ A и C проводи прямыя линіи DA и DC.



2. Продолживъ основаніе AC съ обѣихъ сторонъ и чрезъ точку B означивъ линію BF , параллельную съ DC , и линію BH , параллельную съ DA , проводи прямыя линіи DF и DH ; и произойдетъ желаемый $\triangle DHF = \triangle ABC$.

ЗАДАЧА CVI.

Фиг. 201. §. 434. Превратишь трапеціи $ACBF$ въ продолговатый прямоугольный четвероугольникъ $DEHG$.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональную линію AB , означь съ нею чрезъ точки C и F параллельныя линіи CE и GH .

2. Чрезъ точку O проводи подъ прямымъ угломъ линію CG и съ нею чрезъ точку B параллельнуюжъ линію EH ; и произойдетъ желаемый продолговатый прямоугольный четвероугольникъ $DEHG =$ трапецію $ACBF$.

ЗАДАЧА CVII

§. 435. Превратишь трапеціи $ADFB$ въ такой преугольникъ, котораго бы верхъ находился въ точкѣ E .

РѢШЕНІЕ.

1. Продолживъ съ обѣихъ сторонъ даннаго трапеціи основаніе AB и изъ точки E проводя линіи EA и EB , означь чрезъ точку D линію DC , параллельную съ EA , а чрезъ точку F линію FG , параллельную съ EB .

2. Помѡмъ проводи линѣи ЕС и ЕГ, и произойдетъ желаемый $\Delta ЕСГ =$ прапещію АДГВ.

ЗАДАЧА СѢШ.

§. 436. Превратишь продолговатый пря-^{Фиг.}моугольный чешвероугольникъ АВСГ въ ^{203.}квадратъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Между боками АВ и ВС даннаго чешвероугольника найди среднюю пропорціональную линѣю (§ 267.), то есть, на линѣи АГ $= АВ \dagger ВС$ опиши полкрута, и изъ точки Г къ окружности возставь перпендикулярную линѣю ГІ (§. 160.).

2. Помѡмъ продолжи АГ до Д такъ, чтобъ было $ГД = ГІ$, и изъ точекъ Д и І распвореніемъ циркула $ГД = ГІ$ начерпи дуги, взаимно пересѣкающіяся въ Е.

3. На конецъ проводи линѣи ІЕ и ДЕ, и произойдетъ желаемый квадратъ ІГДЕ $=$ данному чешвероугольнику АВСГ.

ЗАДАЧА СІХ.

§. 437. Превратишь квадратъ АВСД въ ^{Фиг.}треугольникъ. ^{204.}

РѢШЕНІЕ.

1. Продолжи даннаго квадрата основаніе ДС до Е такъ, чтобъ было $СЕ = СД$.

С

2.



2. Изъ А къ Е проведи прямую линѣю АЕ, и произойдетъ желаемый $\Delta ADE =$ данному квадрату АВСD.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$$\begin{array}{rcl}
 ABCD = ABCD & \} & \\
 \Delta AGB = \Delta AGB & \} & \S. 30. \text{ Ариѳ. } \angle AGE = \angle CGE (\S. 137.) \\
 \hline
 AGCD = AGCD (\S. 36. \text{ Ариѳ. }) & & AB = CE \\
 \Delta AGB = \Delta CGE & & \\
 \hline
 \Delta AGB = \Delta CGE & & (\S. 151.) \\
 ABCD = \Delta ADE (\S. 35. \text{ Ариѳ. }) & &
 \end{array}$$

ДРУГОЕ РѢШЕНИЕ.

Изъ В къ D проведши діагональную линѣю BD, и продолживъ основаніе данного квадрата до Е такъ, чѣтобы было $CE = CD$, проведи прямую линѣю BE, и произойдетъ желаемый $\Delta BDE =$ данному квадрату АВСD.

ЗАДАЧА СХ.

Фиг. 105. $\S. 438.$ Сдѣлать ΔCDF равный данному правильному, или неправильному пятиугольнику АВСDE.

РѢШЕНИЕ.

1. Изъ точки С проведши линѣи СА и СЕ, и съ обѣихъ сторонъ продолживъ данного пятиугольника основаніе АЕ, означь чрезъ точку В линѣю ВG, параллельную съ СА, а чрезъ точку D линѣю DF, параллельную съ СЕ.

2. Потомъ изъ С къ G и F проведи прямыя линѣи CG и CF, и произойдетъ желаемый

мый $\triangle GCF =$ данному пятиугольнику $ABCDE$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $\triangle GCE =$ трапецію $ABCE$ (§. 427.); того ради къ $\triangle ECE$ приложивъ $\triangle CEF$, будетъ $\triangle GCF$, къ трапеціюжъ $ABCE$ приложивъ $\triangle CDE = \triangle CEF$, будетъ $ABCDE$, то есть, $\triangle GCF = ABCDE$ (§. 35. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА СХІ.

§. 439. Превратишь данный правильный Фиг. 206. пятиугольникъ $ABCDG$ въ такой треугольникъ, котораго бы верхъ находился въ точкѣ F , а основаніе было равно всѣмъ бокамъ того пятиугольника и находилось въ одной прямой линіи съ основаніемъ тогожъ пятиугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Даннаго пятиугольника основаніе AB продолжи съ обѣихъ сторонъ до C и E такъ, чтобъ было CE равно всѣмъ бокамъ онаго.

2. Помѣмъ изъ точки F проводи прямая линіи FC и FE , и произойдетъ желаемый $\triangle CFE =$ данному пятиугольнику $ABCDG$.

ЗАДАЧА СХІІ.

§. 440. Превратишь данный пятиуголь- Фиг. 207 никъ $EABCD$ въ треугольникъ по сторонамъ AB и углу BAE .

С 2

РѢ.



РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональную линію CE и продолживъ основаніе даннаго пѣтиугольника, означь съ нею чрезъ точку D параллельную линію DF .

2. Помѣмъ проводши другую діагональную линію BF , означь съ нею чрезъ точку C параллельную линію CG .

3. На конецъ отъ B до G проводи прямую линію BG , и произойдетъ желаемый $\triangle ABG =$ данному пѣтиугольнику $EABCD$.

ЗАДАЧА СХІІІ.

Фиг. 208. §. 441. Превращи данный шестіугольникъ $ABCDEF$ въ треугольникъ по сторонамъ AF и углу FAB .

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональныя линіи FD , FC и FB , продолжи CD до H , BC до I , AB до L .

2. Помѣмъ означь чрезъ точку E линію EH параллельную съ FD , чрезъ точку H линію HI параллельную съ FC и чрезъ точку I линію IL параллельную съ FB .

3. На конецъ отъ F до L проводи прямую линію FL , и произойдетъ желаемый $\triangle AFL =$ данному шестіугольнику $ABCDEF$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 442. Равнымъ образомъ и всѣ другіе правильные и неправильные многоугольники по-

по данной сторонѣ и углу превращаются въ треугольники.

ЗАДАЧА CXIV.

§. 443. Превратишь данный неравно- Фиг. 209.
сторонный $\triangle ABC$ въ равноссторонный.

РѢШЕНИЕ.

1. Сдѣлай изъ AB равноссторонный $\triangle AGB$, и AG продолживъ до точки D , означь чрезъ оную линію DC , параллельную съ AB .

2. На линіи GD описавъ полкруга, изъ A возставь перпендикулярную линію AF (§. 160.), изъ которой сдѣланный $\triangle AFE$ будетъ равенъ данному $\triangle ABC$.

ЗАДАЧА CXV.

§. 444. Превратишь данный кругъ въ Фиг. 210.
треугольникъ, и попомъ въ квадратъ.

РѢШЕНИЕ.

1. На концѣ поперешника даннаго круга возставь перпендикулярную линію AC , равную прижды взятому поперешнику и седьмой его части (§. 160.), и изъ центра L къ точкѣ C проводи прямую линію LC ; такимъ образомъ произойдетъ $\triangle ALC =$ данному кругу.

Или

Линію AC раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ D , проводи линію BD ; то и $\triangle ABD$ будетъ также равенъ данному кругу.



2. Потомъ сдѣлай параллелограммъ $M = \triangle ABD$ (§. 424.) и параллелограмму M равной квадрату N (§. 436.), который будетъ равенъ данному кругу.

Или

Между окружностію круга и полуперешникомъ оного найди среднюю пропорциональную линію (§. 267.): то она будетъ бокъ квадрата, равнаго кругу.

Или.

Фиг. 211. 1. Раздѣли поперешникъ круга AB на восемь равныхъ частей, и къ продолженному оному съ обѣихъ сторонъ приложи по одной изъ тѣхъ частей такъ, чтобъ весь поперешникъ съ продолженіемъ своимъ имѣлъ десять тѣхъ равныхъ частей.

2. Чрезъ центръ круга подѣй прямымъ угломъ проводи также линію, и съ оною учини то же: такимъ образомъ будешь имѣть двѣ діагональныя линіи, которыхъ крайнія точки ежели соединишь прямыми линіями CE и FD , также CF и ED : то произойдетъ желаемый квадратъ $CEFD$ равный данному кругу.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 445. Равнымъ образомъ, когда поперешникъ круга раздѣливъ на 14 равныхъ частей, вычтешь изъ оныхъ три части, и остатокъ умноживъ на весь поперешникъ, изъ

изъ произведенія извлечешь квадрапный радикусъ, оный будетъ показывать бокъ желаемого квадрата.

ЗАДАЧА СХVI.

§. 446. Превратишь данный квадрапъ **АСВГ** въ кругъ. Фиг. 212.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго квадрата бокъ **СВ** на 11. равныхъ частей, продолжи оной до **D** такъ, чѣмъ было $BD = 14$ такимъ же равнымъ частямъ.

2. На линіѣ **CD** описавъ полкруга **СЕD**, изъ точки **В** возставъ перпендикулярную линію **ВЕ**, (§. 160.) и раздѣливъ оную по поламъ, начерпи кругъ, который будетъ равенъ данному квадрату.

Или.

Между числами 11 и 14 сыскавъ среднее пропорціональное число (§. 176. Ариѳ.), посылай, какъ содержишься 11 къ найденному среднему пропорціональному числу, такъ будетъ содержаться бокъ даннаго квадрата къ четвертому пропорціональному числу (§. 173. Ариѳ.), которое будетъ поперешникъ желаемого круга.

Или.

Діагональную линію **СD**, проведенную въ квадрапъ, раздѣливъ на десять равныхъ частей, съ обѣихъ сторонъ опиши отъ оной по одной такой части, и въ разсужде-



ніи оставшихся восьми частей сыскавъ центръ, опиши изъ онаго кругъ, которой будетъ равенъ данному квадрату.

ЗАДАЧА CXVII.

Фиг. §. 447. Превратишь данный кругъ въ
213. полкруга.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ центра С даннаго круга возставивъ перпендикулярную линію CD, проведи линію BD.

2. Продолживъ линію BD до E такъ, чтобъ было $DE = BD$, изъ точки D, такъ какъ изъ центра, на линіи EB опиши полкруга, который будетъ равенъ данному кругу.

ЗАДАЧА CXVIII.

Фиг. §. 448. Превратишь полкруга въ цѣлый
214. кругъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ С данную половину круга ACB, изъ А къ С проведи прямую линію СА.

2. Раздѣливъ также на двѣ равныя части проведенную линію АС въ точкѣ D, изъ оной, такъ какъ изъ центра, расписаніемъ циркула DA, или DC опиши кругъ, который будетъ равенъ данному полкругу.

КОНЕЦЪ ВТОРОЙ ЧАСТИ.





ЧАСТЬ ТРЕТІЯ. СТЕРЕОМЕТРІЯ.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ.

О

СВОЙСТВЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ.
ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 449.

Толсто́та (solidum), или *тѣло* (corpus) есть величина, премъ измѣреніямъ подлежащая; или есть такое пропѣженіе, которое имѣетъ длину, ширину и толщину.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 450. Изъ чего явствуетъ, что Геометрія разсуждаетъ не о физическихъ, или естественныхъ тѣлахъ, но о такомъ пространствѣ, въ которомъ заключаются физическія, или естественныя тѣла; и по тому Геометрическія тѣла весьма разсвуютъ отъ физическихъ (§. 9.).

С ;

При-



ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 451. Происходитъ Геометрическое тѣло изъ того, когда какая плоская поверхность о коликихъ нибудь сторонахъ движется вверхъ или внизъ по прямой линіи. Ибо явно есть, что такимъ образомъ перейденное пространство должно представлять тѣло, по тому что поверхность, сама уже имѣя два измѣренія, движениемъ своимъ вверхъ, или внизъ производитъ третье измѣреніе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 452. Уголъ толстой (*angulus solidus*) есть больше, нежели двухъ линій, въ одной точкѣ соединяющихся, но не на одной плоскости находящихся, ко всѣмъ наклоненіе. Или уголъ толстой есть выходящая на тѣлѣ оспрога, которая состоитъ изъ нѣсколькихъ вмѣстѣ соединяющихся плоскихъ угловъ. Называютсяжъ углы толстые равными, когда они взаимно другъ на друга будучи положены, сходятвуютъ между собою (§. 77. и 149.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 453. Ежели на такой толстой уголъ посмотришь изнутри: то оной есть наклоненіе прехъ линій, или больше, которыя сходящія въ одно точку, а не лежатъ на плоской поверхности, какъ на пр.

пр. въ углахъ хоромины, гдѣ двѣ стѣны и потолокъ вмѣстѣ сходятся, находил-ся такой толстой уголъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 454. Слѣдовательно толстой уголъ изъ больше, нежели изъ двухъ плоскихъ угловъ, не на тойже плоскости находя-щихся, состоитъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 455. И по тому два плоскіе угла для составленія толстаго угла не годятся, но по крайней мѣрѣ для него потребны три такіе угла.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 456. Чпобъ толстые углы были равны между собою: то оны должны состоять изъ плоскихъ угловъ и множествомъ и величствомъ равныхъ, и одинакимъ порядкомъ расположенныхъ, то есть, чпобъ плоскости, въ коихъ замыкаются плоскіе равные углы, равное другъ къ другу имѣли наклоненіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 457. Когда нѣсколько плоскихъ угловъ, которые всѣ вмѣстѣ составляютъ 360 градусовъ, соединяясь съ собою своими веръхами и боками: то производятъ они плоскую поверхность и такъ не составляютъ никакой осяропы, ко-
рая

рая вверху надъ находящимся внизу основаніемъ бываетъ; слѣдовательно не дѣлающъ они никакого полснаго угла, и по тому сумма плоскихъ угловъ, долженствующихъ составлять полстой уголъ, всегда должна быть меньше 360 градусовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 458. Геометрическія тѣла получаютъ разное наименованіе по различію поверхностей, которыми они ограничиваются; ибо поверхности оныхъ могутъ быть или плоскія, или выпуклыя, или выпуклыя вмѣстѣ и плоскія. И такъ къ первому отдѣленію тѣлъ принадлежатъ призмы и пирамиды всякаго рода, такожъ кубы; ко второму одно шокмо тѣло, именуемое шаръ; а къ претъему цилиндры и конусы.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 459. Еслии какая плоская съ углами поверхность, на пр. $\triangle ABC$, вверху или внизъ опустится по линіѣ AE определенной длины, наблюдая всегда параллельное движеніе: то изъ того происходитъ Призма $ABCFDE$ (*Prisma*), и особливо *прямая* (*rectum*), еслии управляющая, линія AE къ плоскости перпендикулярна или ни на которую сторону не наклоняется; *косаяжъ* (*obliquum*), еслии управляющая

щая линія АЕ къ плоскости не перпендикулярна, или имѣетъ на которую нибудь сторону наклоненіе. И такъ треугольникъ вверъхъ, или внизъ опускаясь по линіѣ определенной длины производитъ *треугольную призму* (*prisma triangulare, sive trigonum*); параллелограммъ DE, опускаясь по линіѣ DF, *четыреугольную* (*quadrangulae*); а пятиугольникъ FG, двигаясь по линіѣ FH, *пятиугольную* (*quinquangulum*); и такъ далѣе происходитъ *многоугольная* (*polygonum*). Фиг. 216.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 460. Слѣдовательно всякая призма имѣетъ два противоположенныхъ основанія на пр. ABC и EDF равныя, и ограничивается столькими параллелограммами, сколько боковъ имѣетъ основаніе. Ибо AC Фиг. 215. равна и параллельна съ ED по положенію; слѣдовательно и AE равна и параллельна съ CD; и по тому ACDE есть параллелограммъ (§. 280.). То же и такимъ же образомъ доказывается и о прочихъ ея поверхностяхъ. Припомъ изъ учиненныхъ въ призмѣ параллельно съ основаніемъ ея разрѣзовъ на самые тонкіе слои происходятъ треугольники, пятиугольники и такъ далѣе многоугольники, между собою и основанію равные.



ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

Фиг. §. 461. Ежели параллелограммъ DE
 216. DE вверхъ, или внизъ опустится по линіѣ
 опредѣленной длины: то изъ того проис-
 ходитъ параллелепипедъ (*parallelepipedum*)
 $DEFG$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 462. Слѣдовательно изъ учиненныхъ
 въ параллелепипедъ параллельно съ основа-
 ніемъ онаго разрѣзовъ на самыя тонкіе
 слои происходятъ параллелограммы между
 собою и основанію равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

Фиг. §. 463. Ежели квадратъ A вверхъ, или
 218. внизъ опустится по линіѣ AB , боку его
 равной: то изъ того происходитъ кубъ
 (*cubus*), или такое шѣло, которое со всѣхъ
 сторонъ ограничивается шестью равными
 квадратами.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 464. Слѣдовательно изъ учиненныхъ
 въ кубъ параллельно съ основаніемъ онаго
 разрѣзовъ на самыя тонкіе слои происхо-
 дятъ квадраты, между собою и основанію
 равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 465. Пирамида (*Pyramis*), есть такое
 шѣло, которое имѣетъ угловатое основа-
 ніе, а верхъ острый; или пирамида огра-
 ничивается со всѣхъ сторонъ столькими
 пре-

преугольниками⁹, въ одной почкѣ соединяющимися, сколько боковъ имѣетъ основаніе; и смотря по числу угловъ основанія, въ особливости называется *треугольная* Фиг. (triangularis), какъ на пр. ABCD, *четыре-* 219. *угольная* (quadrangularis), на пр. DEFH, и 220. такъ далѣе *многоугольная* (polygona).

П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 466. Ежели въ пирамидѣ съ боками основанія AC, CB и BA будутъ проведе Фиг. ны параллельныя линіи ac, cb, и ba: то 219. будетъ DC: Dc = CA: ca и DC: Dc = CB: cb (§. 210), и по тому CA: ca = CB: cb (§. 32. Ариѳ.). И какъ такимъ же образомъ доказываея, что CA: ca = AB: ab, то будетъ $\Delta abc \sim \Delta ABC$ (§. 205.). Чего ради изъ учиненныхъ въ пирамидѣ параллельно съ основаніемъ ея разрѣзовъ на самыя тонкіе слои происходятъ преугольники между собою и основанію подобныя.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XII.

§. 467. *Шаръ* (Sphaera), есть такое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда плоскость полукружія ADBC обернется около неподвижнаго поперешника AB, которой иначе называется *осью шара* (axis sphaerae), почкажъ D именуется *центромъ*, или *срединою шара* (centrum sphaerae).

При-



П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 468. Слѣдовательно всѣ прямыя линіи сѣ поверхности шара проведенныя къ центру онаго, суть равны между собою.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XLIII.

Цилиндръ (Cylindrus), есть такое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда прямая линія В D около двухъ равныхъ и параллельныхъ между собою круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока возвратился къ тому мѣсту, откуда началъ двигаться; или когда кругъ, наблюдая параллельное движеніе, вверхъ или внизъ опустится по линіи опредѣленной длины; или цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ C D E B обернется около одного своего неподвижнаго бока C E. Цилиндръ A C B D E называется *прямой* (rectus), когда его ось C E перпендикулярна къ поперешнику основанія, а *скаленъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда его ось F I имѣетъ нѣкоторое наклоненіе къ поперешнику основанія.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 470. Слѣдовательно изъ учиненныхъ въ цилиндрѣ параллельно сѣ основаніемъ онаго разрѣзовъ на самыя тонкіе слои происходятъ круги, между собою и основанію равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 471. *Конусъ* (conus) есть такое тѣло, которое имѣетъ основаніе круглое, а верхъ острый, и происходитъ изъ того, когда прямая линія АС однимъ концомъ Фиг. 224. будучи утверждена въ точкѣ А, другимъ обойдетъ около окружности круга ВДС; или когда ΔADC вкругъ обернется около одного своего неподвижнаго бока АD. Конусъ АВДС называется *прямою* (rectus), когда его ось АD перпендикулярна къ поперешнику основанія, а *склени* (scalenus), Фиг. 225. или *косой* (obliquus), когда его ось ЕН имѣетъ нѣкоторое наклоненіе къ поперешнику основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 472. Ежели въ конусѣ съ полупоперешникомъ основанія DC будетъ проведенна параллельная линія EF, то будетъ $AE:AD = EF:DC$ (§. 210.). Чего ради изъ учиненныхъ въ конусѣ параллельно съ основаніемъ онаго разрѣзовъ на самые точкіе слои происходящъ круги между собою и основанію подобныя.



ГЛАВА ОДИННАТЦАТАЯ.

О

ИЗОБРАЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ И О
СОЧИНЕНИИ ЧЕРТЕЖЕЙ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ
ОНЫХЪ ИЗЪ ТОЛСТОЙ БУМАГИ.

ЗАДАЧА ХСІХ.

§. 473.

Начерпите кубъ и параллелепипедъ.

РѢШЕНІЕ.

Хотя въ кубѣ всѣ стороны бываютъ равны между собою (§. 463.); однако оныя кажутся тому, кто смотритъ на кубъ, не всѣ между собою равныя, но стороны BC , FD , AG , KN кажутся нѣсколько короче предъ прочими, какъ то въ перспективѣ показуется. А чѣмъ начерпите кубъ не такъ какъ онъ въ подлинномъ видѣ бываетъ, но чѣмъ его видѣть можно было, то

1. Начерпите ромбоидъ $BCDF$, въ которомъ бы стороны BF и CD подлинной длинѣ споронъ куба были равны, а стороны BC и DF нѣсколько короче.

2. Изъ точекъ B , C , D , F , начерпите перпендикулярныя линіи и сдѣлайте оныя всѣ равныя подлинной споронѣ BF .

Фиг. 216. 3. На конецъ между точками G , A , N , K проведите прямыя линіи и произойдетъ желаемой кубъ. Такимъ же образомъ черпите

тятся и параллелепипедъ, только съ такою опмѣною, что перпендикулярныя линѣи GH , ME , NK , GH дѣлаются равныя не сторонѣ GM , но высотѣ параллелепипеда ME .

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 474. Чѣмъ кубъ и параллелепипедъ лучше глазамъ представлялись, по заднія оныхъ стороны, которыхъ за твердосцію тѣла видѣть не можно, обыкновенно означаются пунктирными линѣями.

ЗАДАЧА С.

§. 475. Начертишь какую нибудь призму.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти основаніе, на пр. $\triangle ABC$, Фиг. 215.
ежели призма должна быть треугольная.

2. Въ точкѣ A возставь перпендикулярную линѣю AE , равную данной высотѣ призмы.

3. Сдѣлай параллелограммы $ACED$ и $BCFD$ (§. 286.) и произойдетъ желаемая треугольная призма (§. 459. и 460.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 476. Нѣкоторыя стороны въ призмѣ по рисовальному художеству прикрываются тѣнью, чѣмъ такое тѣло лучше глазамъ представлялось.



ЗАДАЧА СІ.

§. 477. Начерпипи какую нибудь пирамиду.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 219. 1. Начерпи основаніе, на пр. $\Delta A C B$, ежели пирамида должна быть треугольная.

2. На бокахъ $A C$ и $C B$ сдѣлай треугольники $A D C$ и $C D B$ такъ, чтобъ верхи оныхъ соединялись въ точку D .

Или.

Взявъ по изволенію, или опредѣливъ точку D , проводи изъ оной прямыя линіи $A D$, $C D$, $B D$, и произойдетъ желаемая треугольная пирамида $A D B C$ (§. 465.).

ЗАДАЧА СII.

Фиг. 226. §. 478. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги куба.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерпи вмѣстѣ шесть равныхъ квадратовъ $A B H G$, $B C F G$, $C D E F$, $N O B C$, $G F K I$ и $I K L M$, которыхъ бы каждая сторона имѣла такую величину, какой споронѣ куба быть опредѣлены, такъ какъ фигура изображаетъ.

2. Помѣмъ вырѣжь сіи квадраты изъ бумаги, и надрѣжь линіи $B C$, $G F$, $I K$, $B G$ и $C F$ оспрымъ ножичкомъ нѣсколько поглубже; или, ежели бумага толста, то вырѣжь оныя почти совсѣмъ.



3. На конецѢ согнувѢ оныя квадрапы по линѢямѢ ВС, GF, IK, BG и CF вмѣстѢ склей между собою сходящіяся стороны, то произойдетѢ желаемый кубѢ (§. 463.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 479. ЧтobѢ сходящіяся между собою стороны вѢ кубѢ тѢмѢ лучше и способнѢе склеить можно было, то оставляется на концахѢ оныхѢ по нѢскольку не обрѣзанной бумаги, то есть, оставляющіяся кромки, какѢ вѢ квадратѢ DdeE показано.

ЗАДАЧА СШ.

§. 480. Сдѣлай чертежѢ для составленія изѢ толстой бумаги параллелепипеда. Фиг. 227.

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линѢѢ ВD означь изѢ В до Н ширину, изѢ Н до I длину, изѢ I до К опять ширину, а изѢ К до D опять длину параллелепипеда.

2. На сихѢ означенныхѢ линѢяхѢ, такѢ какѢ на основаніяхѢ, сдѣлай параллелограммы АН, ЕI, FK и GD такѢ, чтobѢ всѢ они имѢли общую высоту АВ, равную данной высотѢ параллелепипеда.

3. ПомѡмѢ на линѢяхѢ EF и HI также сдѣлай параллелограммы EM и HO такѢ, чтobѢ высоты ихѢ EL и HN были равны данной ширинѢ параллелепипеда; такимѢ

образомъ произойдетъ желаемый параллелепипедъ (§. 461.).

ЗАДАЧА CIV.

Фиг. 228. §. 481. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги призмы.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти основаніе призмы, на пр. для треугольной ΔKBD .

2. Продолжи бокъ BD до A и E такъ, чтобъ было $AB = BK$, а $DE = DK$.

3. Помѣнь на линіяхъ AB , BD и DE сдѣлай параллелограммы AG , BH и DF такъ, чтобъ высота ихъ AC была равна данной высотѣ призмы.

4. На конецъ на линіи GH сдѣлай $\Delta GIN = \Delta BKD$: такимъ образомъ произойдетъ желаемая треугольная призма (§. 459. и 460.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 482. Для составленія жъ такой призмы, которая бы имѣла больше прехъ сторонъ, надлежитъ токмо по обѣ стороны начертивъ больше параллелограммовъ, смотря по числу сторонъ основанія.

ЗАДАЧА CV.

Фиг. 229. §. 483. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги цилиндра.

РѢШЕНІЕ.

1. Начертивъ одинакимъ полуперемникомъ два круга AB и CD , сыщи оныхъ окружности (§. 276.). 2.

2. Помѡмъ на линѣ В С, равной высотѣ цилиндра, сдѣлай параллелограммъ такъ, чтобъ С F была равна найденной окружности круговъ; такимъ образомъ произойдетъ желаемый цилиндръ (§. 469.).

ЗАДАЧА СVІ.

Фиг.

§. 484. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ полстой бумаги конуса. 230.

РѢШЕНІЕ.

1. Описавъ по изволенію кругъ АВ, продолжи поперешникъ онаго до С такъ, чтобъ А С была равна данной высотѣ конуса.

2. Помѡмъ къ линѣямъ А С и АВ, опредѣленнымъ числами, и къ 360 градусамъ найди четвертое пропорціональное число (§. 113. Ариф.).

2. На концѣ полупоперешникомъ С А, изъ точки С опиши дугу D E такъ, чтобъ въ точкѣ С означенной помощію транспортира уголъ D C E былъ равенъ градусами найденному четвертому пропорціональному числу; такимъ образомъ произойдетъ желаемой конусъ (§. 471. и 472.). То есть вырѣзокъ D C E съ кругомъ АВ будетъ чертежъ для составленія конуса.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 485. Еслили опъ А до F означится 230. Фиг.

высота усѣченнаго конуса и полупопереш-



никомъ CF опишется дуга GH , попомъ къ 360° , къ числу градусовъ дуги GH и къ полупоперешнику CF найдется четвертое пропорціональное число и поперешникъ круга опредѣлился: то будетъ сдѣланъ чертежъ для усѣченного конуса. Ибо $CDBAE$ естъ чертежъ для цѣлаго конуса, $CGFIN$ для опредѣленного а $DVENIG$ останется чертежъ для усѣченного конуса.

ЗАДАЧА CVII.

§. 486. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги пирамиды.

Фиг.

РѢШЕНІЕ.

231.

Ежели надобно будетъ сдѣлать чертежъ, на пр. для преугольной пирамиды: то:

1. По изволенію взятымъ полупоперешникомъ AB начерпи дугу BE и на оной означь три хорды BC , CD и DE равныя между собою.

2. На одной изъ оныхъ хордъ DC сдѣлай равносѣкорный $\triangle DFC$ и проводи линіи EA , DA , CA и BA ; такимъ образомъ произойдетъ желаемая пирамида (§. 465. и 466.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 487. Ежели основаніе пирамиды будетъ состоять изъ не равносѣкорнаго преугольника: то въ такомъ случаѣ надлежитъ

жишѢ сдѣлать $ED = DF$, а $CB = CF$. То же должно разумѣшь, ежели основаніе пирамиды будетѢ многоугольникѢ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 488. КромѢ помянутыхѢ тѣлѢ суть другія тѣла, которыя называются *правильными* (corpora regularia), по тому что оныя со всѣхѢ сторонѢ ограничиваются правильными и равными между собою поверхностями, которыя отѢ ГрековѢ гранями (*edges*, Lat. *fedes*, vel *bases*) называются; другіяжѢ тѣла, которыя не имѣютѢ такихѢ предѣловѢ, именуются *не правильными* (irregularia). ПравильныхѢ тѣлѢ есть только пять:

1. *ТетраэдрѢ* (tetraëdron), то есть, *четы- Фиг. 232.*
гранное тѣло, или пирамида ограниченная четырьмя равносторонними и между собою равными треугольниками.

2. *ЭксаэдрѢ* (hexaëdron), то есть, *ше- Фиг. 233.*
стигранное тѣло, или *кубѢ*, который ограничивается шестью равными квадратами (§. 463. и 464.).

3. *ОктаэдрѢ* (octaëdron), то есть, *восъ- Фиг. 234.*
мигранное тѣло, или двойная треугольная пирамида, ограниченная восьми равносторонними и между собою равными треугольниками.



Фиг. 4. *Додекаэдръ* (dodecaëdram), то есть,
 235. *двенадцатигранное тѣло*, ограниченное двенадцатыми правильными и между собою равными пятиугольниками.

Фиг. 5. *Икосаэдръ* (icosaëdram), то есть,
 236. *двѣнадцатигранное тѣло*, ограниченное двенадцатыми равносторонними и между собою равными треугольниками.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 489. Поелику правильныя тѣла со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными фигурами: то оныя могутъ заключаться въ шаръ такъ, что углы ихъ будутъ имѣть прикосновеніе къ поверхности шара, а въ срединѣ оныхъ тѣлъ будетъ находиться центръ сферической поверхности.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 490. Ежели отъ всѣхъ угловъ какого правильнаго тѣла къ центру, внутри онаго находящемуся, будутъ проведены прямыя динѣи: то видно, что оно составляется изъ столькихъ пирамидъ, сколько есть граней, и такихъ, коихъ основанія суть грани того тѣла, а верхи ихъ соединяются въ томъ центрѣ.

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 491. Правильныя тѣла называются также *Платоническими* (corpora Platonica), по
 то-

тому что Плaшонъ въ своей естесвенной наукѣ сравниваетъ съ оными небо и чепыре стихии, то еспь, огонь, воздухъ, воду и землю.

ЗАДАЧА CVIII.

§. 492. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги шепраэдра.

РѢШЕНИЕ.

Фиг.

1. Сдѣлай равноспоронной ΔDEF .

237.

2. На всѣхъ бокахъ онаго сдѣлай также другіе при равноспоронные преугольника DAE , EBF и FCB ; такимъ образомъ произойдетъ желаемый шепраэдръ.

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 493. Еспьлижъ BC продолжися до H такъ, чтобъ было $CH = FC$, и какъ въ рѣшеніи предыдущей задачи показано (§. 492.), будущъ сдѣланы равноспоронные преугольника CHI , CGH , HLI , DCI : 238. то произойдетъ желаемой октаэдръ.

ЗАДАЧА CIX.

§. 494. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги икосаэдра.

РѢШЕНИЕ.

1. Сдѣлай равноспоронный ΔABC .

Фиг.

2. На продолженномъ основаніи AB сдѣлай $AB = BF = FG = GH = HD$. 239.

3. Черезъ точку C означь линію CE , параллельную съ AB и сдѣлай $CI = IK = KL = LM = ME = AB$.



4. Проведи прямыя линѣи CS чрезъ почки C и B , NT чрезъ почки I и F , OV чрезъ почки K и G и проч.

5. Равнымъ образомъ проводи другія прямыя линѣи YO чрезъ почки B и I , SP , чрезъ почки F и K , TQ чрезъ почки G и L и проч. такимъ образомъ произойдетъ желаемой икосаэдръ.

ЗАДАЧА СХ.

§. 495. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги додекаэдра.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай правильный пятиугольникъ $ABCDE$.

Фиг. 240. 2. Приложивъ линѣйку къ A и D означь прямыя линѣи AG и DF , равныя AB .

3. Такимъже образомъ означь прямыя линѣи AG и HC , BL и KD , BN и EM и проч.

4. Распвореніемъ циркула равнымъ боку пятиугольника сдѣлай разрѣзы изъ почекъ G и L въ точку Q , изъ N и O въ R , изъ H и F въ S и проч. и проводи прямыя линѣи GQ и QL , NR и OR , HS и FS и проч.

5. Такимъже образомъ начерши и прочіе пятиугольники a , b , c , d , e , f ; и произойдетъ желасмой додекаэдръ.

ТЕОРЕМА LVII.

§. 496. Всѣхъ правильныхъ шѣлъ только пять находится. ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику извѣстно, что углы находящіеся около одной средней почки, всѣ вмѣстѣ составляютъ 360 градусовъ (§. 139.), и когда соединяются они боками своими и веръхами, производятъ плоскую поверхность; того ради при плоскіе угла, составляющіе полстой уголъ правильнаго тѣла, должны содержать въ себѣ меньше 360 градусовъ. Ибо не могутъ оныя произвести полстаго угла, или выходящей тѣла остроты (§. 457.). Припомъ, поелику правильныя тѣла ограничиваются со всѣхъ сторонъ правильными фигурами (§. 488.): то и для составленія полстаго угла въ правильномъ тѣлѣ потребны только углы правильныхъ фигуръ. И такъ, когда соединяются при угла равноспороннаго преугольника, изъ которыхъ каждой по 60 градусовъ (§. 200.), а вся сумма ихъ 180 градусовъ, происходитъ изъ того полстой уголъ, какой и находится въ шестраэдрѣ; чепырежъ такіе угла, поелику составляютъ 240 градусовъ, могутъ соединиться для произведенія полстаго угла, какой и находится въ октаэдрѣ, и пять такихъ угловъ, составляющихъ вмѣстѣ 300 градусовъ, могутъ также соединиться для произведенія полстаго угла, какой и

на-



находящіяся въ икосаэдрѣ; но шесть такихъ же угловъ не могутъ уже соединиться для произведенія полнаго угла, поелику оныя вмѣстѣ взятыя составляютъ 360 градусовъ. Еслижъ углы квадратовъ вмѣсто треугольниковъ будутъ соединяться, то и изъ нихъ можетъ составленъ быть полный уголъ, по тому что въ квадратѣ каждой уголъ по 90 градусовъ, и трехъ такихъ угловъ сумма = 270 градусамъ, какая и находящіяся въ эксаэдрѣ; но четыре угла квадрата, поелику составляютъ 360 градусовъ, не могутъ соединиться для произведенія полнаго угла. На конецъ, поелику въ правильномъ пятиугольникѣ каждой уголъ по 108 градусовъ, при такіе угла, поелику составляютъ 324 градуса, могутъ соединиться для произведенія полнаго угла, какой и находящіяся въ додекаэдрѣ. А что прочихъ правильныхъ многоугольниковъ углы не годятся для произведенія полнаго угла, сіе видно изъ того, когда на пр. въ правильномъ шестиугольникѣ каждой уголъ по 120 градусовъ, и при такіе угла, вмѣстѣ взятыя, составляютъ 360 градусовъ: то сумма трехъ угловъ другихъ многоугольниковъ будетъ больше 360 градусовъ. И такъ всѣхъ правильныхъ тѣлъ только пять находится:

ч. н. д.

ГЛАВА ДВЕНАТЦАТАЯ.

О

ИЗМѢРЕНІИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ. ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§. 497.

Мѣра тѣлѣ (mensura corporum) есть кубѣ известной величины, коего бокѣ равенѣ или саженѣ, или фуру, или дюму, или линѣ, или другой какой нибудѣ опредѣленной длинѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 498. Слѣдовательно тогда только измѣряется полщина тѣлѣ, когда находится, сколько малой кубѣ содержится въ предложенной какой нибудѣ полшпѣ.

ЗАДАЧА GXI.

§. 499. Найти полщину и поверхность куба.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрявѣ бокѣ данного куба ; умножь оной самѣ на себя, и произойдетѣ Фиг.
241.квадратѣ основанія.

2. Происшедшій изѣ того квадратѣ оный умножь на шпѣже бокѣ, произведеніе покажетѣ полщину куба.

3. Когда поверхность куба состоятъ изѣ шести равныхѣ квадратовѣ (§. 463.) : то бокѣ куба умноживѣ самѣ на себя, произведеніе изѣ того происшедшее еще умножь



множь на 6. и произойдетъ желаемая поверхность куба. На пр.

Бокъ куба $AB = 2^{\circ}, 7', 4''$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 4 \\ \hline 10 \quad 9 \quad 6 \\ 191 \quad 8 \quad - \\ \hline 548 \end{array}$$

$$ABCD = 7 \quad 5 \quad 0 \quad 7 \quad 6 \\ \hline 6$$

45 0 4 5 6'' поверх. куба
основан. 75 0 7 6''

$$AB = 274''$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \\ 5 \quad 2 \quad 5 \quad 5 \quad 3 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

2 0 5 7 0 8 2 4'' площ. куба

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда мѣры пѣлъ суть кубы, коихъ бока равны сажень, футу, дюйму и проч. (§. 497. и 498.): то опредѣляющій pollici-ну куба долженъ найти, сколько сажень, фушовъ, дюймовъ и проч. кубическихъ въ ономъ содержипся. Но когда представимъ себѣ, что бокъ куба на сколько нибудь равныхъ частей раздѣленъ: то будемъ сполько рядовъ кубовъ, на сколько частей бокъ AB раздѣленъ, и во всякомъ ряду по споль-

сколько кубовъ на основаніи $АСЕГ$: чего ради естли основаніе $АСЕГ$, то естль, произведеніе происшедшее изъ умноженія бока куба самого на себя умножишь на бокъ куба, будетъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ большей кубъ въ себѣ содержишь. ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 500. Поелику Геометрическія мѣры раздѣляющіяся на 10 частей (§. 25.); того ради всякой кубъ, имѣющій вмѣсто бока линію, состоящую изъ 10 частей, содержишь въ себѣ тысячу кубовъ, кдихъ бокъ естль десятиая часть линіи, то естль, кубическая сажень 1000 кубическихъ фузовъ; кубической футъ 1000 кубическихъ дюймовъ; кубической дюймъ 1000 кубическихъ линій въ себѣ содержишь.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 501. И такъ въ Стереометріи пропорція мѣръ переменяется и дѣлается тысячною, которая въ первой части Геометріи десятиерная, а во второй сощелная была.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 502. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ опредѣлять соршы мѣръ въ большомъ числѣ. На пр. ежели будущъ даны 2567800

У

ку-



кубическіе дюйма: по ошдѣленіе соршовъ дѣлается отъ правой руки къ лѣвой, составляя для каждого сорша по три знака, что сдѣлавъ произойдушъ 2. кубическія сажени, 567 кубическихъ фушовъ и 802 кубическіе дюйма. Изъ сего легко понять можно, какъ исчислять толщину шѣлъ.

П Р И В А В Л Е Н І Е 4.

§. 503. Что въ Ариѳметикѣ о кубическихъ числахъ сказано, что оныя имѣющъ упрощенное содержаніе своихъ радикасовъ, то же и здѣсь должно разумѣть о полныхъ кубахъ, то есть, что они имѣющъ упрощенное содержаніе своихъ боковъ.

Т Е О Р Е М А LVIII.

§. 504. Треугольныя призмы, имѣющія равное основаніе и одинакую перпендикулярную высоту, суть равны между собою.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Надлежитъ представить, что такія призмы параллельно съ основаніями своими разрѣзываются на самые тонкіе слои: то, поелику оныя имѣющъ одинакую высоту и одно основаніе, сколько изъ одной вырѣжется слоевъ, столько и изъ другой, и всѣ оныя слои будутъ равны между собою (§. 460.). Ибо равныя треугольники, будучи двигнуты по той же линіи, опредѣляютъ равныя пространства,

или

или шблѣ, то есть, равныя преугольные призмы (§. 459.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 505. Тоже разумѣть должно и о чепыреугольныхъ призмахъ, кои суть вдвое больше преугольныхъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 506. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призмахъ, копорыя имѣютъ равныя основанія и одинакую высоту, то же понимаешь должно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 507. Поелику извѣстно, что плоскость круга уподобляется многоугольнику, имѣющему великое множество боковъ (§. 359.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ изъ безчисленныхъ призмъ; почему цилиндры, имѣющіе одно основаніе и одинакую высоту, суть равны между собою.

ЗАДАЧА СХІІ.

§. 508. Найди толщину и поверхность параллелепипеда.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрай длину GM , ширину MN и Фиг. 216. вышину ME параллелепипеда.

2. Умножь GM на MN , то произведеніе покажетъ, сколько въ основаніи параллелепипеда $FGMN$ содержится кубическихъ Футовъ, дюймовъ и линій.

3. Умножь сіе произведеніе на высоту МЕ, и произойдетъ толщина параллелепипеда.

4. Для поверхностпжѢ паллелепипеда, сыскавъ плоскостъ параллелограммовѢ NMKE, FNMG и HGME сложи, и происшедшую изѢ того сумму умножь на 2, произведеніе покажетъ поверхностъ параллелепипеда. На пр.

$$GM=36$$

$$MN=12$$

$$72$$

$$36$$

$$432$$

$$ME=15$$

$$2160$$

$$432$$

$$6480 \text{ толщ. параллелеп.}$$

$$GM=36$$

$$MN=12$$

$$72$$

$$36$$

$$GMNF=432$$

$$NM=12$$

$$ME=15$$

$$60$$

$$12$$

$$NMEK=180$$

$$GMEH=540$$

$$GMNF=432$$

$$1152$$

$$2$$

$$2304 \text{ поверх. параллелеп.}$$

$$TE$$

ТЕОРЕМА LIX.

§. 509. Параллелепипедъ $ABFD$ діагональною плоскостію $ACFD$ раздѣляется на двѣ равныя треугольныя призмы. Фиг. 242.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поскольку параллелограммъ AB діагональною линіею AC раздѣляется на два равныя треугольника ABC и AGC (§. 289); но такіе треугольники движеніемъ своимъ по линіи CD означаютъ треугольныя призмы ABD и AGE ; слѣдовательно онѣ равны между собою (§. 459. и 475.). ч. п. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 510. Почему треугольная призма есть половина чешыреугольной которая съ нею имѣетъ одинакую высоту и двойное основаніе.

ЗАДАЧА CXIII.

§. 511. Найди толщину и поверхность Фиг. 245.
треугольной призмы.

РѢШЕНІЕ.

1. Сыскавъ плоскость основанія призмы BAC (§. 338.), умножь оную на высоту ея CD , произведеніе покажетъ толщину помянутой призмы.

2. Сыскавъ плоскости параллелограммовъ, окружающихъ пирамиду, сложи вмѣстѣ какъ сіи, такъ и плоскость основанія ея, взяшую дважды сумма покажетъ поверхность призмы. На пр.



$$BC = 432, AG = 357, CD = 869.$$

$$\frac{1}{2} BC = 216$$

$$AC = 432$$

$$AG = 357$$

$$CD = 869$$

$$1512$$

$$3888$$

$$1080$$

$$2592$$

$$648$$

$$3456$$

$$77112$$

$$ACDE = 375408$$

$$CD = 869$$

$$3$$

$$694008$$

$$1126224$$

$$462672$$

$$2ABC = 154224$$

$$616896$$

$$1280448 \text{ повер.}$$

$$67010328 \text{ толщ. приз.}$$

$$\text{приз.}$$

ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 512. Равнымъ образомъ и прочихъ многоугольныхъ призмъ толщины и поверхности находящаяся, поелику оныя могутъ раздѣлиться на треугольныя.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 513. Въ предложенномъ примѣрѣ (§. 511.), приниманъ былъ за основаніе призма равносплоронный треугольникъ; но если ли основаніе призмы будетъ какая не правильная фигура, то и параллелограммы составляющіе поверхность ея будутъ не равныя, и по тому въ такомъ случаѣ надлежитъ сыскивать плоскость каждаго въ особливости параллелограмма, и попомѣ всѣ оныя плоскости вмѣстѣ сложить.

ЗАДАЧА СХІV.

§. 514. Найди площину и поверхность цилиндра. Фиг. 222.

РѢШЕНІЕ.

1. Сыскавъ плоскостъ основанія цилиндра (§. 360.), умножь оную на высоту его, произведеніе покажетъ площину цилиндра.

2. Для поверхностижь цилиндра, окружности основанія умножь на всю высоту, произведеніе покажетъ поверхность цилиндра безъ двухъ его основаній, почему:

3. Плоскостъ основанія цилиндра умноживъ на 2, приложи къ тому, и произойдетъ вся поверхность цилиндра. На пр.

$$AB = 56, CE = 246$$

$$100 : 314 = 56$$

$$\begin{array}{r} 1884 \\ 1570 \\ \hline \end{array}$$

$$17584''' \text{ окруж.}$$

$$17584''' \text{ окруж.}$$

$$CE = 24600$$

$$\begin{array}{r} 105504 \\ 70336 \\ 35168 \\ \hline \end{array}$$

$$432566400$$

$$17584$$

$$\frac{1}{4} AB = 14 \text{ плоск. основ. дваж. вѣлн.} = 492352$$

$$70336$$

$$17584$$

$$246176 \text{ площ. основ.}$$

$$CE = 246$$

$$У 4$$

$$4818016 \text{ поверх. цилинд.}$$

$$1477056$$



1477056

984704

492352

60559296 толщ. цилиндр.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскость круга равняется такому треугольнику, коего основаніе есть окружность, а высота полуперешникъ (§. 359.); цилиндръ же равняется треугольной призмѣ, имѣющей съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту (§. 507.); слѣдовательно толщина цилиндра справедливо находится, умножая плоскость основанія его на высоту. ч. н. д.

ТЕОРЕМА LX.

§. 515. Треугольники OMN и omn , которые въ равномъ разстояніи отъ основанія, происходящѣ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, суть равны между собою.

Фиг.
243.
245.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всѣ бока такихъ треугольниковъ равны между собою, то они составляютъ равные треугольники (§. 153.); а что бока всѣ равны, сіе доказывається такимъ образомъ: возьми въ особливости двѣ треугольныхъ пирамидъ поверхности ABD и abd : то
для

для подобія преугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линій OM и om , AR и ar , служащихъ слѣдующія пропорціи:

$$AR:AL=BR:OL \quad (\S. 210.)$$

$$BR:CL=RD:LM$$

Также $BR+RD:OL+LM=AR:AL$ (§. 152. Ариѳ.)

То есть, $BD:OM=AR:AL$

Равнымъ образомъ $ar:al=br:ol$

$$br:ol=rd:lm$$

Также $br+rd:ol+lm=ar:al$

То есть, $bd:om=ar:al$

Но поелику въ обоихъ случаяхъ высоты $Al=al$ и основанія $BD=bd$ равны между: то будетъ и $OM=om$. Такимъ же образомъ доказывается равенство линій ON и on , NM и nm . ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 516. Тоже должно разумѣть о чешыреугольныхъ и о другихъ многоугольныхъ пирамидахъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты: поелику основанія ихъ на преугольники, а самыя пирамиды на другія подобныя раздѣляются.

Т Е О Р Е М А LXI.

§. 517. Пирамиды, имѣющія равныя основанія и одинакую высоту, суть равны между собою. Фиг. 243.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что пирамиды параллельно съ основаніемъ раздѣляются на весьма тонкіе слои OMN и omn : то, поелику оныя имѣютъ одинакое основаніе, одну и ту же высоту, никто не будетъ сомнѣваться въ томъ, что изъ одной такой пирамиды можно вырѣзать столькожъ слоевъ равновысокихъ, сколько и изъ другой. Но когда всѣ такіе слои, для тонкости своей опъ треугольниковъ OMN и omn мало, или почти ничего не различаютъ, равны между собою: то оба такія тѣла изъ равныхъ и равномерно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ частей, состояющихся, изъ чего и равенство обоихъ такихъ тѣлъ явствуетъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 518. Тоже должно понимать и о конусахъ, имѣющихъ одно основаніе и одинаковую высоту, по тому что они состоятъ изъ бесчисленныхъ претрехугольныхъ пирамидъ; поелику основаніе ихъ состоитъ изъ бесчисленныхъ малыхъ претрехугольниковъ (§. 359.).

ТЕОРЕМА LXII.

Фиг. 244. §. 519. Треугольная призма можетъ раздѣлена быть на три равныя пирамиды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетъ данная призма $ABCDEF$: то, если въ ней проведенъ линіи DC , DB

и CE , произойдетъ первая пирамида $ABCD$, по семь вторая $DEFC$ и третья $EBCD$, и всѣ между собою равныя. Ибо оба основанія призмы ABC и DEF между собою параллельны и равны; также сверхъ сего DA и FC стоятъ на основаніяхъ перпендикулярно, и по тому обѣ пирамиды $ABCD$ и $DEFC$, поелику имѣютъ равныя основанія ABC и DFE и припомъ равныя высоты AB и FC , равны между собою (§. 517.). Припомъ $EFCB$ есть параллелограммъ, а EC діагональная линія, то $CFE = ECB$ (§. 289.); слѣдовательно основанія CFE и ECB обѣихъ пирамидъ $DEFC$ и $DEBC$ равны между собою; линіяжъ, которая изъ общаго сихъ обѣихъ пирамидъ верху D проводится, на поверхности $SEEF$ перпендикулярно, есть какъ къ EFC , такъ и къ ECB перпендикулярна; слѣдовательно обѣ сїи пирамиды имѣютъ также равную высоту и такъ во всѣхъ частяхъ равны между собою (§. 517.), и по тому всѣ три пирамиды равны между собою.

Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 520. Такое раздѣленіе преугольной призмы на три равныя пирамиды ясно можно видѣть, еслии она будетъ слѣдующая деревянная и разрѣжется вышепоманутымъ образомъ.

При-



ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 521. И всякая многоугольная призма содержишь въ себѣ толщину прехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и одинаковую высоту, поелику такая призма на треугольныя призмы (§. 509. и 510.); а изъ сихъ каждая на треугольныя пирамиды раздѣлилась можетъ (§. 520.). И какъ каждая часть призмы естъ впрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призма въ разсужденіи цѣлой пирамиды будетъ впрое больше.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 522. Поелику цилиндръ за многоугольную призму (§. 507.), а конусъ за многоугольную пирамиду (§. 518.) могутъ приняты быть: то и цилиндръ естъ впрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и одинаковую высоту.

ЗАДАЧА CXV.

§. 523. Найти толщину и поверхность Фиг. треугольной пирамиды.

219.

РѢШЕНІЕ.

Поелику треугольная пирамида $ABCD$ естъ прехъ часть треугольной призмы, которая одно основаніе и одинаковую высоту съ пирамидою имѣетъ (§. 519.: то найди только толщину такой призмы (§. 511.), возьми оной прехью часть, и получишь толщину пирамиды. И такъ вообще

толщина пирамиды $ABCD$ будетъ $=$
 $ABCHAD$. Для поверхности пирамиды

3

надлежитъ сыскашь плоскости всѣхъ треугольниковъ, коими она ограничивается, на пр. ACD , ABD , CDV , и ABC , и найденныя плоскости сложить въ одну сумму. Положимъ, что толщина призмы $=$ 67010328 (§. 511.): то будетъ

3 | 67010328 | 22336776 толщ. пирамид.
 ЗАДАЧА CXVI.

§. 524. Найди толщину и поверхность конуса.

РѢШЕНІЕ.

Поелику конусъ есть претъя часть цилиндра, которой съ нимъ имѣетъ одно основаніе и одинакую высоту (§. 522): то Фиг. 246. надлежитъ только сыскашь толщину пакого цилиндра и взять претью часть онаго, и будетъ извѣстна толщина конуса. Для поверхности конуса надлежитъ окружность основанія его умножить на половину бока конуса, или половинную окружность основанія его на весь бокъ, и приложить къ тому плоскость основанія. Положимъ, что толщина цилиндра $=$ 60559296 (§. 514.): то будетъ

3 | 60559296 | 20186432 толщ. конуса.

По-



Положимъ также, что $DC = 56$: то будетъ

$$100:314 = 56 \text{ высота } GF = 246$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 1884 \\ 1570 \\ \hline 17584 \text{ окружн.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 246 \\ 1476 \\ 984 \\ 492 \\ \hline 6016 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} DC = 28 = CG$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 784 \\ \hline \sqrt{61308} \begin{array}{l} 247 = \\ \text{бок'ь} \\ \text{конуса} \end{array} \end{array}$$

$$\text{окруж. } 1784 = 8792$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ FC = 247 \\ 61544 \\ 35168 \\ 17584 \\ \hline 2171624 \end{array}$$

поверх. кон. безъ
плоск. основ.

$$17584$$

$$\frac{1}{2} DC = 14$$

$$70336$$

$$17584$$

$$246176 \text{ плоск. основ.}$$

$$2171624$$

$$2417800 \text{ вся поверхн. конуса.}$$

Опре

ОПРЕДѢЛЕНІЕ СХVII.

§. 525. Когда у конуса ABE вверху опрѣжется часть CDE , которая имѣетъ свое основаніе CD съ основаніемъ цѣлаго конуса AB параллельное: то остатокъ $ABDC$ называется *усѣченнымъ конусомъ* (conus truncatus). Фиг. 247.

ЗАДАЧА СХVII.

§. 526. Найди толщину и поверхность усѣченного конуса.

РѢШЕНІЕ.

Когда въ усѣченномъ конусѣ можно вымѣрять большой поперешникъ AB , меньшей CD , и припомъ бокъ его AC : то

1. Поелику $\triangle ANC \sim \triangle AFE$ (§. 210.), будетъ $AN:NC = AF:FE$, то есѣ, какъ равность полупоперешниковъ содержица къ высотѣ усѣченного конуса, такъ большой поперешникъ будетъ содержица къ высотѣ цѣлаго конуса.

2. Сыскавъ цѣлаго конуса высоту FE , найди толщину его (§. 524.).

3. Изъ найденной всей конуса высоты FE вычѣи усѣченного конуса высоту $NC = FG$: то останется опрѣзаннаго конуса высота G .

4. Помѣмъ опрѣзаннаго конуса CDE сыскавъ толщину (§. 524.), вычѣи оную изъ толщины цѣлаго конуса, и останется толщина усѣченного конуса, то есѣ. ABE
— CDE



—CDE=ABDC. на пр. $AB=10'$, $CD=4'$, $AC=18'$, $\frac{1}{2} AB=AF=5'$.

$$AB=1000'''$$

$$AC=18'00''$$

$$CD=400'''$$

$$AC=1800$$

$$\frac{600}{2} = 300''' = AH$$

$$144$$

$$300 = AH$$

$$18$$

$$90000 = AH^2$$

$$3240000 = AC^2$$

$$90000 = AH^2$$

$$3150000 = HC^2$$

$$\sqrt{HC^2} = 3150000 / 1774''' = HC$$

$$AH:HC=AF:FE$$

$$300''':1774''' = 500'''$$

$$500$$

$$300 \overline{) 887000} \quad 2956 = FE$$

$$1774 = HC = FG$$

$$1182''' = GE = 394''' = \frac{1}{2} GE$$

$$3$$

$$100:314=400'''$$

$$400$$

$$100 \overline{) 125600} \quad 1256 \text{ окруж. мен. круга}$$

$$100 = \frac{1}{4} CD$$

125600 плоск. мен. круга.

$$125600$$

$$125600$$

$$394 = \frac{1}{2} GE$$

$$502400$$

$$1130400$$

$$376800$$

$$49486400''' \text{ площ. конуса CDE. } 157000$$

$$628$$

$$785000 \text{ пол. бол.}$$

$$985 = \frac{1}{2} FE \text{ круга}$$

$$3925$$

$$6280$$

$$7065$$

$$773225000 \text{ площ. кон. ABE}$$

$$49486400 = CDE$$

$$723738600 \text{ площ. усѣчен. конуса.}$$

Для поверхноспижъ усѣченного конуса надлежитъ окружности большаго и меньшаго круга сложить и половину суммы умножить на бокъ конуса, потомъ приложить къ тому плоскости двухъ круговъ; такимъ образомъ произойдетъ поверхность усѣченного конуса. На пр.

$$3140 \text{ окруж. больш. круга}$$

$$1256 \text{ окруж. мень. круга}$$

Ф



$$\begin{array}{r|l} 2 & 4396 \\ \hline & 2198 \\ & 1800''' = AC \end{array}$$

17584

2198

3956400 повер. усѣч. кон. безъ
плоск. двухъ круговъ.

785000 плоск. больш. круга.

125600 плоск. мень. круга.

4867000 поверъхн. усѣчен. ко-
нуса ABDC.

ЗАДАЧА CXVIII.

§. 527. Найми толщину и поверхность
пяи правильныхъ шѣлъ.

РѢШЕНІЕ.

Какимъ образомъ находится толщина
и поверхность эксаэдра, или куба, о томъ
ужё сказано (§. 499.); шептраэдръ же есть
треугольная пирамида: того ради толщина
и поверхность его находится, какъ тре-
угольной пирамиды, о чемъ также выше се-
го объявлено (§. 533.). Октаэдръ есть
двойная чепыреугольная пирамида, того ра-
ди толщина его находится какъ треуголь-
ной пирамиды, поелику чепыреугольникъ
на треугольники раздѣленъ бытъ можетъ.
Икосаэдръ состоитъ изъ дванадцати тре-
угольныхъ, а додекаэдръ изъ двенадцати
пя-



пятиугольныхъ равныхъ пирамидъ, которыя всѣ верхъ свой имѣютъ въ центрѣ своего шѣла: того ради толщина ихъ находится какъ и треугольныхъ пирамидъ. Поелику пятиугольникъ на треугольники раздѣленъ быть можетъ. Что касается до поверхности ихъ, то, поелику у октаэдра находится восемь, у икосаэдра дванадцать равноспоронныхъ треугольниковъ; надлежитъ сыскать плоскость одного только такого треугольника и оную умножить на число граней правильного шѣла. Додекаэдръ ограничивается двенадцатью правильными и между собою равными пятиугольниками, и ежели сыщется плоскость одного такого пятиугольника и умножится на 12, то есть, на число граней: то произведение покажетъ поверхность додекаэдра.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 528. Ежели будетъ сторона эксаэдра, или куба $= 1000$, тетраэдра $= 2040$, октаэдра $= 1285$, икосаэдра $= 770$, додекаэдра $= 507$: то правильныя шѣла въ разсужденіи ихъ толщины будутъ равны между собою.

Т Е О Р Е М А LVIII.

§. 529. Призмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѣютъ сложное содержаніе оснований и высотъ.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику толщина показанныхъ тѣлъ находится, умножая плоскость основанія или на всю высоту, или на ширину ея часпъ: того ради имѣютъ они сихъ произведеній, то есть, основаній и высотъ умноженное, или сложенное содержаніе ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 530. Ежели основанія ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ высоты; а ежели высоты ихъ будутъ равны: то они содержатся между собою, какъ основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг.

248.

§. 531. Чего ради кубъ къ цилиндру въ немъ написанному, то есть, толщина куба къ толщинѣ цилиндра имѣетъ такое содержаніе, какое квадрапъ поперешника къ кругу, то есть, по Архимед. какъ 14: 11, по Цейлен. какъ 1000: 785, по Мец. какъ 352: 355. На пр.

По Архимед. $CD = 7$.

$$CD = 7$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 49 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array}$$

343 толщ. куба

$$7 : 22 = 7$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 154 \quad 22 \\ \hline 7 \end{array}$$

4 | 154 | $38\frac{1}{2}$ плоск.

основ. цилинд.

$$77 \times \frac{7}{1} = 539$$

$$2 \quad 2 \overline{) 549 \overline{) 269 \frac{1}{2}}}$$

тол. цилинд.

И такъ $343 : 269 \frac{1}{2} = 14 : 11$.

$686 : 538 = 14 : 11$.

Но раздѣливъ оба количества первого содержанія на принятое по изволенію число, на пр. на 49, получишь содержаніе 14 : 11, такъ какъ утверждаемо было.

По Цейлен. $CD = 100$

$C = D \quad 100$

$100 : 314 = 100$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 10000 \\ 100 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 100 \quad 31400 \overline{) 314} \\ \quad \quad \quad 25 \\ \hline \end{array}$$

1000000 толщ. куба.

$$\begin{array}{r} 1570 \\ 628 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7850 \text{ плоск.} \\ \text{основ.} \\ 100 \text{ цилинд.} \\ \hline \end{array}$$

$$785000 \text{ толщ. цилинд.}$$

И такъ $1000000 : 785000 = 1000 : 785$

Но раздѣливъ оба количества первого содержанія на принятое по изволенію число, на пр. 1000, получишь содержаніе 1000 : 785, какъ и утверждаемо было.



По мѣщ. $CD = 113$

$CD = 113$

113

339

113

113

12769

113

38307

12769

12769

144289 7 полщ. куба

$113: 355 = 113$

113

1065

155

355

113 | 40115 | 355

339

621

665

565

565

335

113

1065

355

355

4 | 40116 | 10028 $\frac{3}{4}$ плоск. основ. цилинд.

10028 $\frac{3}{4}$ × 113

40115

113

120345

40115

10115

4 | 4532995 | 1133248 $\frac{3}{4}$ полщ. цилинд.

И такъ $1442897 : 1133248 \frac{3}{4} = 452 : 355$

$5771588 : 4532995 = 452 : 355$

Но раздѣливъ оба количества перваго содержанія на принятое по изволенію число, на пр. на 12769, получишь содержаніе 452: 355, какъ и утверждаемо было.

ТЕОРЕМА LXIV.

§. 532. Подобные параллелепипеды содержатся между собою въ упрощенномъ содержаніи сходственныхъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику для сысканія толщины параллелепипеда употребляются при множишеля, то естъ, длина и высота основанія и припомъ высота всего тѣла (§. 508.); и какъ сии множишели, когда суть числа между собою подобныя, имѣютъ одинакое содержаніе сходственныхъ боковъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 533. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призмахъ, кои суть половинныя параллелепипедовъ, или чепыреугольныхъ призмахъ (§. 509.), и овсѣхъ другихъ многоугольныхъ призмахъ и о самыхъ цилиндрахъ (§. 505, 506 и 507.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 534. Приличесивуетъ также пирамидамъ и конусамъ, между собою подобнымъ,



упроенное содержаніе сходспивенныхъ боковъ, или высотъ, поелику пирамиды призмъ, а конусы цилиндровъ, имѣющихъ одинакое основаніе и одну высоту, суть прѣстѣи части (§. 521 и 522.).

ТЕОРЕМА LXV.

Фиг. §. 535. Шаръ къ цилиндру, имѣющій съ
249. нимъ равное основаніе и одинакую высоту, то есть, толщина шара къ толщинѣ цилиндра содержишь, какъ 2 : 3.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. Для доказательства сей теоремы над-
250. лежишь начертить квадратъ $ABCD$ и въ немъ провести діагональную линію CA , такожъ изъ центра C описать четверть круга DGB , и представишь себѣ, что сей квадратъ вмѣстѣ съ діагональною въ немъ проведенною линіею и описанною четвертью круга оборотится около CD : то отъ обращенія квадрата цилиндръ, отъ обращенія діагональной линіи, или преугольника ADC конусъ, отъ обращеніяжъ четверти круга половина шара произойдетъ (§. 469, 471 и 467.); попомъ надлежишь провести линію EH , параллельную съ линіею CB , такожъ линію CG , и должно представишь себѣ въ умѣ, будтобы при помянутыхъ шѣла по линіѣ EH разрѣзаны были: то отъ сего разрѣза во всѣхъ прѣстѣи

мѣлахъ произойдутъ такіе круги, коихъ полупоперешники супъ ЕН, ЕG и ЕF. Но поелику плоскости круговъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 355.); то будетъ содержаться кругъ шара къ коническому кругу, какъ $EG^2:EF^2$ или по тому что $EF=EC$, (§. 210.) какъ $EG^2:EC^2$; и такъ кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ будетъ содержаться къ коническому кругу, какъ $EG^2+EC^2:EC^2$, то есть $CG^2:EC^2$; но поелику $ЕН=DA=DC=CG$ (§. 281. и 79.): то цилиндрической кругъ къ коническому кругу будетъ содержаться, какъ $CG^2:EC^2$. Изъ сихъ двухъ содержаній явствуетъ, что кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ содержится къ коническому кругу, какъ цилиндрической кругъ къ коническому кругу; слѣдовательно кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ равенъ цилиндрическому кругу (§. 32. Ариѳ.), или, ежели отъ цилиндрическаго круга отнимется конической кругъ, останется кругъ шара. И когда сіе справедливо въ разсужденіи всѣхъ параллельныхъ прорѣзовъ, или слоевъ, то есть, можно сдѣлать въ конусѣ, въ половинѣ шара и въ цилиндрѣ, для ихъ равной высоты, равное число такихъ прорѣзовъ, или слоевъ: то слѣдуетъ изъ сего, что



когда отъ цилиндра отнимется конусъ, останется половина шара, то есть, $ABHG = AKB = GCH$. Но какъ конусъ $= \frac{1}{3}$ цилиндра (§ 522.): то половина шара $GCH = \frac{1}{3}$ цилиндра $ABHG$, то есть, $GCH : ABHG = 2 : 3$, или $2 GCH : 2 ABHG = 2 : 3$. Но $2 GCH$ есть цѣлой шаръ, а $2 ABHG$ есть цѣлой цилиндръ: того ради содержишься шаръ къ цилиндру, которой съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту имѣетъ, какъ $2 : 3$. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 536. Сіе изящное предложеніе изобрѣлъ Архимедъ и почиталъ оное спольвысоко, что приказалъ вырѣзать на своей гробницѣ шаръ написанной въ цилиндрѣ. По сей-то фигурѣ и Цицеронъ узналъ гробницу Архимедову. См. Тускул. вопр. кн. 5. гл. 23.

ТЕОРЕМА LXVI.

§. 537. Кубъ къ шару въ немъ написанному, то есть, толщина куба къ толщинѣ шара содержишься по Архимед. какъ 21 : Фиг. 11, по Цейлен. какъ $300 : 157$, по Мец. 651. какъ $678 : 355$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По Архимед. Содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты есть, какъ $14 : 11$ (§. 531.), слѣдовательно содержаніе куба къ

къ шару будетъ, какъ $14 : 7\frac{1}{3}$ (§. 535.), или, оба числа умноживъ на 3, получишь $42 : 22$, раздѣливъ же оба числа сего содержанія на 2, получишь $22 : 11$.

По Цейлен. Содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты есть, какъ $1000 : 785$ (§. 531.); слѣдовательно содержаніе куба къ шару будетъ, какъ $1000 : 523\frac{1}{3}$ (§. 535.), или умноживъ оба числа на 3, получишь, $3000 : 1570$; раздѣливъ же оба числа сего содержанія на 10, будешь имѣть $300 : 157$.

По Мец. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты есть, какъ $452 : 355$ (§. 531.); слѣдовательно содержаніе куба къ шару будетъ, какъ $452 : 236\frac{2}{3}$ (§. 535.), или умноживъ оба числа на 3, получишь $1356 : 710$; раздѣливъ же оба числа сего содержанія на 2, будешь имѣть $678 : 355$.
ч. н. д.

ЗАДАЧА СХІХ.

§. 538. Найти толщину шара, когда будетъ данъ поперешникъ его.

РѢШЕНІЕ.

Представивъ, что поперешникъ основанія цилиндра и высота его равна данному поперешнику шара, найди по сему поперешнику толщину цилиндра (§. 514.), и изъ оной возьми $\frac{2}{3}$, то произойдетъ толщина шара (§. 535.).

Или



Или

Принявъ данной поперешникъ шара за радикасъ, сдѣлай изъ него кубическое число, и попомъ къ числамъ 21: 11, или 300: 157, или 678: 355 и къ составленному изъ поперешника кубическому числу найди четвертое пропорціональное число, которое и будетъ толщина шара (§. 537.). Положимъ, что данъ поперешникъ шара = 56, то:

$$7: 22 = 56$$

66

132

110

$$7 \overline{) 1232} \overline{) 176}$$

7

53

49

42

42

$$137984: \frac{2}{3}$$

2

$$3 \overline{) 275968} \overline{) 91989 \frac{1}{3}} \text{ толщ. шара.}$$

176

$$14 = \frac{56}{4}$$

704

176

2464

56

14784

12320

137984 толщ. цилинд.

Или

Или

56

56

336

280

3136

56

18816

15680

21: 11 = 175616

11

175616

175616

21 | 1931776 | 91989 $\frac{1}{3}$ такааяжѢ полиц. шара.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 539. Ежели поперешникѢ шара будетѢ Фиг. не извѣстенѢ: то оной найти можно та-^{252.}кимѢ образомѢ: поставивѢ шарѢ на гладкую и ровную доску, кѢ обоимѢ бокамѢ его приславѢ два наугольника FGH и IKL, то KG будетѢ желаемой поперешникѢ шара. НаходяицѢ также поперешникѢ шара особливимѢ циркуломѢ, у котораго обѢ ножки загнуты. Сей циркулѢ вѢ особливости именуецѢ Кронъ-циркуломѢ (Zaster Circle).
ТЕ-



ТЕОРЕМА LXVII.

§. 540. Толщина шара равняется толщинѣ такого конуса, или такой пирамиды, коего или коей основаніе равно наружной поверхности шара, а высота полупоперешнику его.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что всякая маленькая частица сферической поверхности принята за круговое основаніе конуса, или вся поверхность шара раздѣлена на безчисленное множество не большихъ квадратовъ, и ко всѣмъ угламъ оныхъ изъ середины шара проведены прямые линіи: по видно, что шаръ состоитъ изъ безчисленнаго множества конусовъ, или изъ безчисленнаго множества чепыреугольныхъ пирамидъ, коихъ верхи соединяются въ срединѣ шара, а высота ихъ равна полупоперешнику онаго. Слѣдовательно весь шаръ равняется такому конусу, или такой пирамидѣ, которой, или которая имѣетъ основаніемъ наружную поверхность шара, а высоту равную полупоперешнику онаго.
ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 541. Когда подобные конусы и подобные пирамиды имѣютъ упроеенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ
(§.

(§. 534.), и доказано, что полщина шара уподобляется конусу, или пирамидѢ (§. 540.): по видно, что и шары, какѢ всегда между собою подобные, имѣютѢ упроененное содержаніе своихѢ поперешниковѢ, или полупоперешниковѢ, то есть, содержатся между собою, какѢ кубы ихѢ поперешниковѢ, или полупоперешниковѢ (§. 537.).

ТЕОРЕМА LXVIII.

§. 542. Поверхность шара есть вчетверо больше плоскости самаго большаго круга, которой начерченѢ полупоперешникомѢ того шара.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику полщина шара равна полщинѢ такого конуса, коего основаніе есть поверхность шара, а высота полупоперешникѢ его (§. 540.): по видно, что полщина шара произойдетѢ, когда поверхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 524.). И такѢ, еслии возьмемѢ за поперешникѢ 100, плоскость самаго большаго круга будетѢ 7850 — полщина цилиндра, которой съ шарѢ, то есть поперешнику его равную высоту имѣетѢ, будетѢ 785000 (§. 514.), изѢ котораго числа только $\frac{2}{3}$ содержишѢ въ себѢ пол-



толщина шара (§. 535.), то есть, $523333\frac{1}{3}$; по приведеніи жъ сей смѣщенной дроби въ числу, произойдетъ толщина шара $\frac{1570000}{3}$; и сіе число, какъ произведеніе, естли раздѣлится на одного множителя, на пр. на $\frac{1}{2}$ поперешника $= \frac{100}{6}$: то произойдетъ другой множитель (§. 68. Ариѳ.), то есть, поверхность шара $= 31400$, которая точно есть вчетверо больше плоскости самаго большаго круга. ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 543. И такъ поперешникъ 100 умноженной на окружность самаго большаго круга 314, производитъ поверхность шара 31400. Поелику полупоперешникъ умноженной на половину окружности производитъ плоскость круга (§. 360.). Почему двойное, будучи умножено на двойное жъ, производитъ четверное.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 544. Изъ чего явствуетъ, что поверхность шара равняется такому продолговатому прямоугольному четвероугольнику, коего бока суть поперешникъ шара и окружность самаго большаго круга.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 545. И такъ еще есть способъ, по которому можно находить толщину шара, то есть, поверхность шара должно умножить

жить на прешью часть полупоперешника,
или полупоперешникъ на прешью часть по-
верхности.

ЗАДАЧА СХХ.

§. 546. Удвоить кубъ.

РѢШЕНІЕ.

Изъ данного кубическаго бѣка въ чис-
лахъ сдѣлавъ кубическое число, удвой оное,
и изъ удвоеннаго извлеки кубической ра-
диксъ, коимъ будетъ показывать бокъ
двойнаго куба. Положимъ, что данъ бокъ
куба =

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 47 \\
 \hline
 329 \\
 188 \\
 \hline
 2209 \\
 47 \\
 \hline
 15463 \\
 8836 \\
 \hline
 103823 \\
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3 & 207646 \\
 \hline
 \sqrt[3]{207646} & 56 \text{ бокъ двойнаго куба.}
 \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 547. Равнымъ образомъ находится
многочаспной кубъ всякаго даннаго куба. И
чтобъ сіе сокращенно дѣлать можно было:

Х

то



по Геометры сочинили для сего особливья таблицы, въ коихъ принявъ бокъ простаго или одинакаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго, бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извлеченіе кубическаго радикаса изъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. за найденной почитаютъ. Примѣръ такой таблицы для кубическаго бока, на 100 частей раздѣленнаго, при семъ прилагается:

кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ
1	100	16	251	29	307	41	344
2	125	17	257	30	310	42	347
3	144	18	262	31	314	43	350
4	158	19	266	32	317	44	353
5	170	20	271	33	320	45	355
6	181	21	275	34	323	46	358
7	191	22	280	35	327	47	360
8	200	23	284	36	330	48	363
9	208	24	288	37	333	49	365
10	215	25	292	38	336	50	368
11	222	26	296	39	339		
12	228	27	300	40	341		
13	235	28	303				
14	241						
15	246						

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 348. Когда шары содержатся между собою такъ, какъ кубы ихъ, поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 541. и

537.): то, ежели изъ бока двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешника, сославится шаръ, будетъ оной вдвое больше перваго. Такимъже образомъ и далѣе шаръ увеличивается.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 549. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. *Делійскаго* (Deliasum) называется сія задача по тому, что, какъ сказывающъ, Делійскимъ жителямъ, спражующимъ моровою язвою всегда издавалъ оракулъ такія изреченія, чтобъ они удвоили жертвенникъ Аполлоновъ, которой имѣлъ кубическую фигуру. См. Випр. Архитект. кн. 9. гл. 3. Первый Иппократъ показалъ, что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имъ же удвоеннымъ найдены будутъ двѣ среднія пропорціональныя линіи, и первая изъ нихъ принята будетъ за бокъ двойнаго куба. Но для практики полезнѣе предложенной способъ (§. 546.).

ЗАДАЧА СХХІ.

§. 550. Найти толщину какого не правильного тѣла.

РѢШЕНІЕ.

1. Положи не правильное тѣло, на пр. Фиг. 253.
камень К въ сосудъ цилиндрической, или

Ж 2

при-



призмапической AD , и сверхъ онаго налей воды, или насыпь мѣлкаго хорошаго песку такъ, чтобъ все тѣло покрылось.

2. Найди толщину цилиндра, ED (§. 514.), въ копоромъ содержится налиная вода, или насыпанной песокъ и не правильное тѣло.

3. Помѣмъ вынувъ то неправильное тѣло, дай время всей водѣ съ него скапать, или песку ссыпаться, и найди опѣ опуспившейся воды, или опѣ ссѣвшаго песку, копорой хорошенько сравнять должно, толщину происшедшаго цилиндра GD .

4. На конецъ толщину одной водѣ, или одного песку, копорую изображаетъ цилиндръ GD , вычти изъ толщины цилиндра ED , остатокъ покажетъ толщину цилиндра EH , копорая почно сходствуетъ съ толщиною не правильного тѣла K , по тому что оное тѣло прежде занимало сіе пространство. Положимъ, что $AB = CD = 56'$, $EC = FD = 16'$: то

$$100 : 314 = 56' : 17584'''$$

$$14 = \frac{1}{4} AB$$

$$70336$$

$$17584$$

246166

16 = ЕС

1477056

246176

3938816 полщ. цилинд. ЕД
вмѣстѣ съ не правил. пѣломѣ.

Положимъ, что $GC=HD=12'$: то

246176

12

492352

246176

2954112 полщ. цилинд. GD, то есть,
полщ. одной опуспившейся воды,
или одного ссѣвшаго песку.

Попомѣ 3938816

2954112

984704 полщ. цилинд. ЕН, или
полщ. не правил. пѣла К.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 551. Еспылижѣ какое пѣло въ сосудѣ
цилиндрической или призмапической спо-
собно положено бытъ не можетѣ, на пр.
стапуя, ушвержденная на неподвижномѣ мѣ-
стѣ: то въ такомѣ случаѣ надлежитѣ о-
коло оной сдѣлать изѣ досокѣ чепыреуголь-
ную

ную призму, и насыпавъ поверхъ оной песку, далѣе поступать, какъ показано. (§. 550.).

Или

Возьми такой сосудъ, которой бы содержалъ въ себѣ мѣру кубическаго фута песку, и насыпай оною мѣрою песокъ въ сдѣланную изъ досокъ около той снатуи призму, и считай, сколько такихъ фузовъ песку въ ту призму всыпано будетъ. Потомъ сыскавъ толщину сдѣланной около снатуи призмы (§. 508. 511. и 512.) выпиши изъ оной число сосудовъ всыпанныхъ песку, остатокъ будетъ показывать толщину снатуи. Положимъ, что всей призмы, вмѣстѣ съ снатуею по самую поверхность песку, будетъ толщина 100 кубическихъ фузовъ, насыпано жъ песку 35 кубическихъ фузовъ: то $100 - 35 = 65$ будетъ толщина снатуи.

ЗАДАЧА СХХII.

§. 552. Найти толщину пустаго тѣла, то есть, найти толщину того вещества, которое можетъ вмѣститься въ какомъ пустомъ тѣлѣ.

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Ежели пустое тѣло не находится въ числѣ правильныхъ тѣлъ: то

1. Сыскавъ толщину всего тѣла вмѣстѣ съ пустою, наполни то пустое или порожнее тѣло водою, или насыпь въ оной мѣлкаго хорошаго песку.

2. Потомъ вылей воду, или насыпь песокъ въ другой сосудъ, которой бы имѣлъ фигуру правильного тѣла, на пр. призмы, или цилиндра, и

3. Вымѣрявъ высоту воды, или сравненнаго въ томъ сосудѣ песку, умножь на одну основаніе сосуда, произведеніе покажетъ толщину одной воды, или одного песку.

4. На конецъ толщину одной воды, или одного песку вычти изъ толщины найденной по первому пункту, остатокъ покажетъ толщину того вещества, которое можетъ вмѣститься въ пустомъ тѣлѣ, то есть, такимъ образомъ будетъ известна толщина одной толко, такъ бы сказать, пустоты тѣла.

Случай 2. Ежели пустое тѣло будетъ или параллелепипедъ, или призма, или цилиндръ, или шаръ, или пирамида, или конусъ: то въ такомъ случаѣ сыскавъ сперва по выше предложеннымъ правиламъ толщину всего тѣла вмѣстѣ съ пустою его, потомъ по тѣмъ же правиламъ найди въ особенности толщину одной толко пу-



стоны, по тому что она принята быть
можетъ за подобную своею фигурою всему
шблѣ; и когда сію найденную толщину вы-
чтешь изъ толщины всего шблѣ, то въ
остаткѣ получишь толщину пустаго шблѣ,
или толщину одного толмо того веществ-
ва, которое въ томъ шблѣ умѣстится
можетъ. Положимъ, что требуется най-
ти толщину пустаго цилиндра $ABCD$, и
положимъ, что поперешникъ всего шблѣ
будетъ $AB = 56''$, длина $AC = 246''$: то

$$100 : 314 = 56$$

$$\underline{56}$$

$$1884$$

$$1570$$

$$100 \mid 17584''' \mid 17584'''$$

$$14 = \frac{1}{2} 56$$

$$\underline{70336}$$

$$17584$$

$$246176'''$$

$$246''0'$$

$$1477056$$

$$1084704$$

$$\underline{492352}$$

615592960''' полщина всего
пѣла вмѣстѣ съ
пустою.

Положимъ, что поперешникъ пустаго
пѣла будетъ = 500''' : то

$$100 : 314 = 500$$

$$\begin{array}{r}
 100 \overline{) 157000} \quad 1570 \\
 \underline{135} = \frac{1}{4} 500 \\
 785 \\
 314 \\
 157 \\
 \hline
 19625 \\
 2560''' = AC \\
 \hline
 117750 \\
 78500 \\
 39250 \\
 \hline
 482775000'''
 \end{array}$$

И такъ $615592960'''$
 $482775000'''$

132817960 полщина одного по-
кмо пустаго пѣла.



ГЛАВА ТРИНАТЦАТАЯ.

О

ИЗМѢРЕНІИ ТѢЛЪ ОБЫКНОВЕННЫМИ МѢРАМИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 553.

Въ общемъ употребленіи находящіяся мѣры сунъ или четперики, коими обыкновенно мѣряемъ всякой немолодой, а иногда и молодой жлѣбъ, ссыпанной въ кучу, или пѣсы и безмѣны, на коихъ вѣсимъ всякія тяжесты, или пѣдра и кружки, коими измѣряемъ то, что можешь вмѣститься въ бочку, или въ кадку, или въ другой какой сосудъ.

Визиромъ же (*baculus Cyndrimetricus*), по Нѣмец. (*Eine Cilindrische wiſſe Ruthe*), называется такой масштабъ, помощію котораго измѣряются цилиндры такъ скоро, что почти можно узнать, сколько малыхъ цилиндровъ содержишь въ себѣ большой цилиндръ.

ЗАДАЧА СХХIII.

§. 554. Вымѣрянь кучу зеренъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай сперва то, чтобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную высоту, и какъ основаніе, такъ и верхъ ея приведены были въ чепыреугольную фигуру.

2. Пошомъ саженью, или аршиномъ вымѣрявъ длину и ширину какъ верхняго, такъ и нижняго чепыреугольника, (ибо зѣрна будучи слізкія, всегда ссыпаются въ кучу, и основаніе ея дѣлаютъ шире, нежели основаніе въ верхнемъ чепыреугольникѣ), и умноживъ длины оныхъ чепыреугольниковъ на ширины ихъ, получиши плоскости обоихъ чепыреугольниковъ.

3. Половину суммы сихъ сложенныхъ плоскостей принявъ за среднее, или уравненное основаніе, умножь на высоту сравненной кучи зеренъ, произведеніе покажетъ полщину кучи зеренъ.

4. Тоужъ мѣрою вымѣрявъ поперешникъ и высоту цилиндрической мѣры, на пр. чепверика, или лукошка, найди полщину онаго, и.

5. На конецъ полщину кучи раздѣли на полщину чепверика, или лукошка, частное число покажетъ, сколько такихъ мѣръ содержатъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зѣрна.

Или

1. Ссыпанныя въ кучу зѣрна приведи, сколько можно будетъ въ такое положеніе, чтобъ оныя имѣли фигуру коническую; и основаніе оной кучи, то есть, окружность вымѣрявъ веревкою, опредѣли поужъ мѣрою.



2. Попомъ вымѣрявъ поужъ мѣрою высоту кучи, приведенной въ коническую фигуру, найди толщину конуса (§. 524), и далѣе поступай такъ, какъ въ 4 и 5 пунктахъ перваго рѣшенія показано. Ибо и такимъ образомъ поступая найдешь, сколько мѣръ содержатъ въ себѣ ссыпанные въ кучу зѣрна.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 555. Не для всякой кучи зеренъ должно сыскивать толщину чепверика, или лукошка, но однажды сыскавъ оную обыкновенною мѣрою, можно на днѣ того замѣшпть.

ЗАДАЧА СХХІV.

§. 556. Сдѣлай Визирь (*Virgam stereometricam*), вообще называемый *den Caliber stab*, служащій для измѣренія вѣсу въ пушечныхъ ядрахъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай квадратную палку произвольной длины.

2. Сдѣлай также изъ разныхъ веществъ, изъ какихъ обыкновенно дѣлаются пушечныя ядра, то есть, свинцовое, желѣзное чугунное и каменное ядро, такъ чѣтобъ каждое изъ оныхъ вѣсомъ точно было одного фунта.

3. Вымѣрявъ поперешники сихъ ядеръ кронъ - циркуломъ, или какъ показано выше сего (§. 539.), перенеси оныя на разныя стороны сдѣланной квадрашной палки, и означь буквами, на пр. на сей споронѣ означенъ поперешникъ ядра свинцоваго С, на другой желѣзнаго Ж, на третіей чугунаго Ч, на четвершой каменнаго К.

4. Означенной такимъ образомъ каждого въ особливости ядра на своей споронѣ поперешникъ раздѣли на 100 и на 1000 частей равныхъ.

5. На конецъ изъ таблицы нѣже сего предложенной поперешники и другихъ ядеръ, которые на пр. будущъ вѣсомъ въ 2, 3, 4, и проч. фунта, на пристойныя стороны палки переносить должно.

ЗАДАЧА СХХV.

§. 557. Сдѣлать таблицу для поперешниковъ такихъ ядеръ, которыя будущъ вѣсомъ въ 2, 3, 4 и проч. фунта.

РѢШЕНІЕ.

1. Когда поперешникъ ядра, на пр. вѣсомъ въ 1. фунтъ, будетъ раздѣленъ на пр.



ир. на 100 равныхъ частей по 4. пункту предложенной уже задачи (§. 556.): то кубъ такого поперешника будетъ имѣть такихъ же частей 1000000.

2. И какъ толщины шаровъ содержатся между собою такъ, какъ кубы ихъ поперешниковъ (§. 541.): то кубъ поперешника такого ядра, которое вѣсомъ въ 2. фунта, будетъ имѣть такихъ же частей 2000000; а которое вѣсомъ въ 3 фунта, того ядра кубъ поперешника будетъ такихъ же частей 3000000, и такъ далѣе.

3. Изъ всѣхъ сихъ кубовъ ежели извлечешь кубическіе радикалы: то оныя покажутъ бока кубовъ, то есть, поперешники ядеръ вѣсомъ въ 2, 3, 4 и проч. фунта, каковыя такимъ образомъ сысканные по порядку въ приложенной при семъ таблицѣ и означены.



ТАБЛИЦА,

Изъявляющая кубическіе радикасы попере-
решниковъ ядеръ, еспли поперешихникъ
ядра въсомъ въ 1. фунтъ раздѣленъ
на 100 частей.

Фун.	попер.	фун.	попер.	фун.	попер.
1	100	21	276	41	345
2	126	22	280	42	348
3	144	23	284	43	350
4	159	24	288	44	353
5	171	25	292	45	356
6	182	26	296	46	356
7	191	27	300	47	360
8	200	28	304	48	363
9	208	29	307	49	366
10	215	30	311	50	368
11	222	31	314	51	370
12	229	32	317	52	373
13	235	33	321	53	375
14	241	34	324	54	378
15	247	35	327	55	380
16	252	36	330		
17	257	37	333		
18	262	38	336		
19	267	39	339		
20	271	40	342		

ЗАДАЧА СХХІV.

§. 552. Найши тяжесѣ, или въсѣ ядра.
Рѣ.



РѢШЕНІЕ.

Вымѣривъ поперешникъ ядра циркуломъ (§. 539.), перенеси оной на ту спорону палки, на которой означены поперешники ядеръ одинакаго съ даннымъ вещества, и замѣшь то число, на которое упадетъ другая ножка циркула; такимъ образомъ будетъ извѣстно, сколько фунтовъ вѣсу въ данномъ ядрѣ находится.

ЗАДАЧА СХХVII.

559. Найми тяжестъ, или вѣсъ ядра, которое изъ данной пушки выстрѣлено.

РѢШЕНІЕ.

Приложи къ поперешнику устья, или отверстія пушки показанную палку съ означенными на ней раздѣленіями (§. 556.), и числа на вѣѣхъ спорахъ оной означающія раздѣленіе частей покажутъ искомую тяжестъ, или вѣсъ выстрѣленнаго ядра.

ЗАДАЧА СХХVIII.

§. 560. Сдѣлай простой визирь, служащій для измѣренія содержащейся жидкости въ бочкахъ, на пр. вина, пива, полпива, и проч.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай квадратную палку произвольной длины, а толщиною на пр. въ 6. 7. 8 фунтовъ и 2. дюйма.

2. Одну спорону такой палки раздѣли на малѣйшія равныя части.

3. Помощію сей палки вымѣрявѣ толщину сосуда обыкновенно мѣрою въ одну кружку, цилиндрическую фигуру имѣющаго, замѣшь оную на одной копорой нибудь споронѣ той палки къ краю; такимъ образомъ будетъ сдѣланъ желаемой визирь.

ЗАДАЧА СХХІХ.

§. 561. Вымѣряшь толщину бочки, по-Фиг.
254.мощію простаго визира.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрай помянутымъ визиромъ какъ дно бочки ED , такъ средину FG и длину оной DN безъ краевъ.

2. По найденнымъ поперешникамъ, которые у dna бочки и въ срединѣ находящіяся, найди плоскости круговъ (§. 360.).

3. Поелику бочка безъ чувствительной погрѣшности можетъ принята быть за тачкой цилиндръ, коего основаніе будетъ средняя плоскость между плоскостями dna ED и въ срединѣ находящейся GF : по найденныя плоскости сложивъ, возьми половину оныхъ, которая будетъ общею плоскостію основанія цилиндра.



4. Найденную такимъ образомъ общую, или уравненную плоскость основанія умножѣ на длину бочки, произведение покажетъ, сколько она содержишь въ себѣ пакихъже мѣрѣ, на какія и визирѣ раздѣленѣ.

5. На конецъ происшедшее изъ того произведение раздѣли на толщину сосуда, мѣрою въ одну кружку, замѣченную на концѣ помянутой палки, частное число покажетъ, сколько искомымъ кружекъ содержишь въ себѣ данная бочка. На пр. пусть будетъ большой поперешникъ $FG = 86$, меньшій поперешникъ $DE = 64$: то

86	64
86	64
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
5 6	256
688	384
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
14: 11=7396	14: 11=4096
11	11
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
7396	4096
7396	4096
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
14 81356	14 45056
5811 плос-	3218 плоскость
кость боль-	меньшаго дна у
шаго дна у бочки	бочки
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>

$$\begin{array}{r}
 5811 \\
 3218 \\
 \hline
 2 \overline{) 9029} \quad 4514 \text{ уральной.} \\
 \text{плоскость.}
 \end{array}$$

4514

130 = ДН длина бочки.

135420

4514

586820 толщина бочки вымѣряя.
по визиру.

Положимъ, что толщина кружки вы-
мѣрянная по тому же визиру будетъ = 4886:
то

$$\begin{array}{r|l}
 4886 \overline{) 586820} & 120 \text{ столько искомымъ} \\
 \underline{4886} & \text{кружекъ содержишь въ} \\
 9822 & \text{себѣ данная бочка.} \\
 \underline{9772} & \\
 500 &
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 562. Ежелижъ дна у бочки DE и HL
будущъ не равныя, то обоихъ порознь сы-
Ц 2 скавъ



скавъ плоскости сложи и раздѣли пополамъ, попомъ сію половинную сумму, или уравненную плоскость между днами сложивъ съ плоскостію дна, что въ срединѣ FG , раздѣли пополамъ, и далѣе продолжай, какъ показано (§. 561.).

ЗАДАЧА СХХХ.

§. 563. Сдѣлать визирь квадрапной и
Фиг. цилиндрической.
255.

РѢШЕНІЕ.

1. На другую сторону показанной палки (§. 560.) перенеси поперешникъ такого сосуда, которой мѣрю въ одну кружку, смѣривъ оной циркулемъ (§. 539.).

2. Проведи на бумагѣ прямую линію AB , равную смѣрянному поперешнику кружки.

3. Изъ крайней почки B линіи AB возставь перпендикулярную линію BC неопредѣленной длины.

4. На сей перпендикулярной линіи изъ почки B означь поперешникъ кружки въ 1. и будетъ AI бокъ двойнаго квадрата AB .

И

И какъ плоскости круговъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 365.); то Аі будетъ поперешникъ двойнаго основанія.

5. Смѣрявъ циркулемъ разстояніе Аі, перенеси оное изъ В въ 2, такоужъ разстояніе А 2 смѣрявъ, перенеси оное изъ В въ 3; равнымъ образомъ разстоянія А 3, А 4, А 5 и проч. смѣрявъ циркулемъ, перенеси изъ В въ 4. 5. 6 и проч. Ибо сіи раздѣленія будутъ поперешники основанія впрое вчетверо, впятеро и проч. больше прошивъ основанія кружки.

6. Найденныя такимъ образомъ части линѣи В С перенеси по порядку на ту сторону палки, на которой означенъ поперешникъ кружки.

7. Смѣрявъ также на концѣ циркулемъ, или ниткою длину, или высоту тойже кружки, перенеси оную на третью споронную помянутой палки, сколько разъ можно будетъ; такимъ образомъ сдѣлается цилиндрической визиръ.

Или

1. Поперешникъ кружки, означенной на одной споронѣ палки, раздѣли на 100 равныхъ частей.



2. Принявъ такимъ образомъ раздѣленной поперешникъ вмѣсто машпаба, перенеси помощію его на другую сторону палки поперешники кружекъ 2, 3, 4, 5, и проч. одинакой съ даннымъ высоты.

3. На третію сторону палки перенеси опять, сколько можно будетъ, длину или высоту той же кружки; такимъ образомъ сдѣлается цилиндрической визиръ.

ЗАДАЧА СXXXI.

§. 564. Сдѣлать таблицу для поперешниковъ кружекъ 2, 3, 4 и проч.

РѢШЕНІЕ.

1. Ежели поперешникъ одной кружки раздѣлился на 100 равныхъ частей: то квадратъ его будетъ 10000.

2. И какъ плоскости круговъ содержащія между собою такъ, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 365.), и квадратъ 10000 будетъ вдвое 20000, втрое 30000, вчетверо 40000 и проч: то поперешники круговъ двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. будутъ дны кружки, еслии изъ нихъ извлекуются квадратные радикасы.

3. И такъ изъ сихъ чиселъ 20000, 30000, 40000 и проч. извлеки квадратные радикасы, означь оные по порядку въ таблицѣ; такимъ образомъ и сославится желаемая таблица.

ТА-

ТАБЛИЦА,

ИзЪявляющая квадрапные радикасы для цилиндрическаго визира, еспьли попере- шникЪ кружки раздбленЪ на 100 частей.

1	100	6	400	31	55	46	78	61	782	76	872	91	954
2	141	17	412	3	56	47	85	62	787	77	877	92	959
3	173	8	424	33	57	48	69	63	794	78	883	93	964
4	200	19	436	34	583	49	70	64	800	79	889	94	969
5	224	20	447	35	592	50	707	65	806	80	894	95	975
6	245	21	458	36	600	51	714	66	812	81	900	96	980
7	265	22	469	37	608	52	721	67	818	8	90	97	98
8	283	23	480	38	616	53	728	68	825	83	911	98	990
9	300	24	490	39	624	54	735	69	831	84	916	99	995
10	316	25	500	40	632	55	742	70	837	85	922	100	1000
11	332	26	510	41	640	56	748	71	843	86	927		
12	346	27	520	42	648	57	755	72	848	87	933		
13	360	28	529	43	656	58	762	73	854	88	938		
14	374	29	538	44	663	59	768	74	860	89	943		
15	387	30	548	45	671	60	775	75	866	90	949		

ЗАДАЧА СХХХII.

§. 565. Вымбровать толщину бочки, по- мощию цилиндрическаго визира.

РѢШЕНІЕ.

1. Тою спороною палки, на которой означены поперешники кружекЪ, вымбравъ дны у бочки и средней поперешникЪ оной, сложи оные и сумму раздблн на 2, частп-

Ц 4

ное



ное число будетъ уравненной поперешникъ
круговаго основанія въ цилиндръ, равномъ
бочкѣ.

2. Вымѣряй также длину бочки пою
сторону палки, на которой означена дли-
на, или высота кружки.

3. Найденной уравненной поперешникъ
умножь на вымѣрянную длину бочки, про-
изведеніе будетъ искомая толщина бочки
въ кружечной мѣрѣ. Положимъ, что боль-
шой поперешникъ = 14, а меньшей = 10;
то

$$\begin{array}{r} 14 \\ 10 \\ \hline 2 \quad | \quad 24 \quad | \quad 12 \end{array}$$

10 длина бочки

120 толщина бочки въ кружкахъ.

ЗАДАЧА СXXXIII.

Фиг.
256.

§. 566. Сдѣлать визиръ кубической.

РѢШЕНІЕ.

1 Помощію проспаго визира вымѣряй,
сколько одна кружка вмѣщаетъ въ себѣ ку-
бическихъ частей.



2. Изъ найденныхъ частей извлеки кубической радикасъ, чѣмъ имѣть бокъ куба CD равной кружкѣ A .

3. Найденной радикасъ умножь самъ на себя, и происшедшій изъ того квадратъ удвой, чѣмъ имѣть квадратъ діагональнаго поперешника CE .

4. Изъ сего также извлеченной квадратной радикасъ покажетъ діагональной поперешникъ CE .

5. Найденной такимъ образомъ въ числахъ поперешникъ CE раздѣли на 100, или на 1000 частей равныхъ, и возьми вмѣсто масштаба, помощію котораго

6. Изъ вышепредложенной таблицы (§. 557.) перенеси на четвертую сторону слѣдланной палки діагональные поперешники кубовъ, вмѣщающихъ 1. 2. 3. 4. 5 и проч. кружекъ; такимъ образомъ составится кубической визиръ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 567. Вышепредложенная таблица (§. 557.) заключаетъ въ себѣ кубическіе радикасы кубовъ 1000000, 2000000, 3000000 и

Ц 5

проч.



проч. частей. Когдажъ діагональной поперешиникъ куба, вмѣщающаго 1. куужку, заключаетъ въ себѣ 100 частей по положенію: то кубъ его будетъ 1000000, кубъ діагональнаго поперешиника, вмѣщающаго 2. кружки, будетъ 2000000, и кубъ діагональнаго поперешиника, вмѣщающаго 3. кружки, будетъ 3000000; слѣдовательно кубическіе радикасы такихъ чиселъ показываютъ діагональные поперешиники кубовъ, вмѣщающихъ 1. 2. 3. 4 и проч. кружекъ.

ЗАДАЧА СХХХІV.

§. 568. Вымѣрять толщину бочки, помощію кубическаго визира.

РѢЩЕНІЕ.

Кубической визиръ въ верхнее опверстіе бочки F вошкнувъ, опусти вкось оной до самаго дна E, такимъ образомъ число частей на визиръ въ срединѣ опверстія бочки означившееся, ежели удвоено будетъ, покажетъ, сколько кружекъ данная бочка въ себѣ вмѣщаетъ. Положимъ, что на опущенномъ вкось до дна бочки визирѣ означившееся число будетъ 50: то вся бочка будетъ вмѣщать въ себѣ 100 мѣръ,

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Полагается здѣсь, что длина бочки DH есть точно вдвое ширины средней между DE и FG [ибо для измѣренія въ тѣхъ бочкахъ, которыя имѣютъ другое уравненіе ширины къ длинѣ, не безъ погрѣшности можно употреблять сей визирь]. И такъ бочка будетъ состоять изъ двухъ, кои могутъ написаны быть въ кубъ, цилиндровъ $EDFG$ и $FGHL$, сихъ же діагональные поперешники заключаютъ въ себѣ кубической визирь; слѣдовательно еслии толщина цилиндра $EDFG$, которую показываетъ діагональной поперешникъ EF , будетъ удвоена, произойдетъ толщина всей бочки $EDHL$.
ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 569. И по тому нѣкоторые толщину бочки находятъ такимъ же образомъ, какъ бы надлежало находить толщину двухъ усѣченныхъ конусовъ.

ЗАДАЧА СXXXV.

§. 570. Вымѣрять поверхность земли.



РѢШЕНІЕ.

Поелику земля наша по многимъ Физическимъ опытамъ найдена почти круглою: то по тому можно принять оную за фигуру сферическую; припомъ по множайшимъ Астрономическимъ наблюденіямъ изобрѣшено, что самой большой кругъ земли имѣетъ 9000 Французскихъ левковъ, или что всякой градусъ имѣетъ 25 левковъ: то

1. Окружность самаго большаго круга раздѣли на 3, частное число будетъ почти поперешникъ онаго.

2. Найденной поперешникъ раздѣливъ на двѣ равныя части, получишь полупо-
перешникъ.

3. Половину окружности умножь на найденной полупоперешникъ, произойдетъ изъ того плоскость большаго круга, копорую взявъ вчетверо, получишь поверхность земли. На пр.

Окружность самаго большаго круга = 9000
 почти поперешникъ = 3000
 полупоперешникъ = 1500
 Половина окружности самаго большаго круга = 4500
 1500

$$\begin{array}{r}
 225 \\
 45 \\
 \hline
 6750000 \\
 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

поверхность земли = 27000000

ЗАДАЧА СXXXVI.

§. 571. Найди толщину земли.

РѢШЕНІЕ.

Когда извѣстна плоскость самаго большаго круга земли, и припомѣ поперешникѣ онаго : то

1. Плоскость самаго большаго круга умножь на поперешникѣ онаго, произойдетъ толщина такого цилиндра, коего основаніе равно плоскости самаго большаго круга и высота одинакая.

2. Изъ найденной толщины такого цилиндра возьми $\frac{2}{3}$, получишь толщину земли (§. 535.) на пр.

$$\begin{array}{r}
 \text{Плоскость самаго большаго круга} = 6750000 \\
 \text{поперешникѣ} = 3000 \\
 \hline
 \end{array}$$



20250000000 толицъ,
цилиндъ.

2

3	40600000000	1350000000
		толицъ. земель.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 572. Для упражненія въ Геометрической практикѣ весьма полезны сочиненія Христофора Клавія, Данила Швенпера и Андрея Таквепа, которые, опмѣниѣ противъ прочихъ; изъясняютъ оную.

КОНЕЦЪ

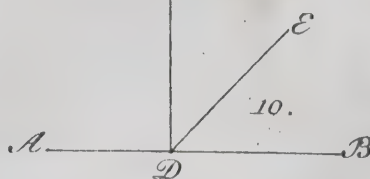
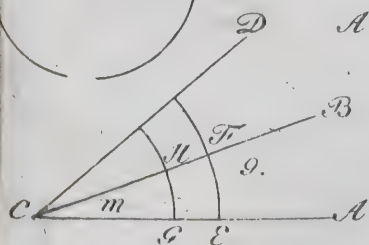
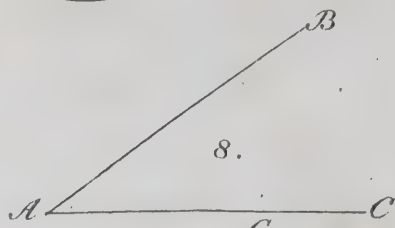
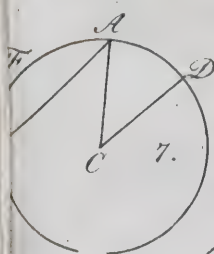
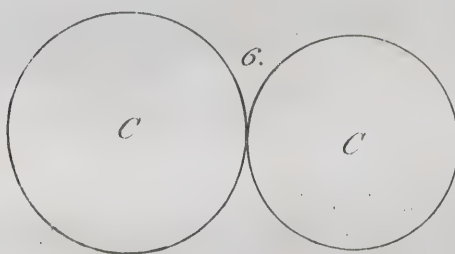
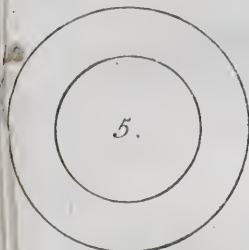
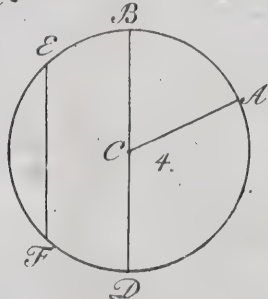
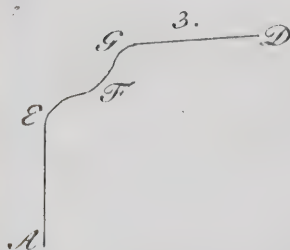
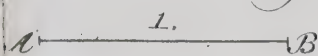
шрешіей и послѣдней части.

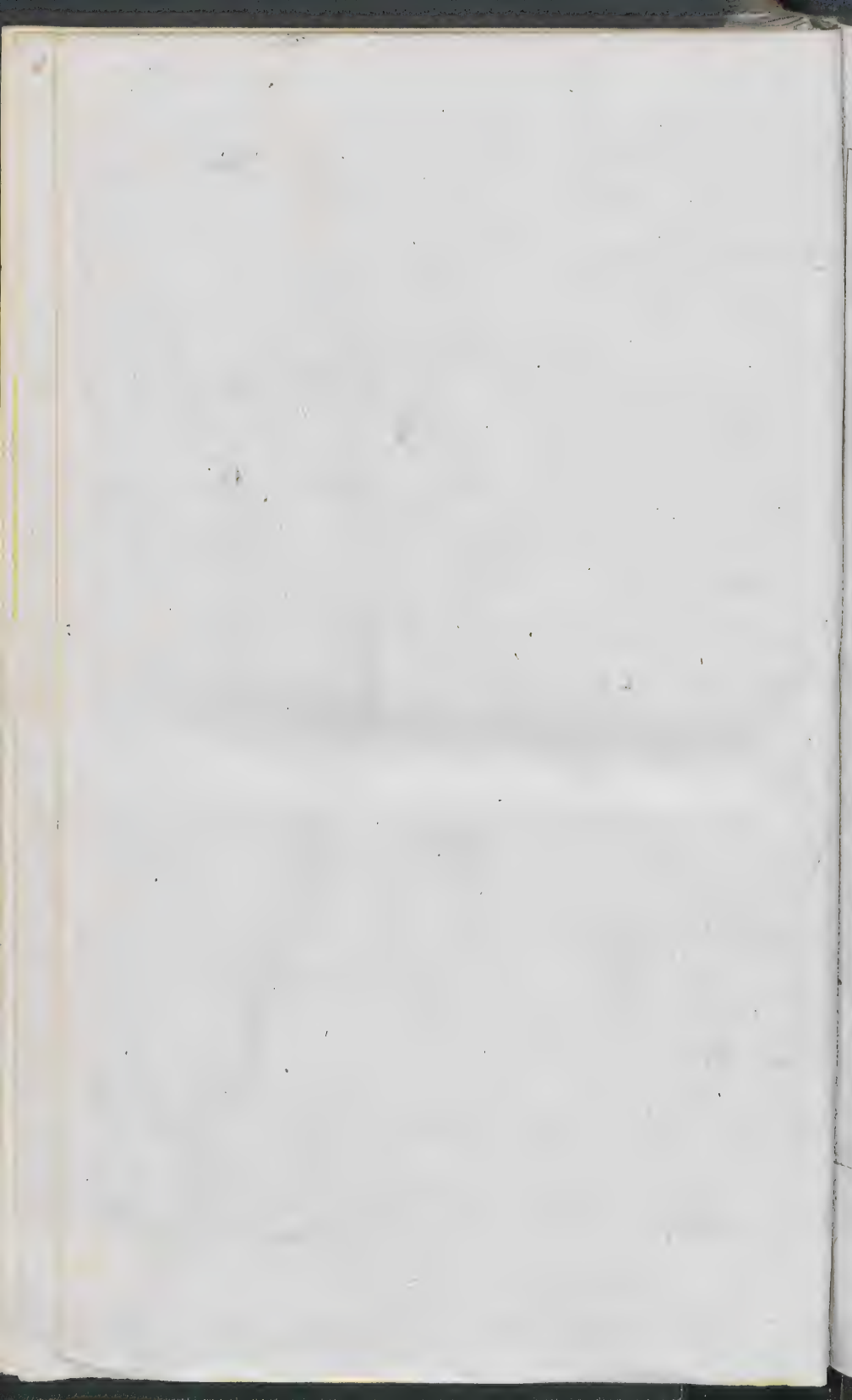


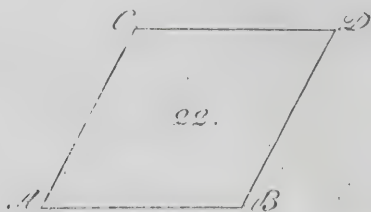
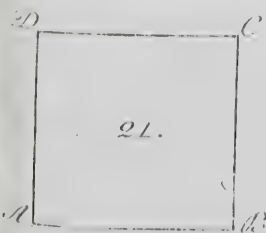
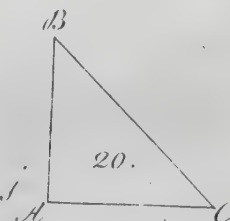
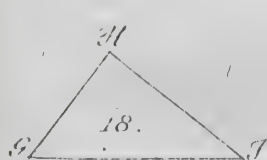
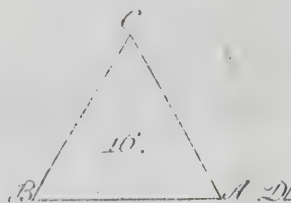
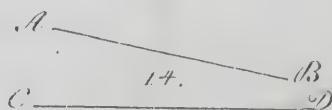
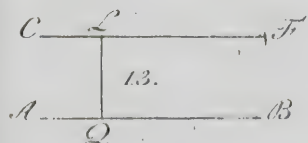
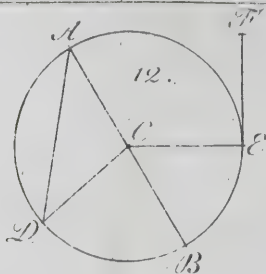
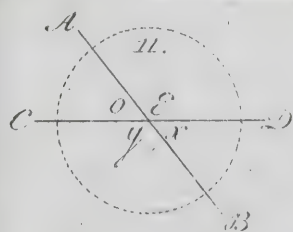
РОССИЙСКАЯ
ГОСУДАРСТВЕННАЯ
БИБЛИОТЕКА

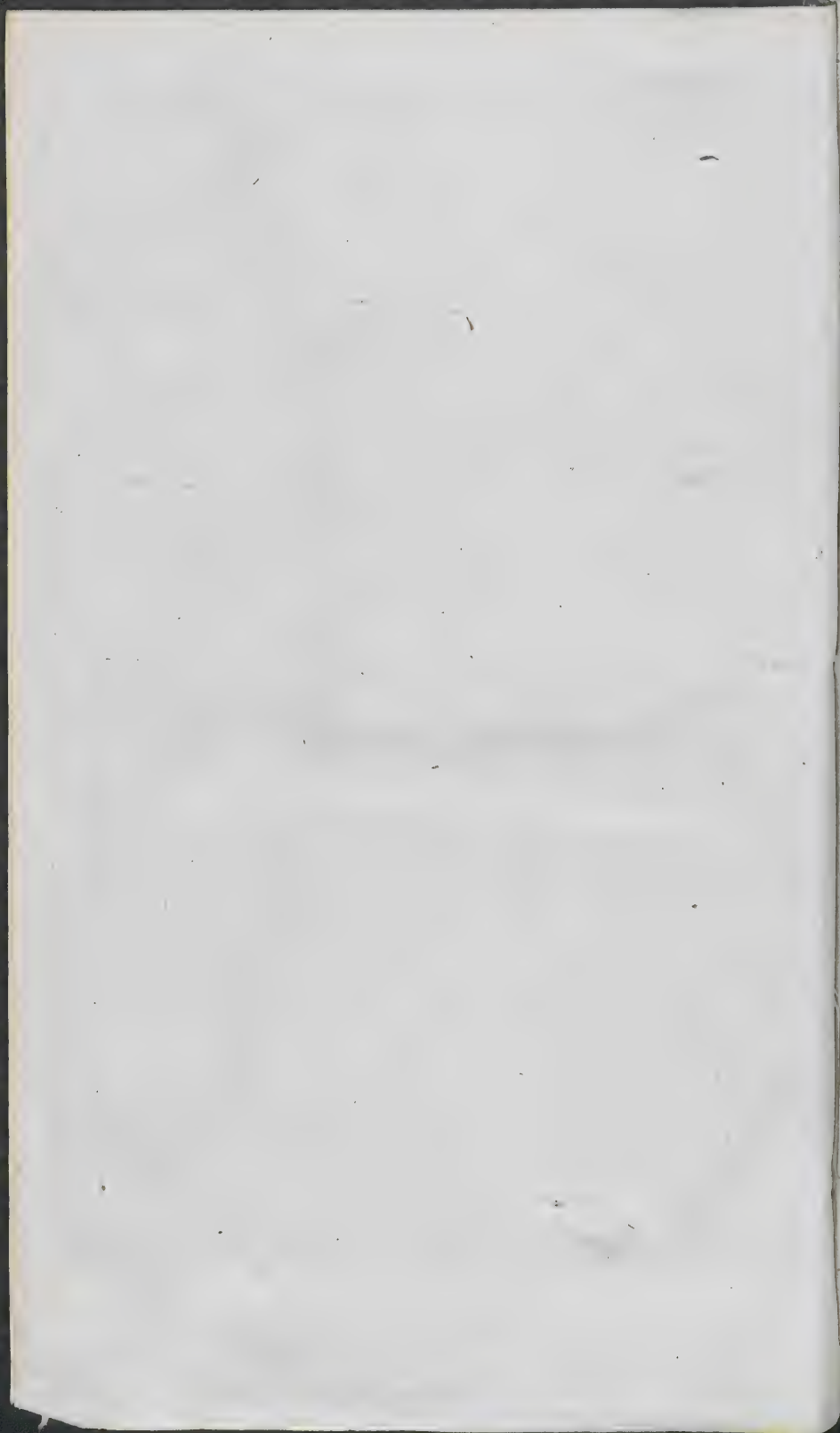
30159-0

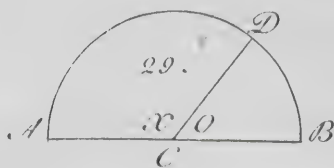
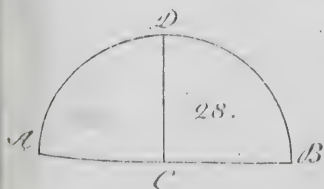
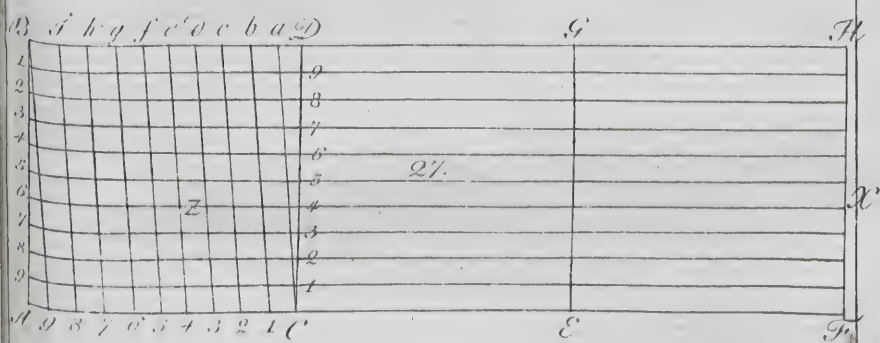
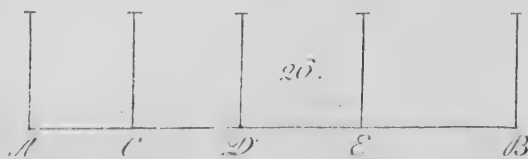
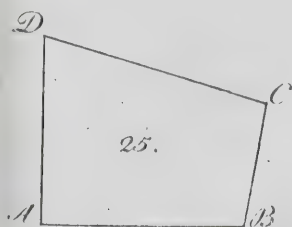
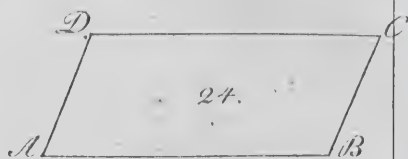
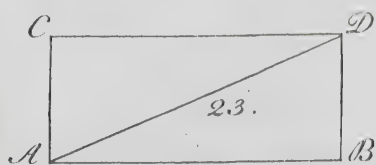
Первой части

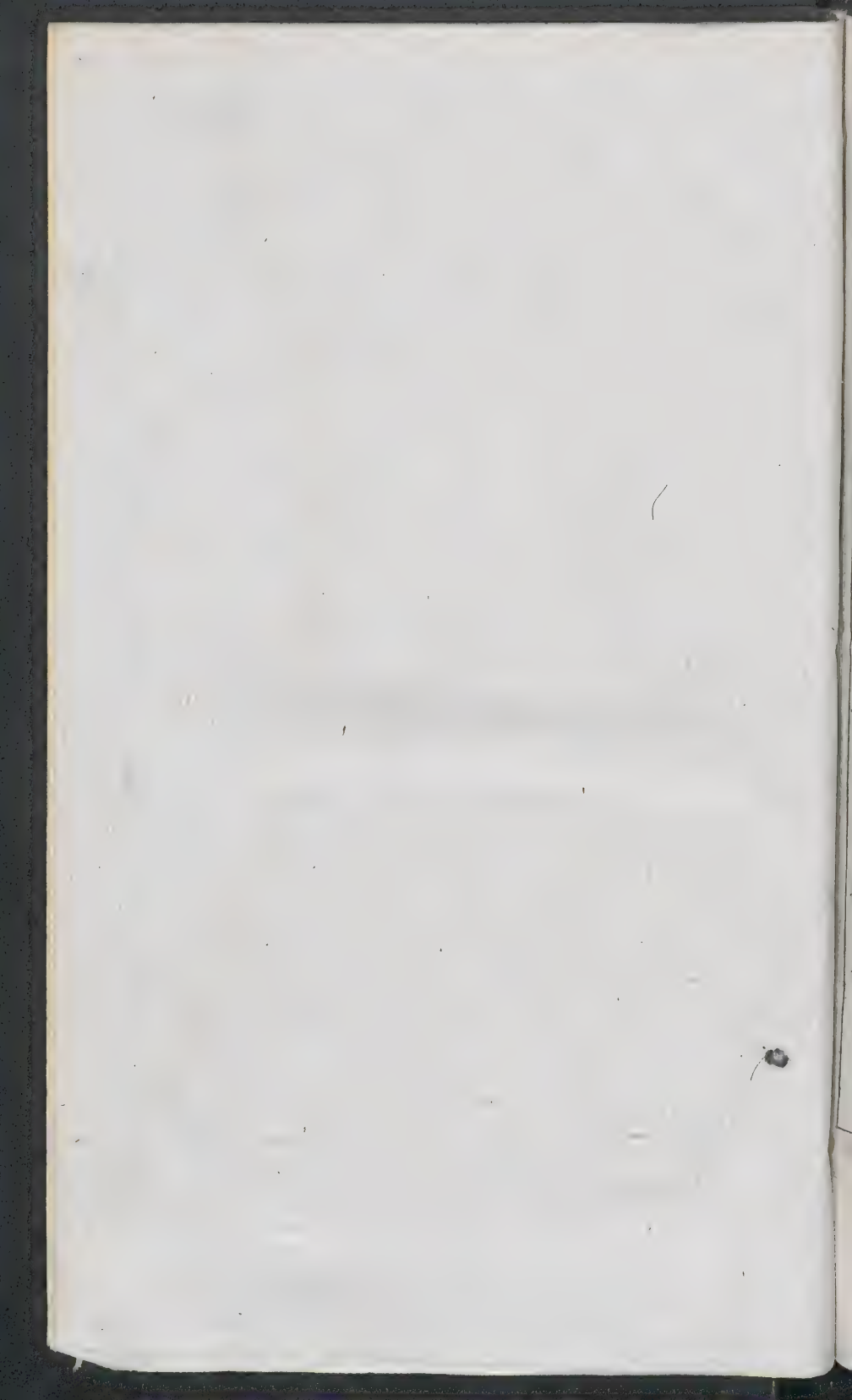


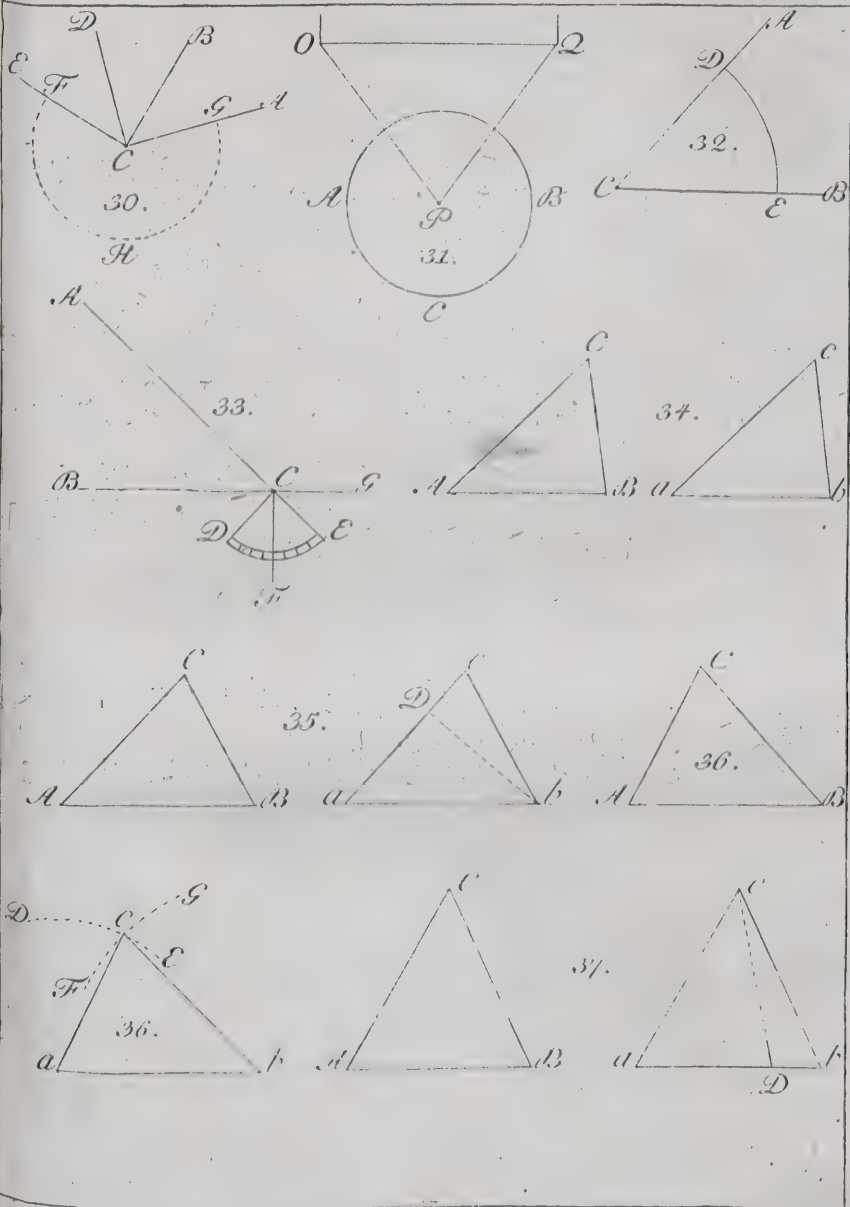


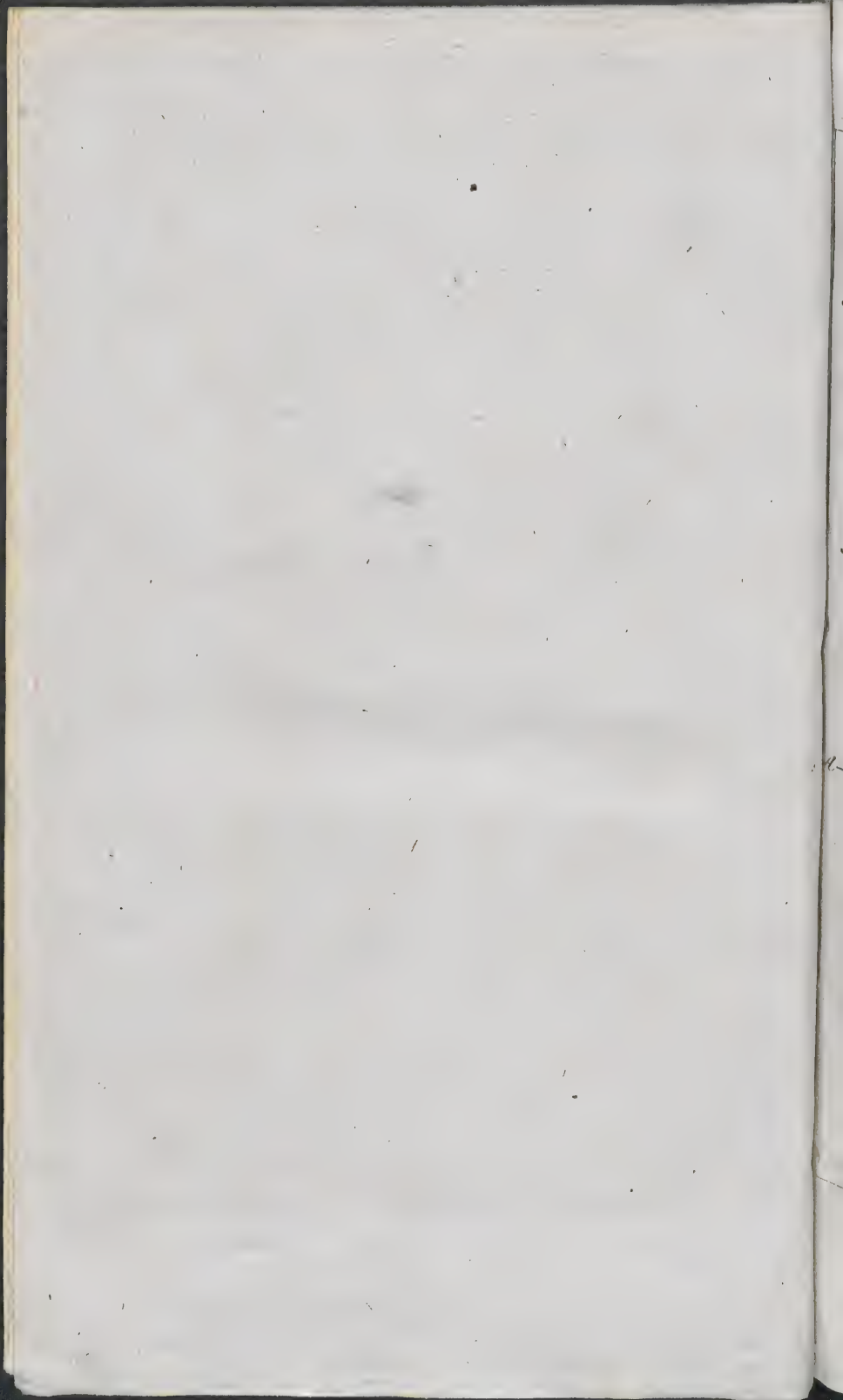


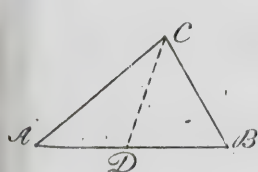




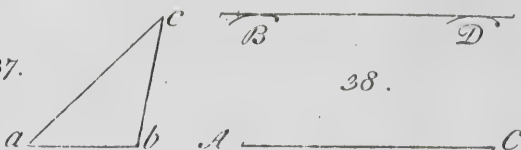




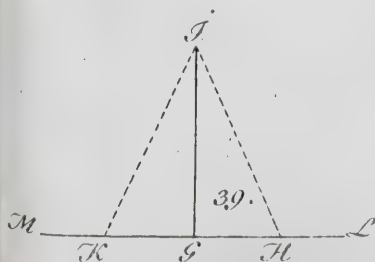




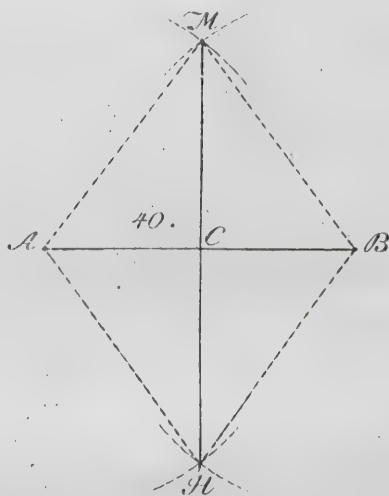
37.



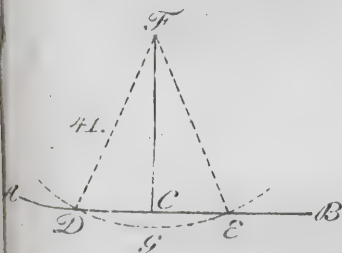
38.



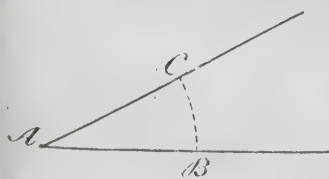
39.



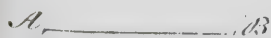
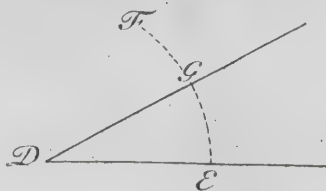
40.



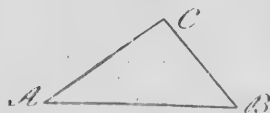
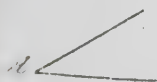
41.

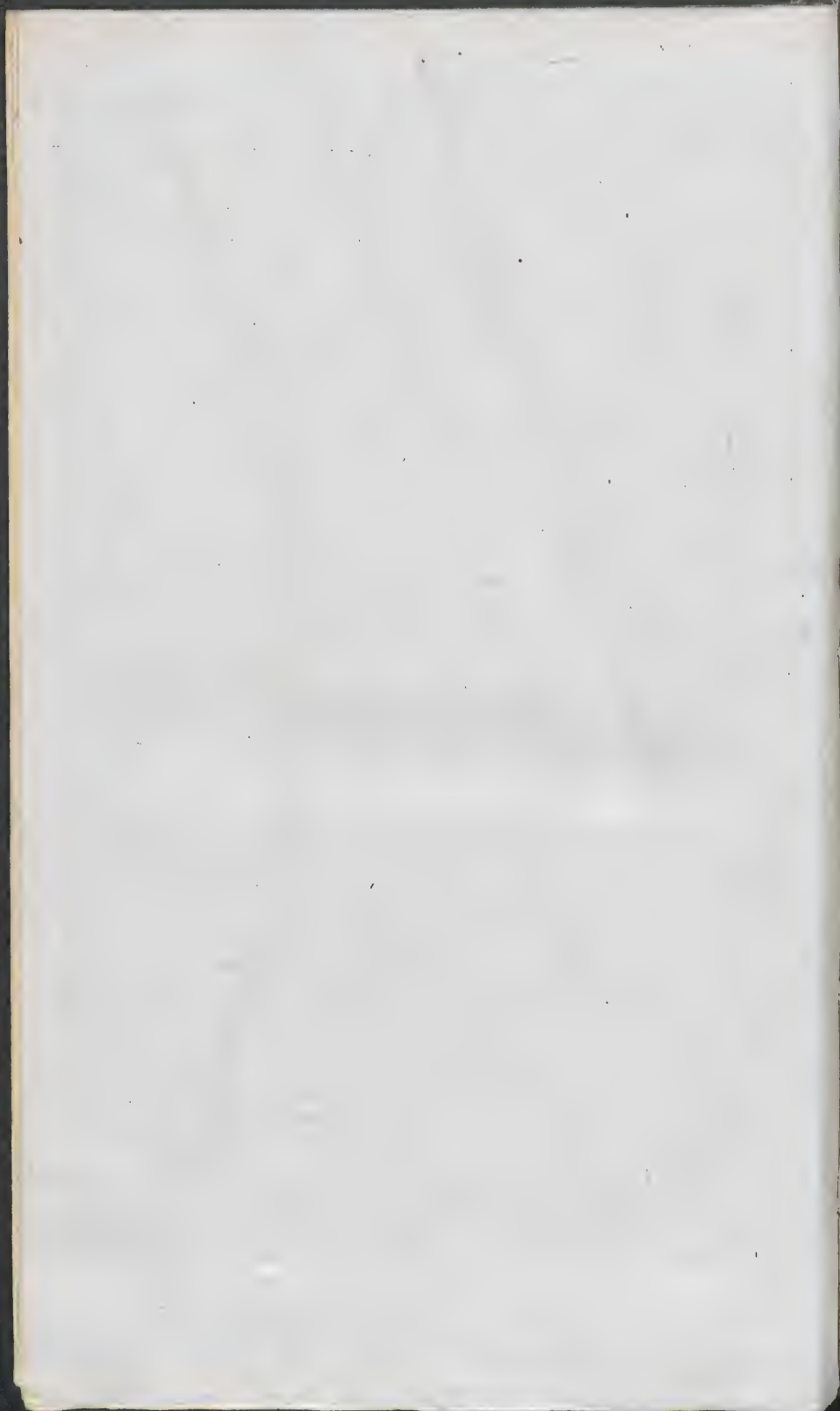


42.

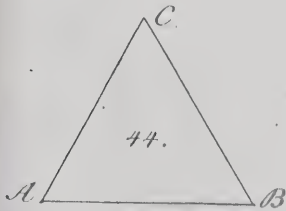


43.



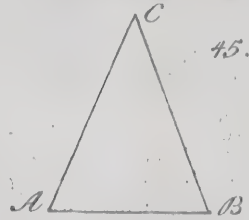


A ————— B

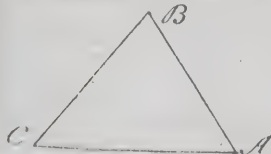
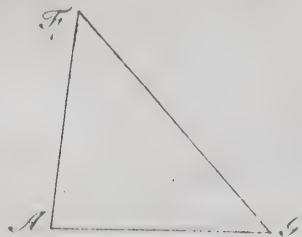
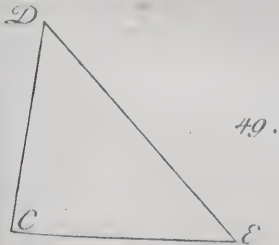
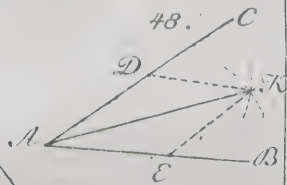
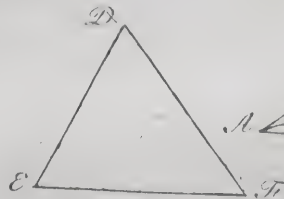
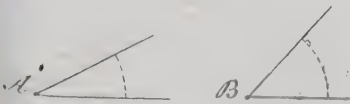


A ————— B

B ————— C

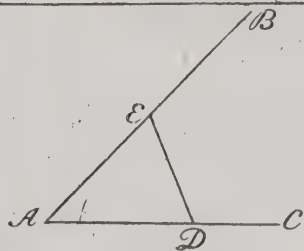


A ————— B

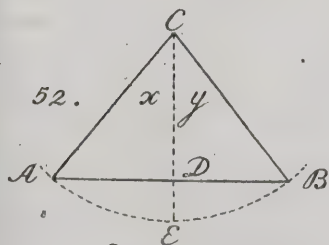
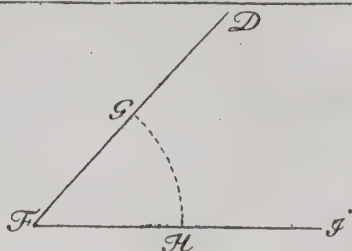


50.

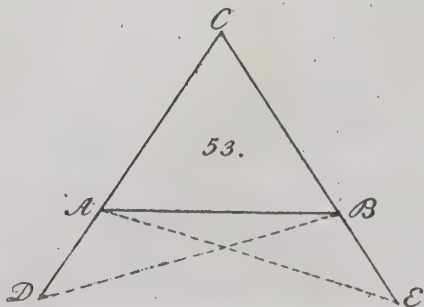
A ————— B
B ————— C
A ————— C



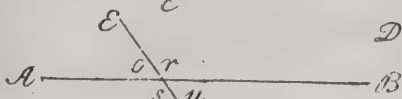
51.



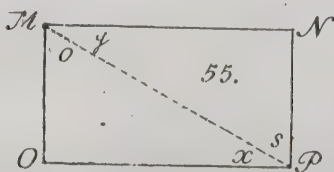
52.



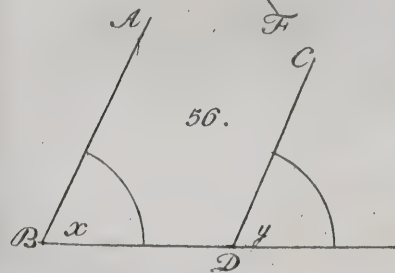
53.



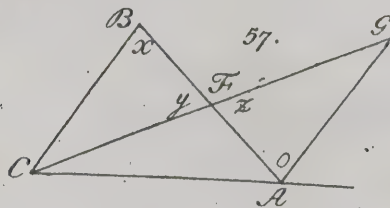
54.



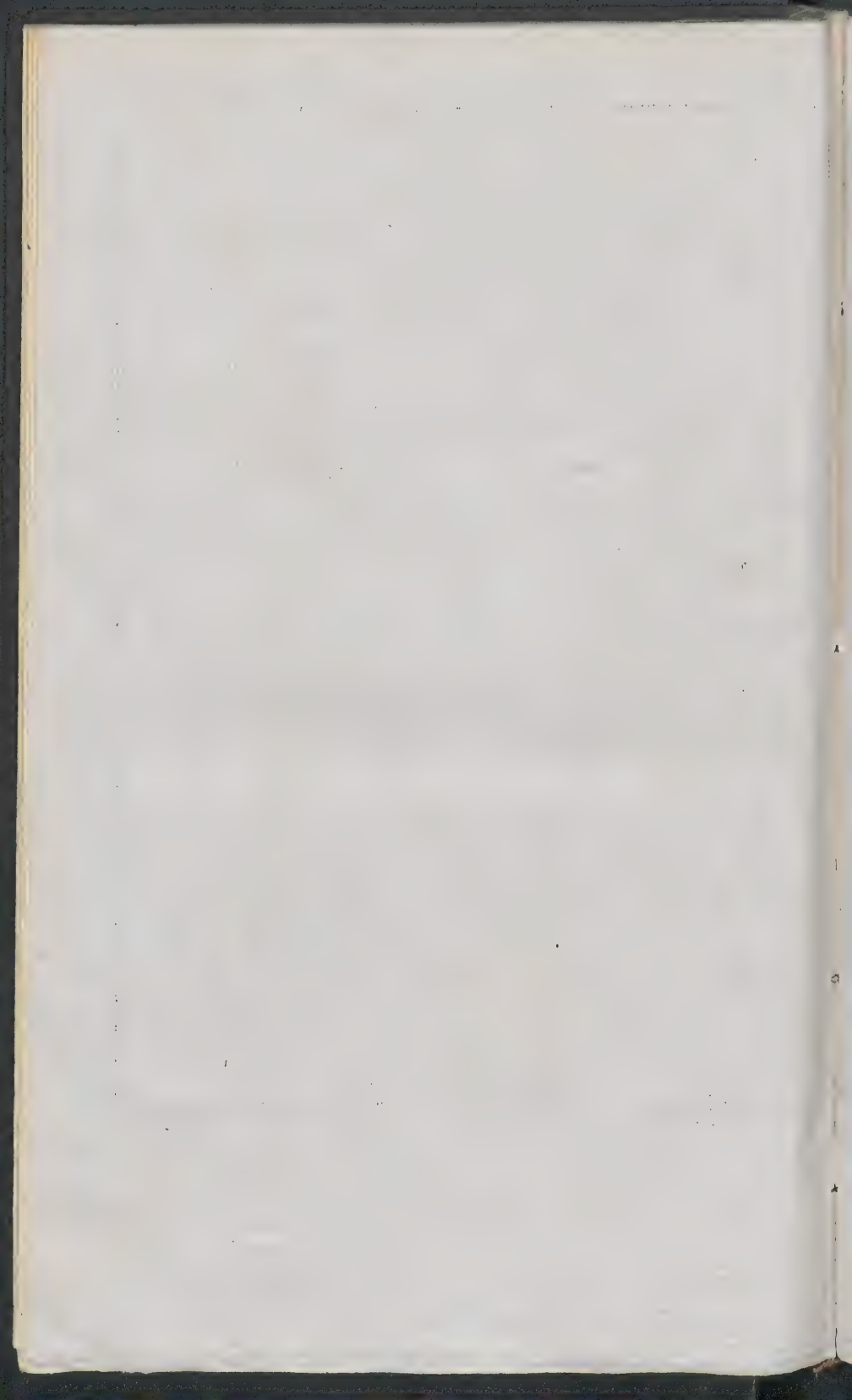
55.

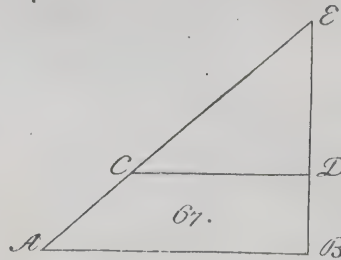
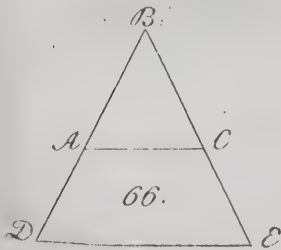
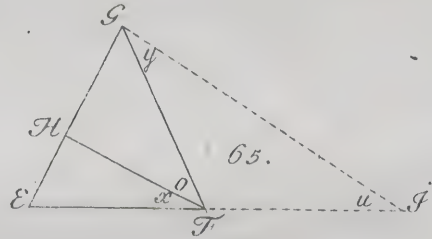
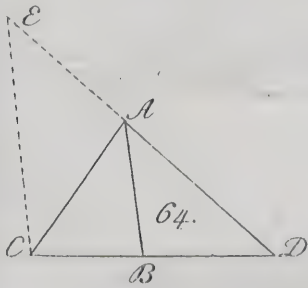
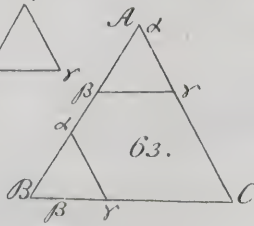
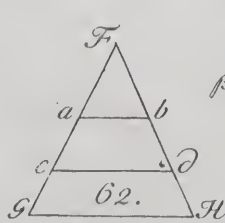
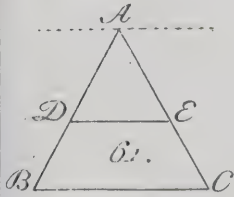
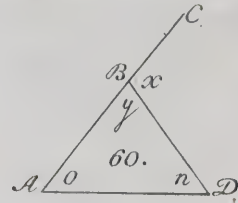
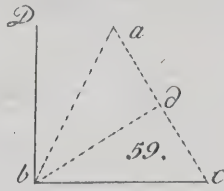
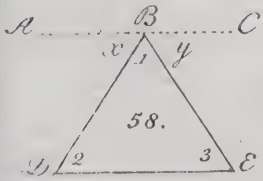


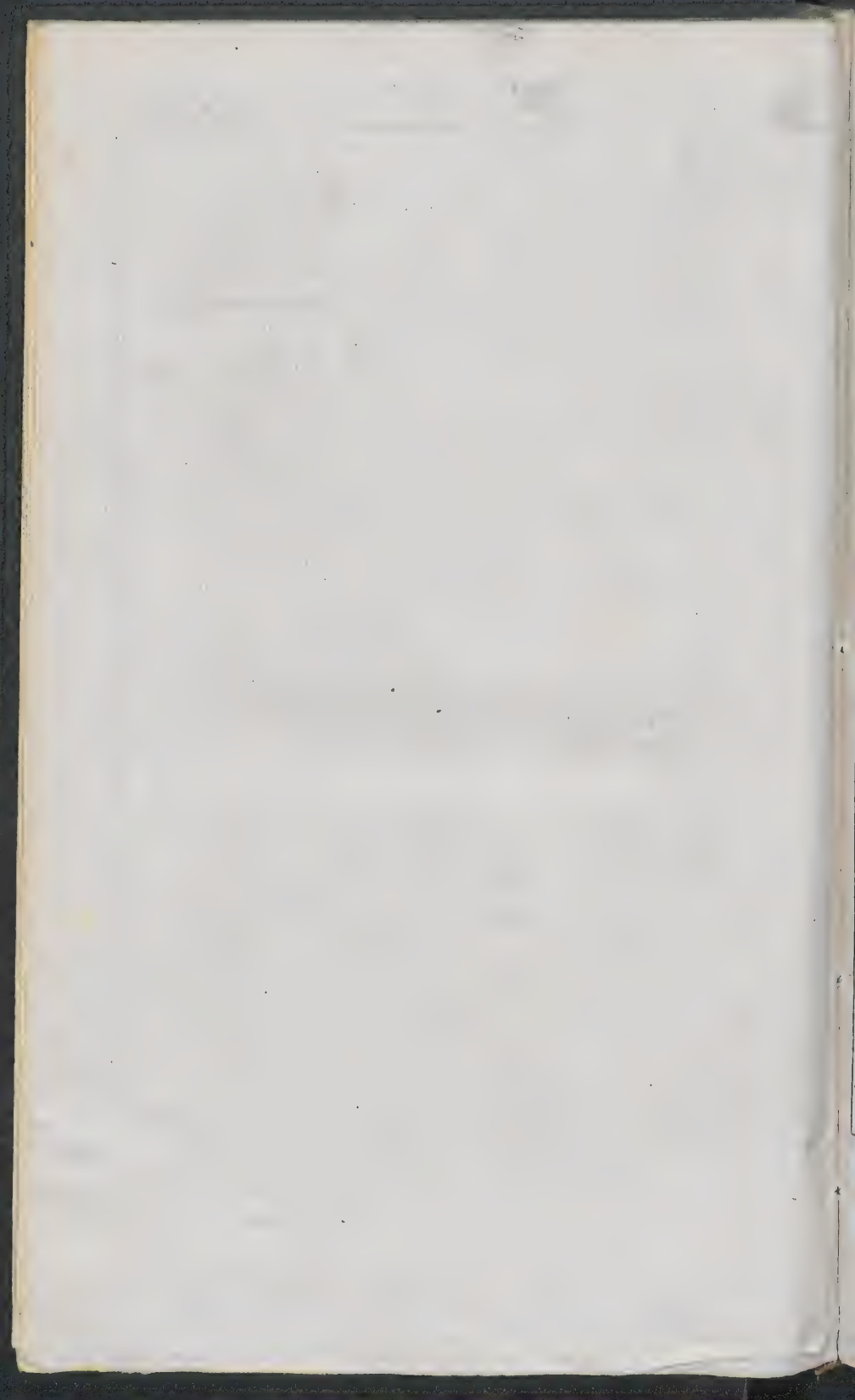
56.

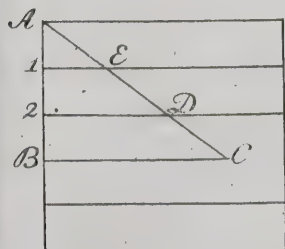


57.

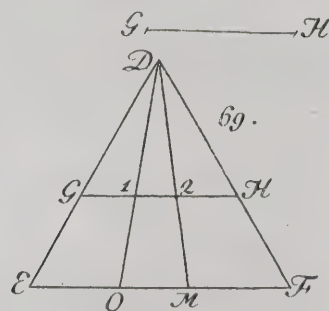




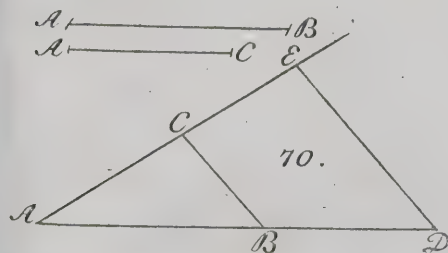




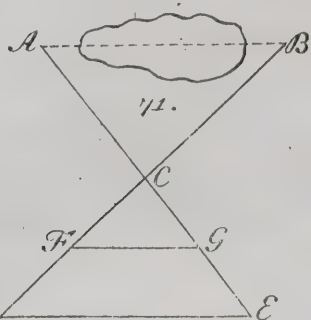
68.



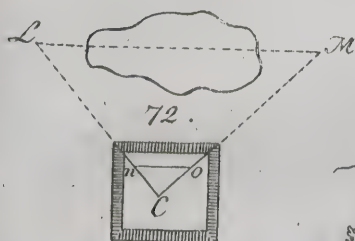
69.



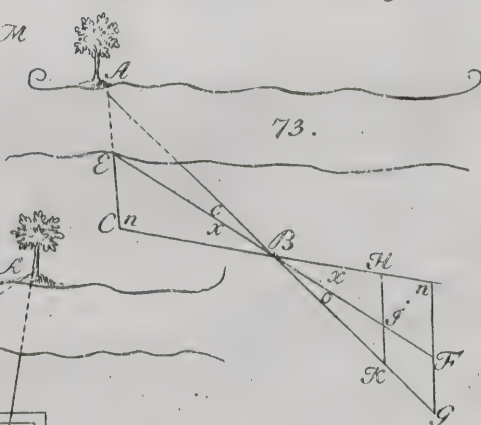
70.



71.



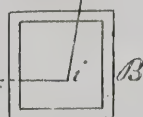
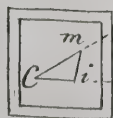
72.

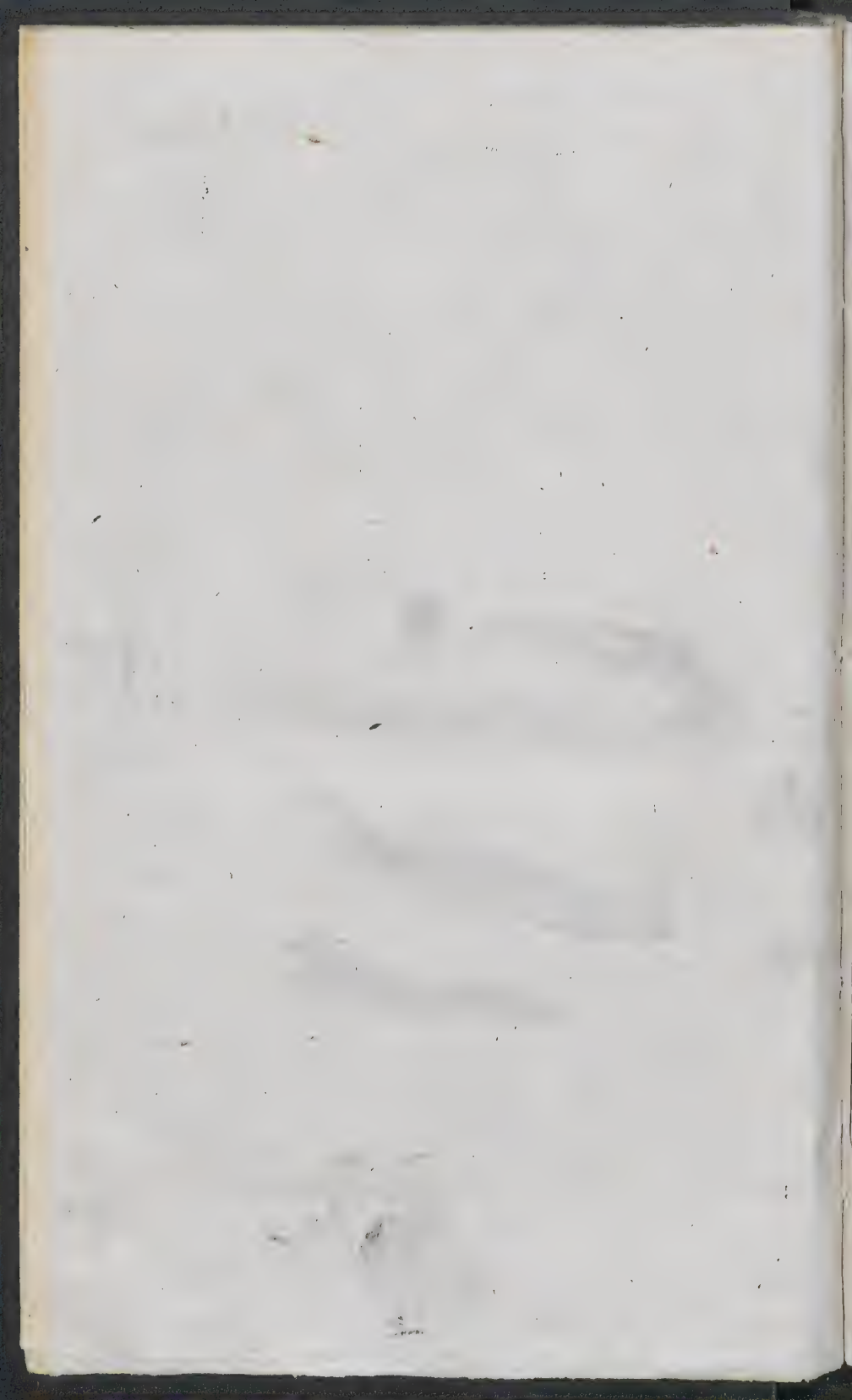


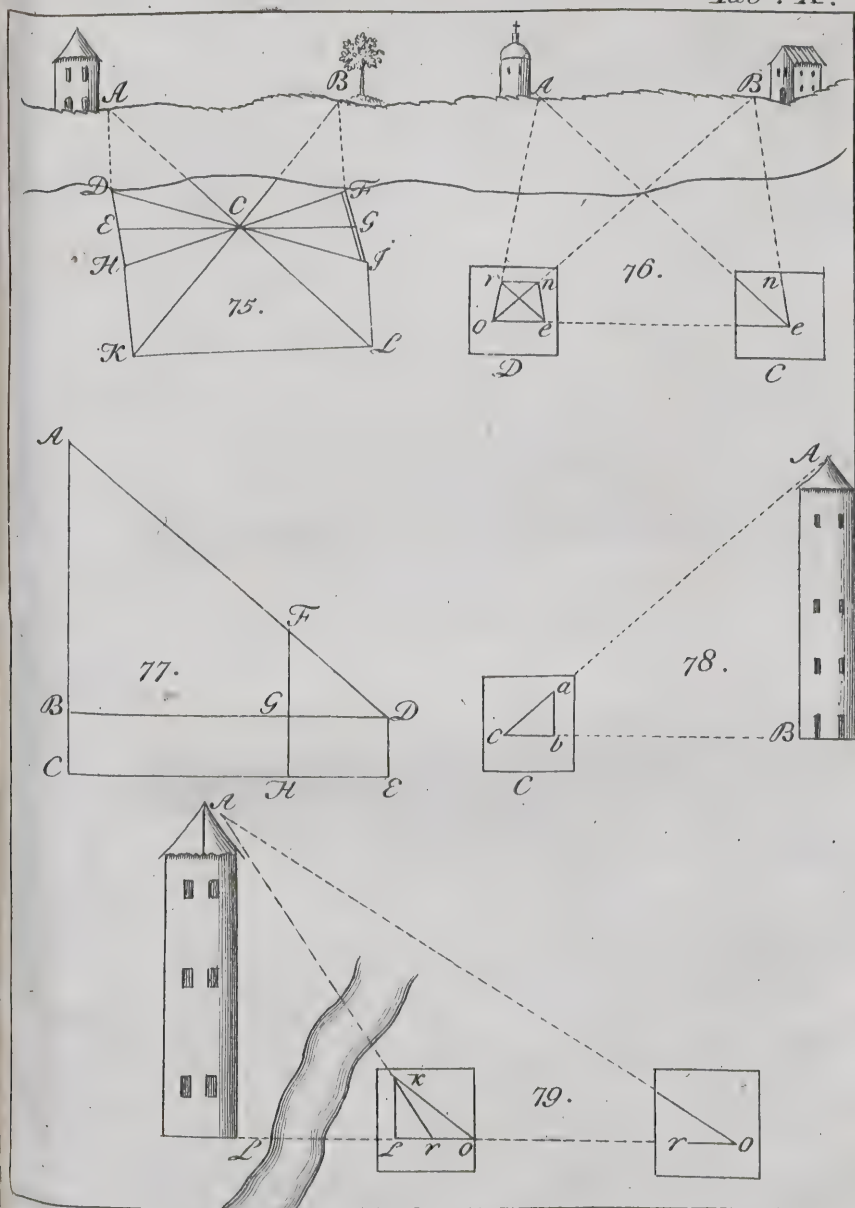
73.

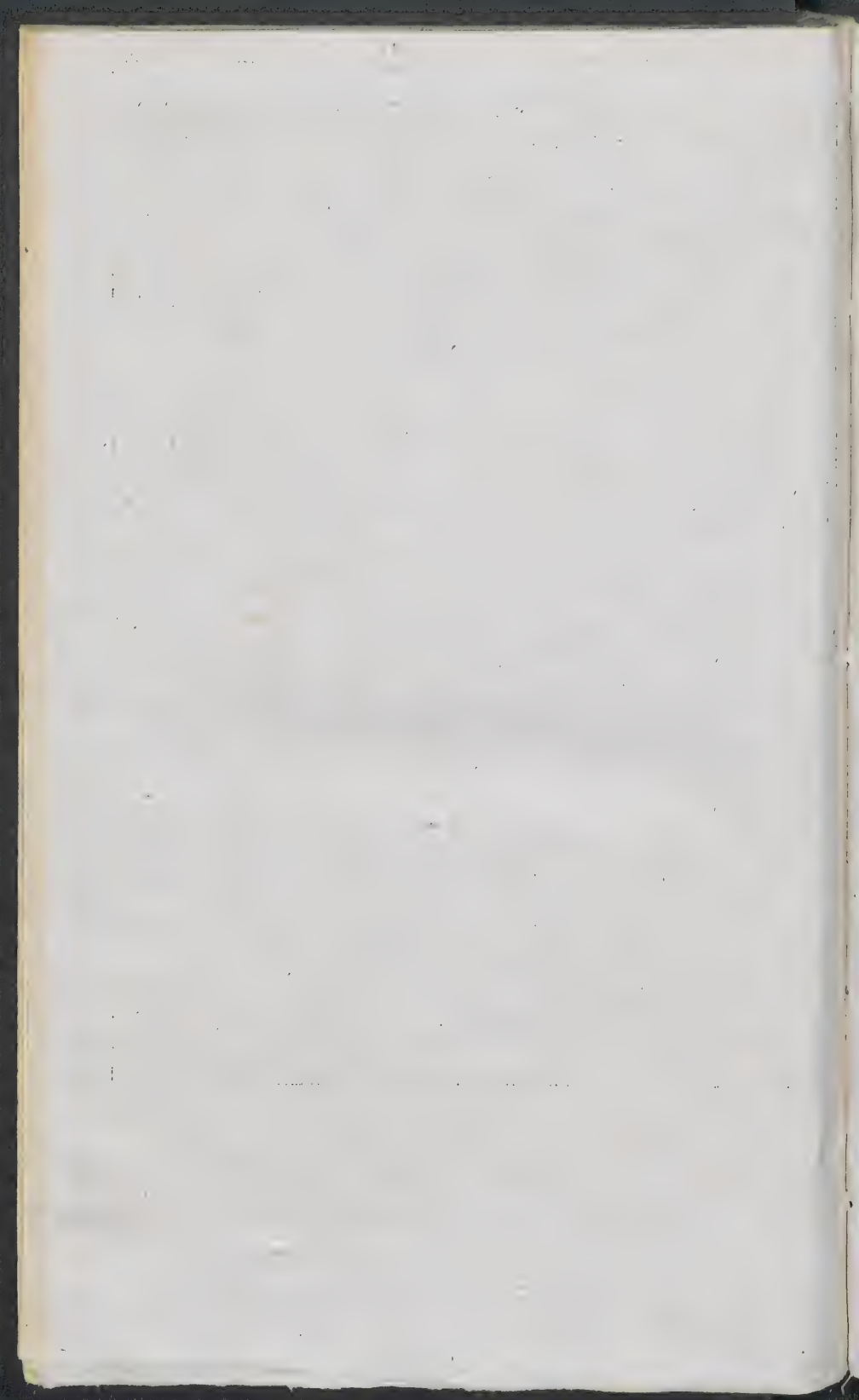


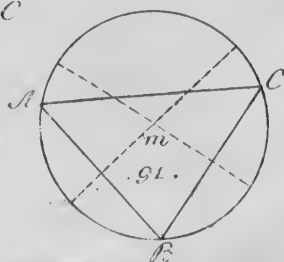
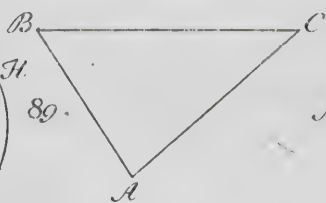
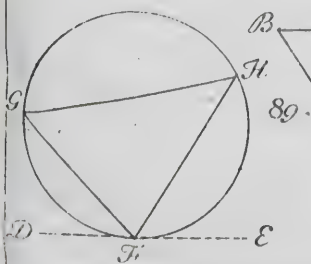
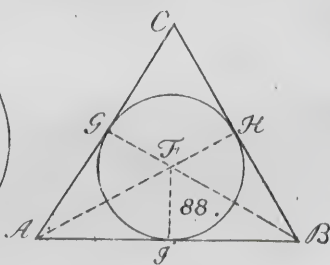
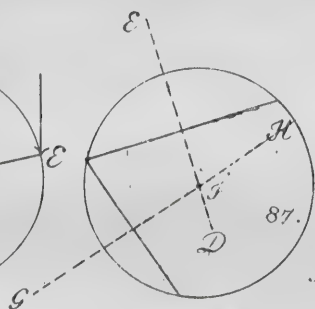
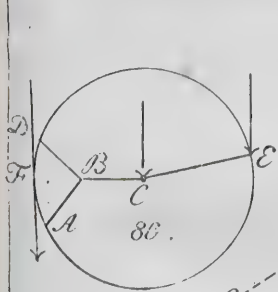
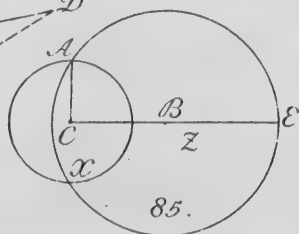
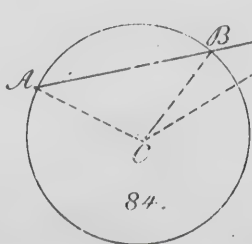
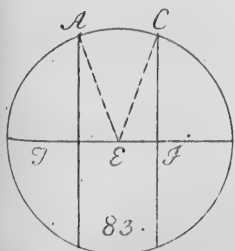
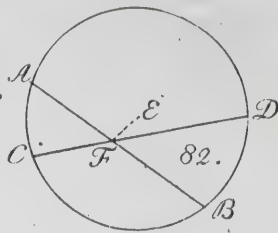
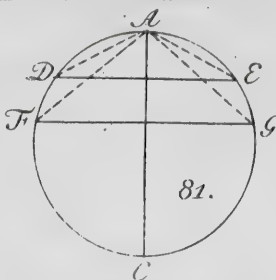
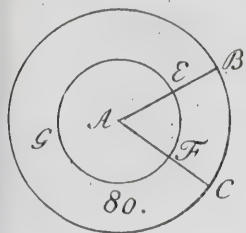
74.

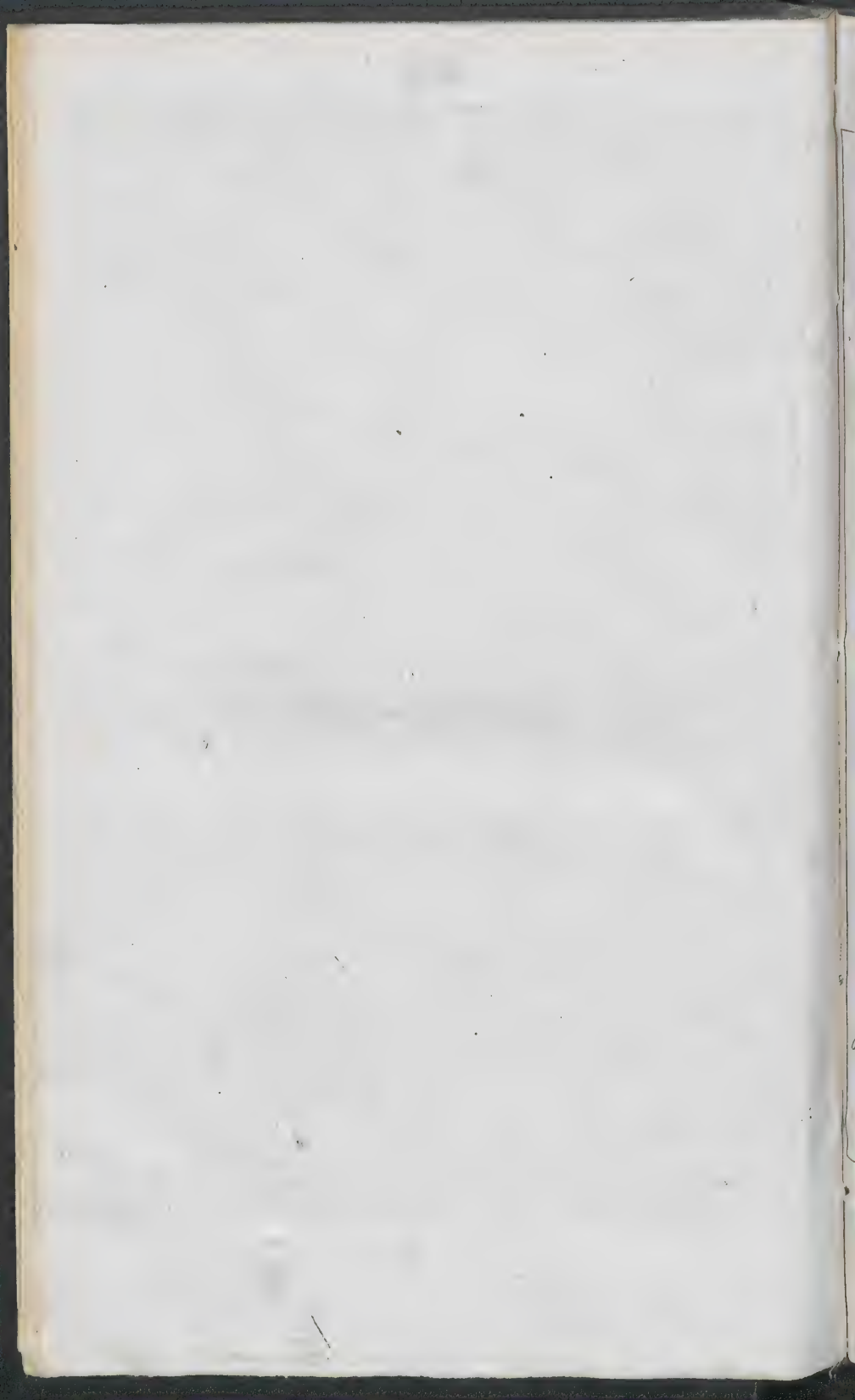


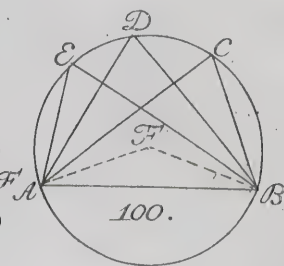
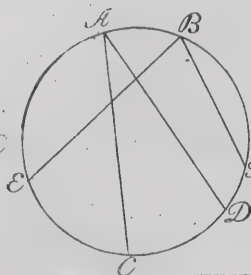
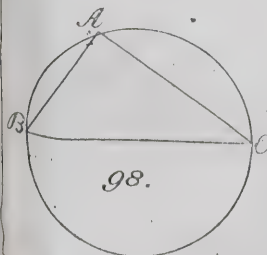
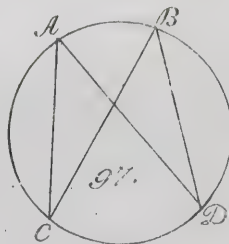
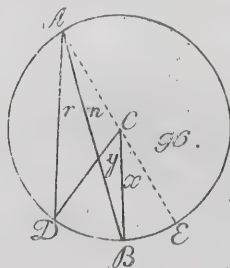
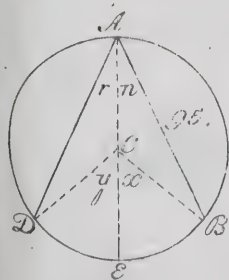
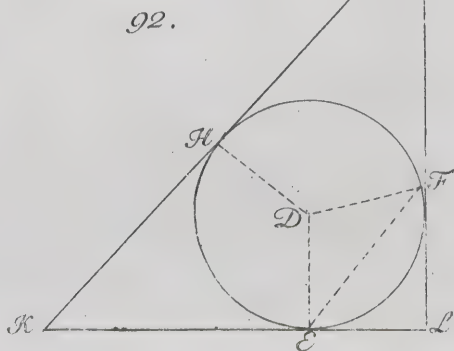
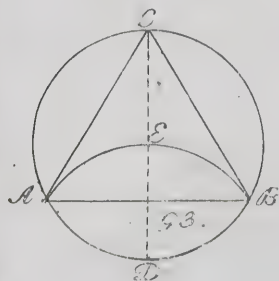
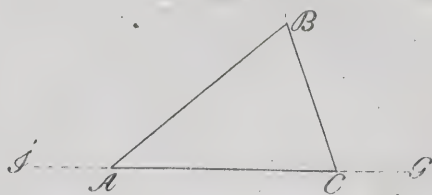
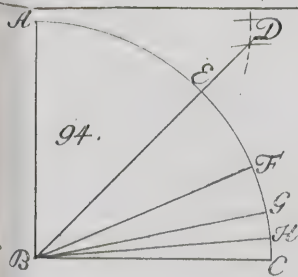


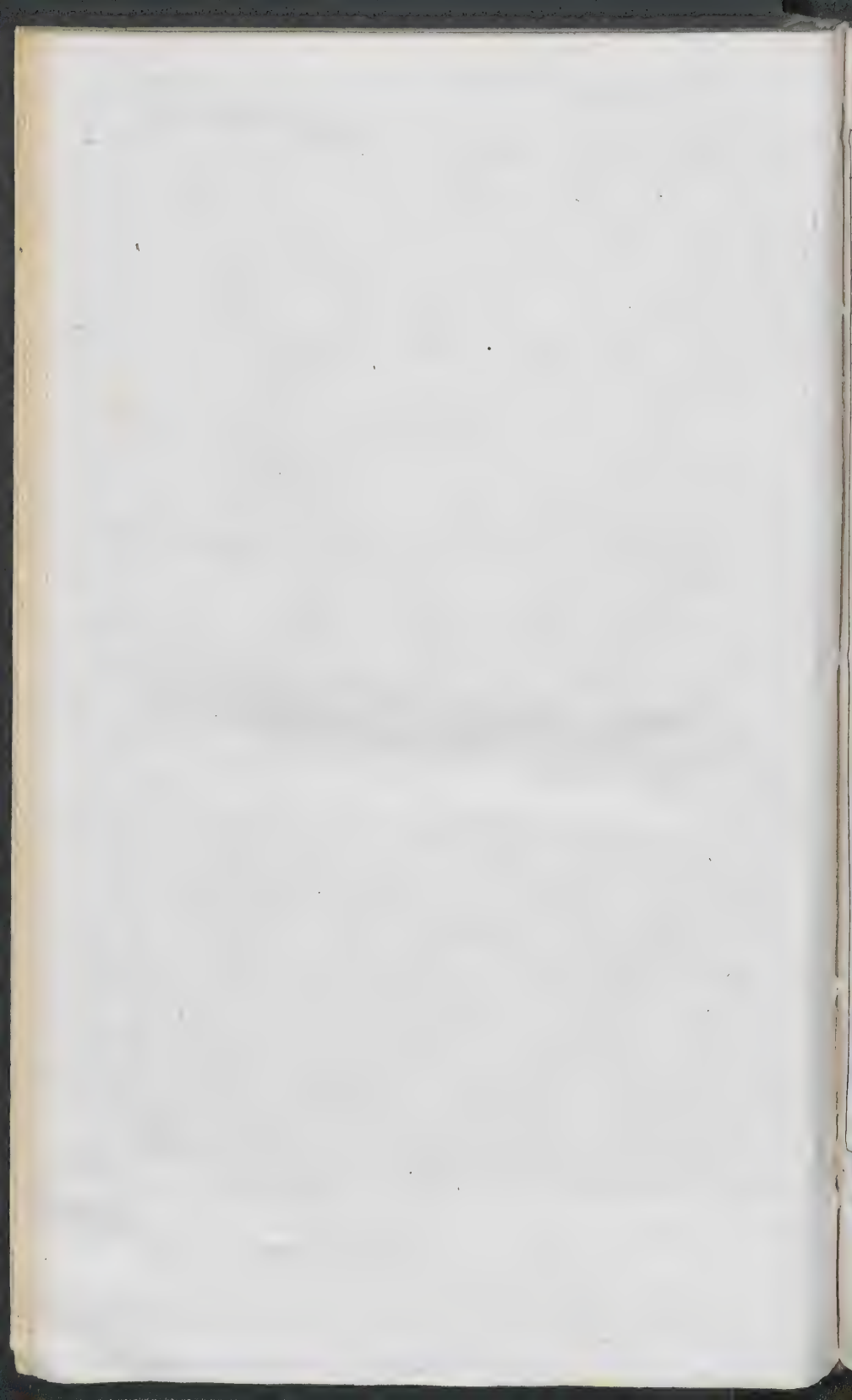




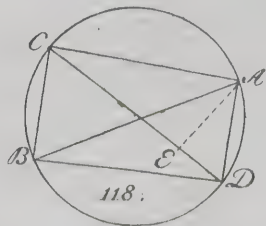
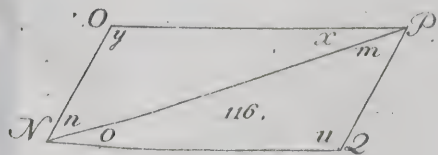
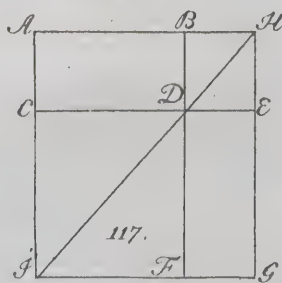
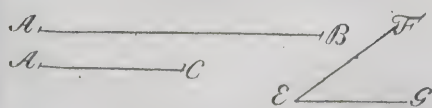
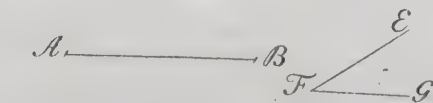
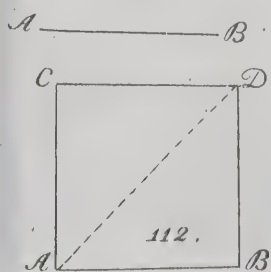
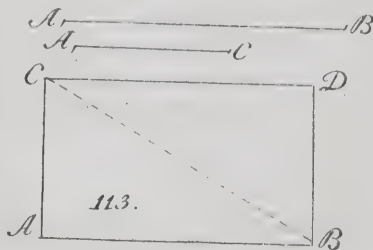
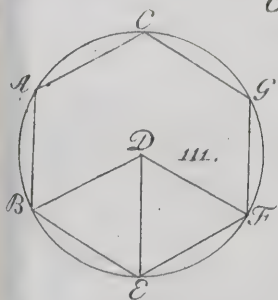


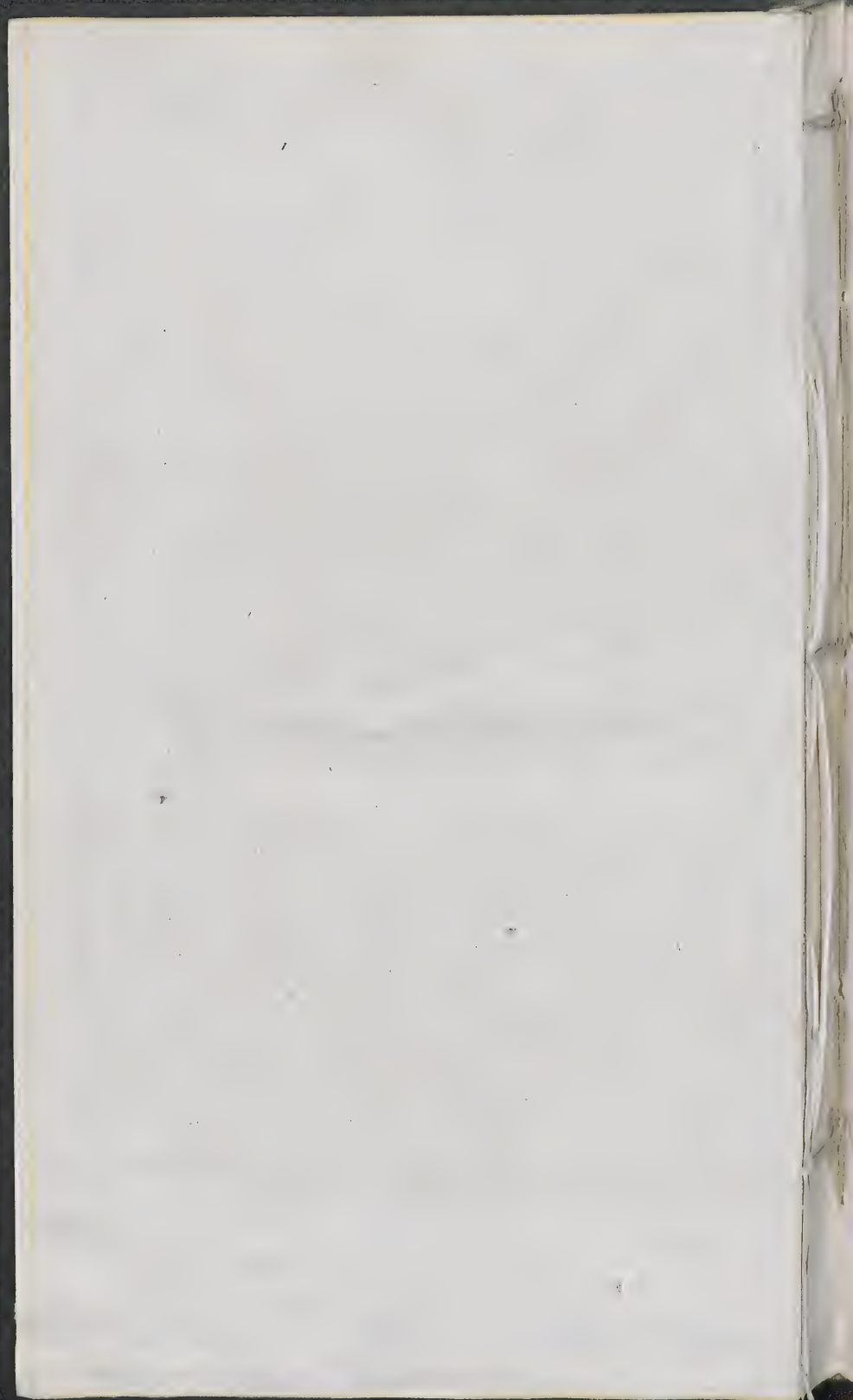


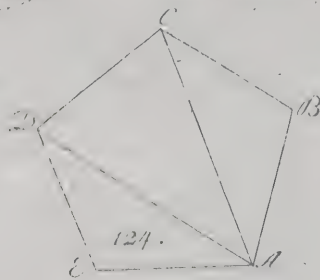
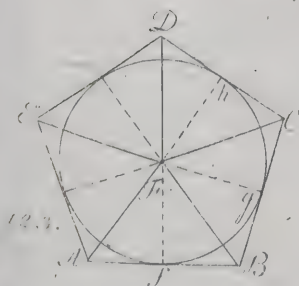
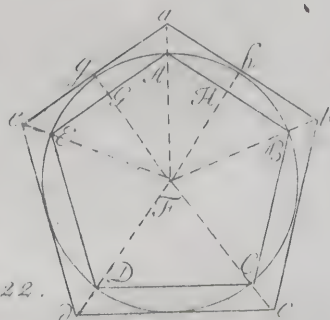
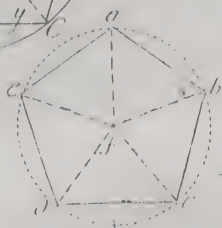
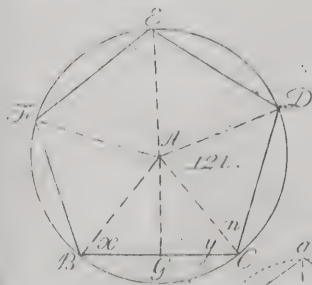
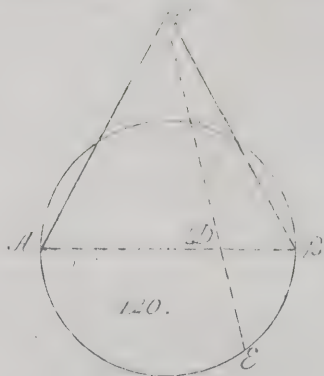
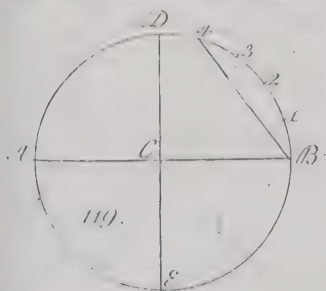


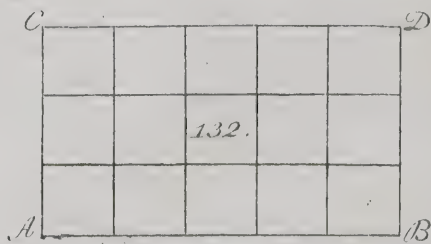
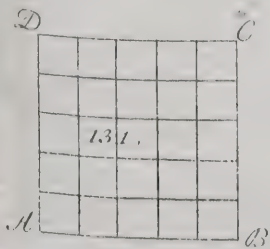
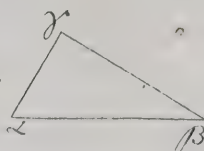
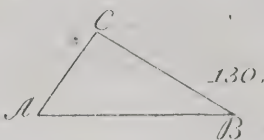
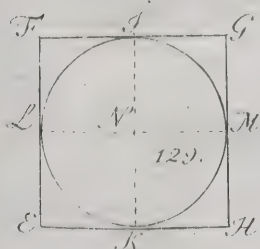
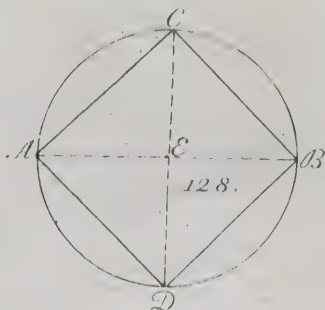
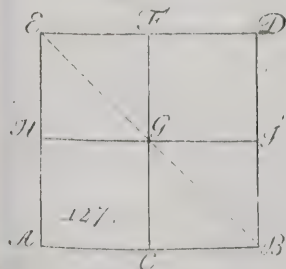
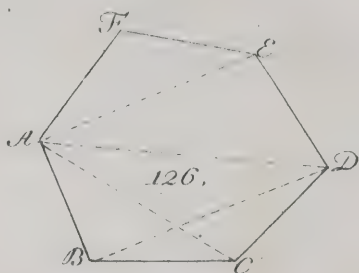
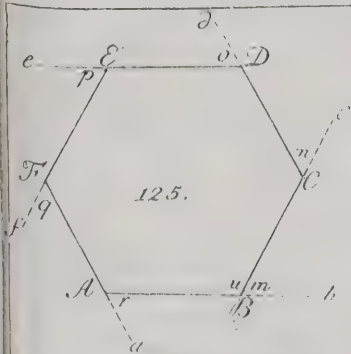


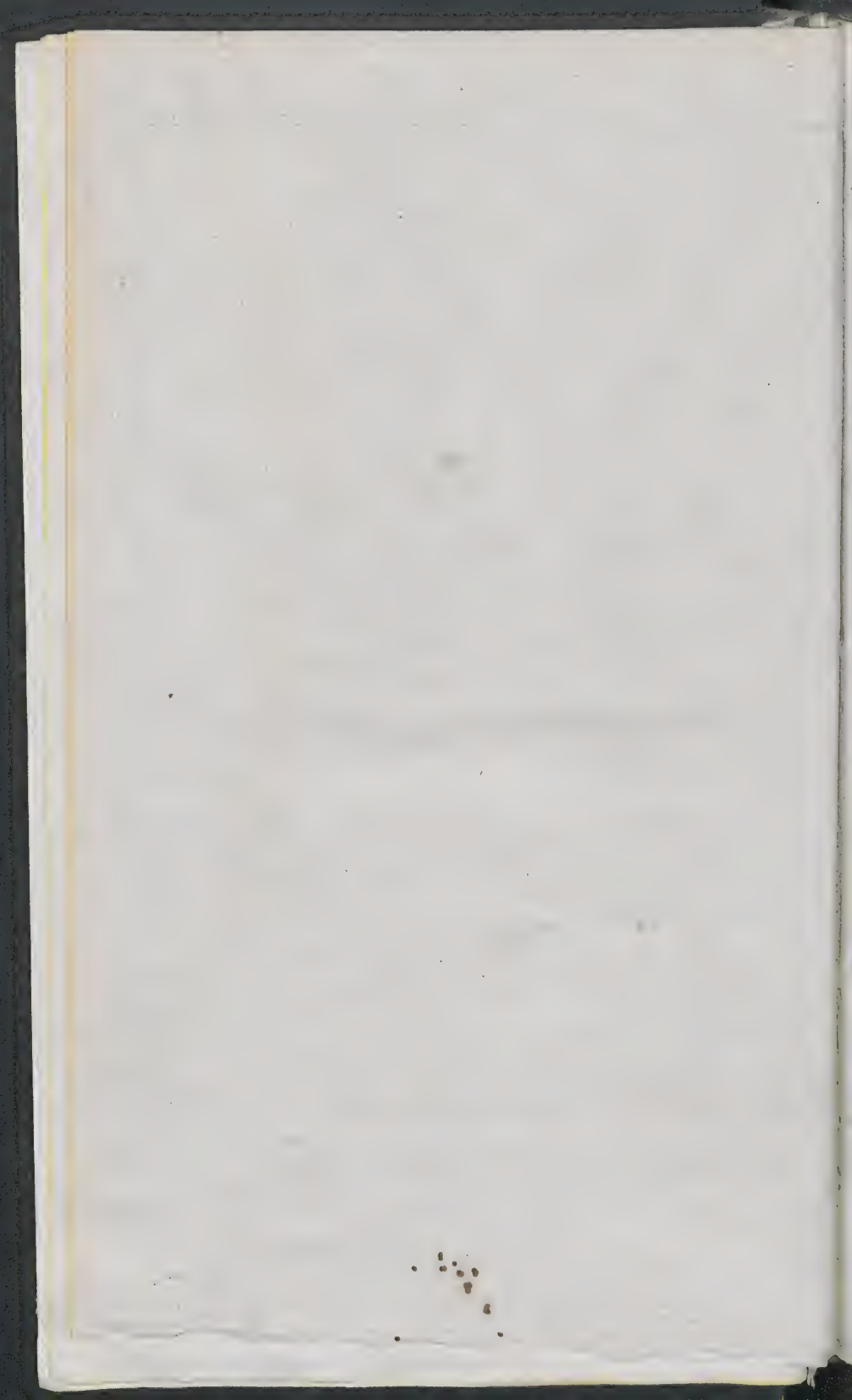
Второй Части

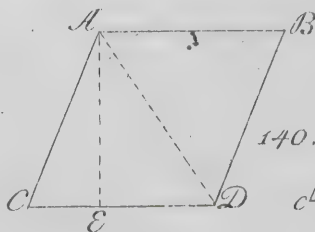
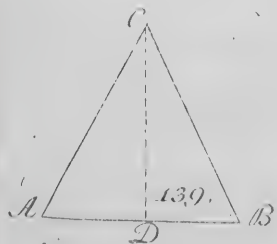
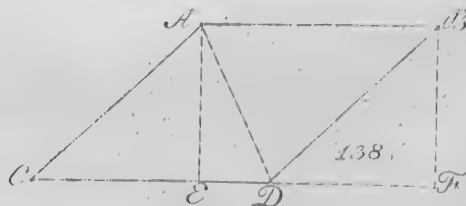
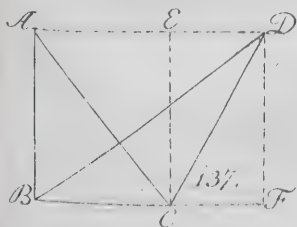
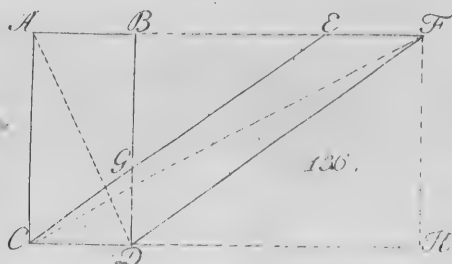
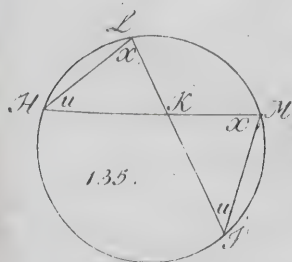
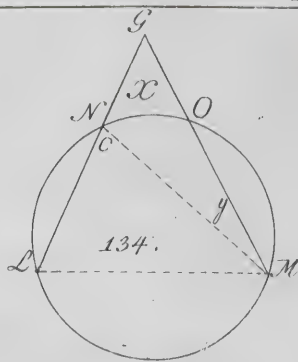
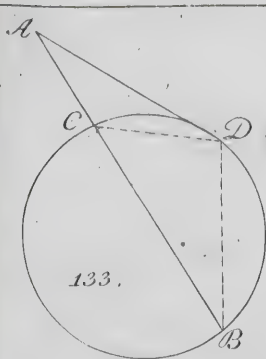


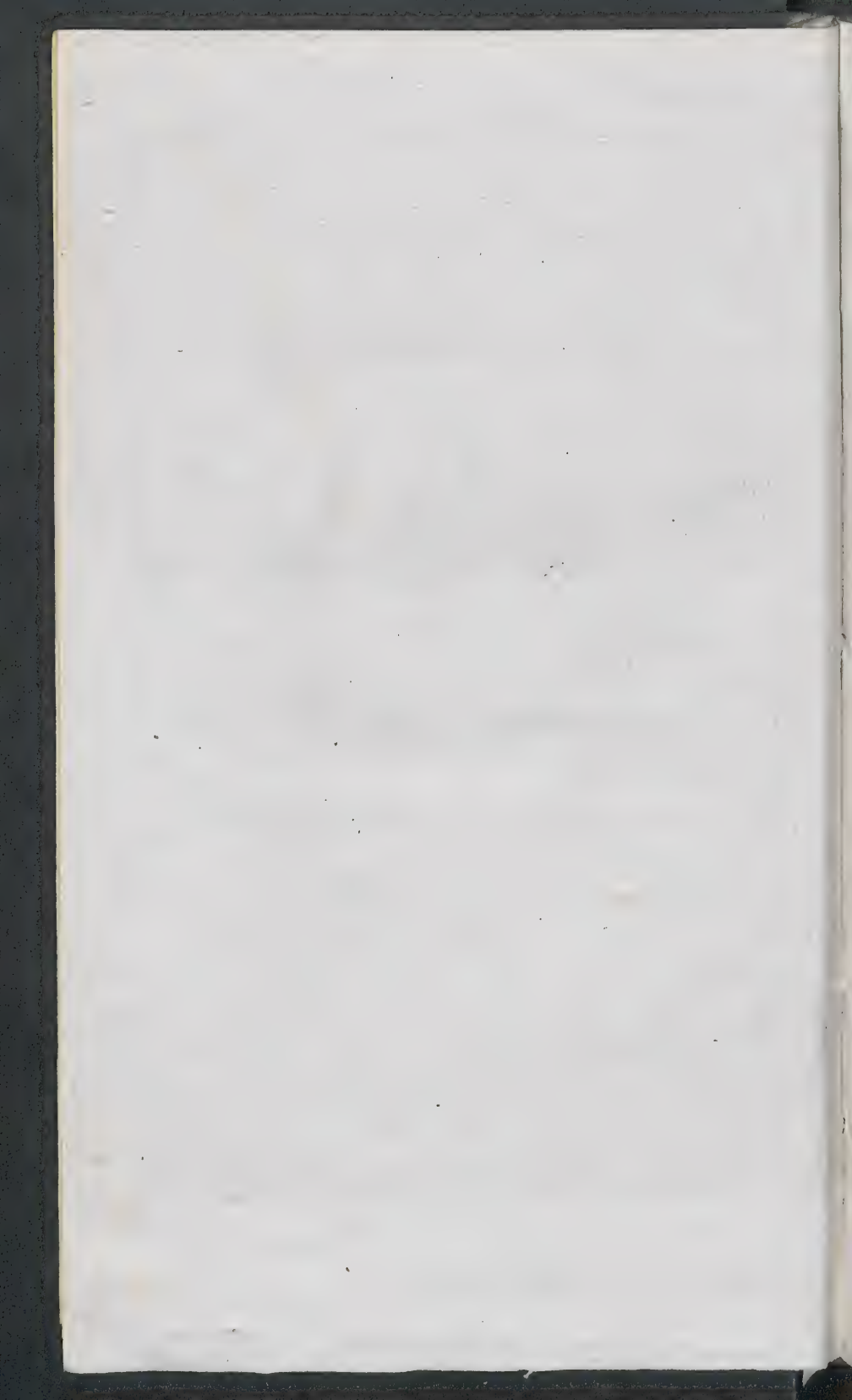


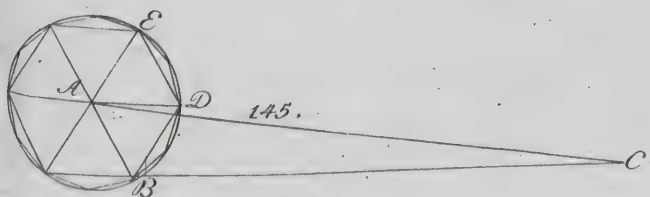
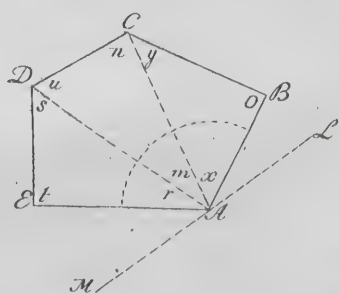
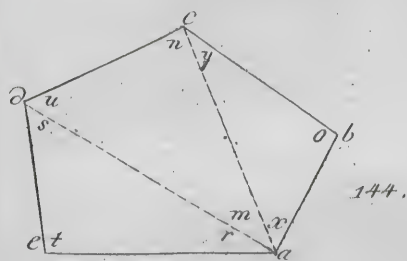
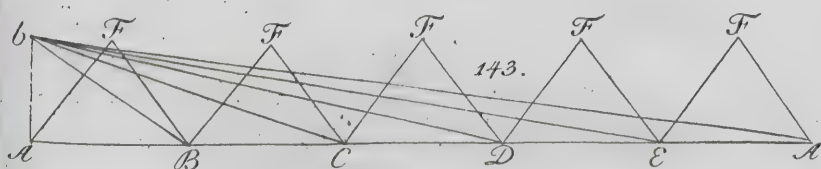
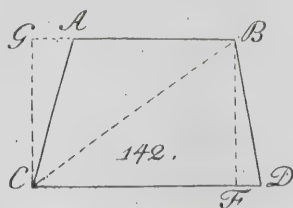
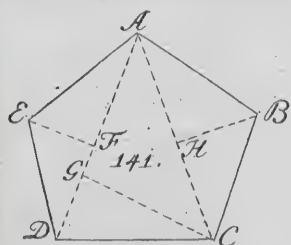


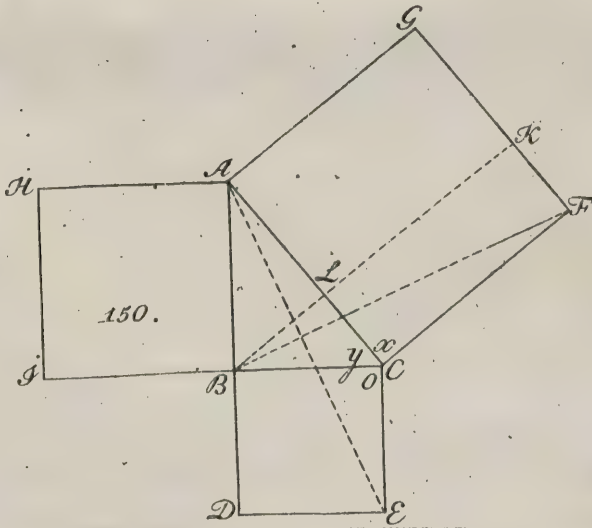
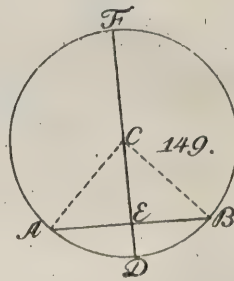
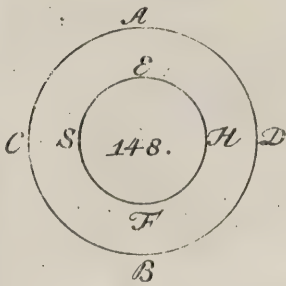
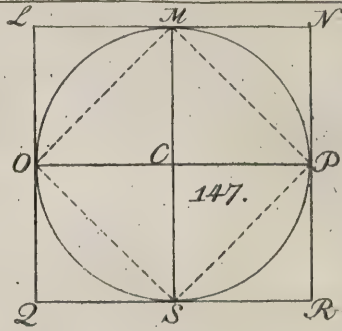
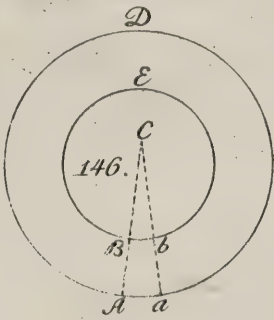


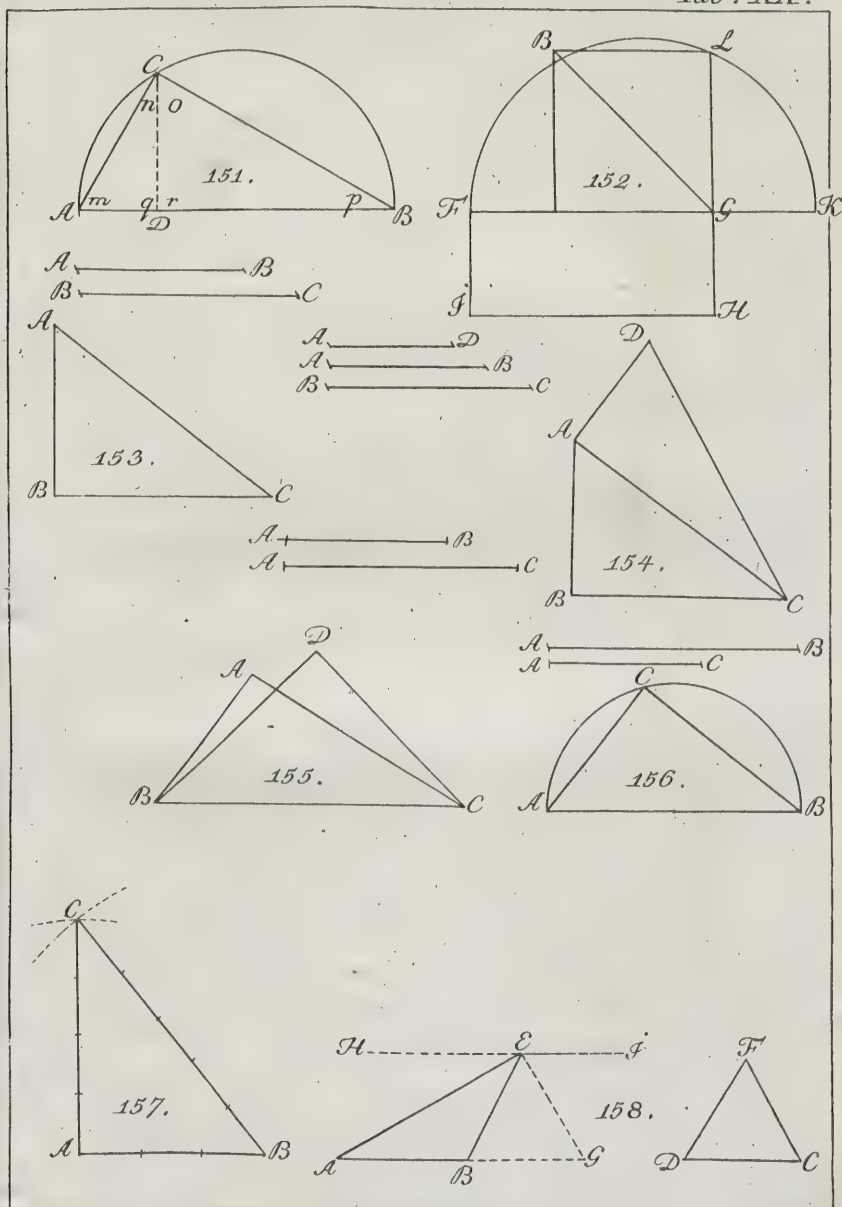


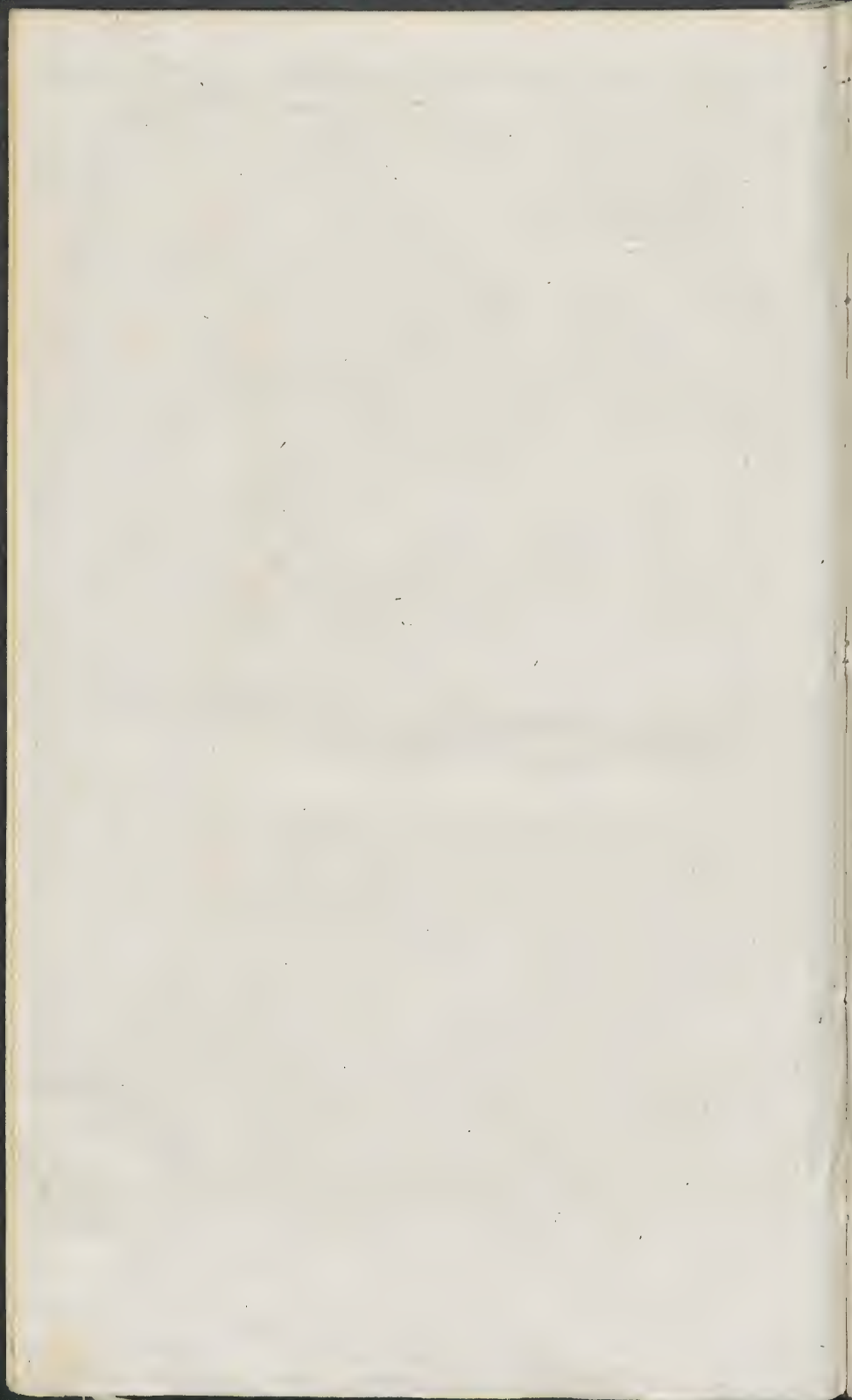


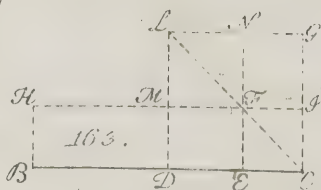
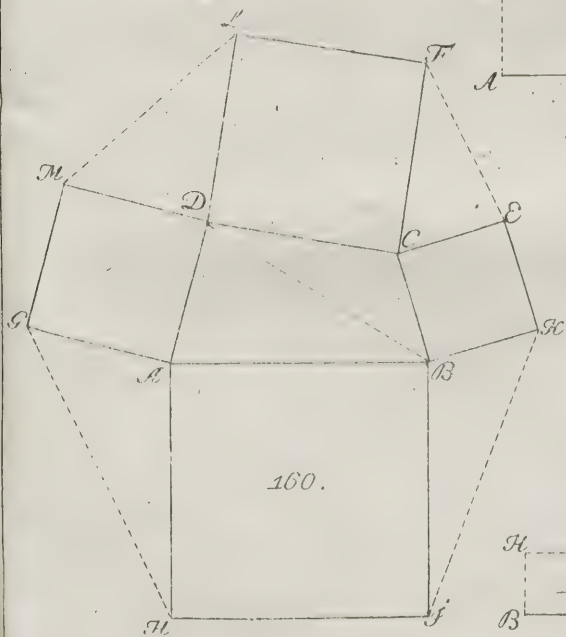
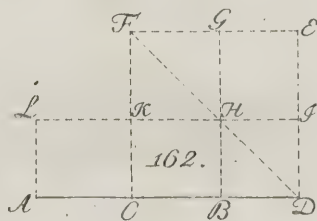
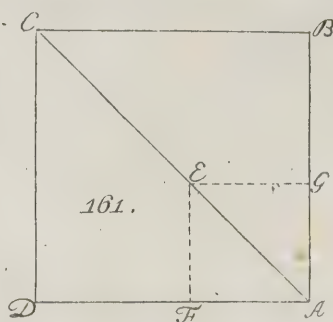
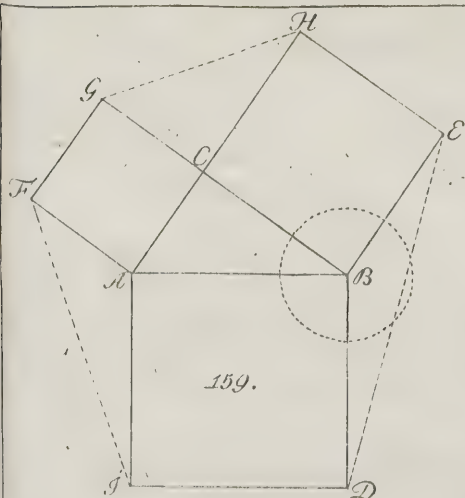


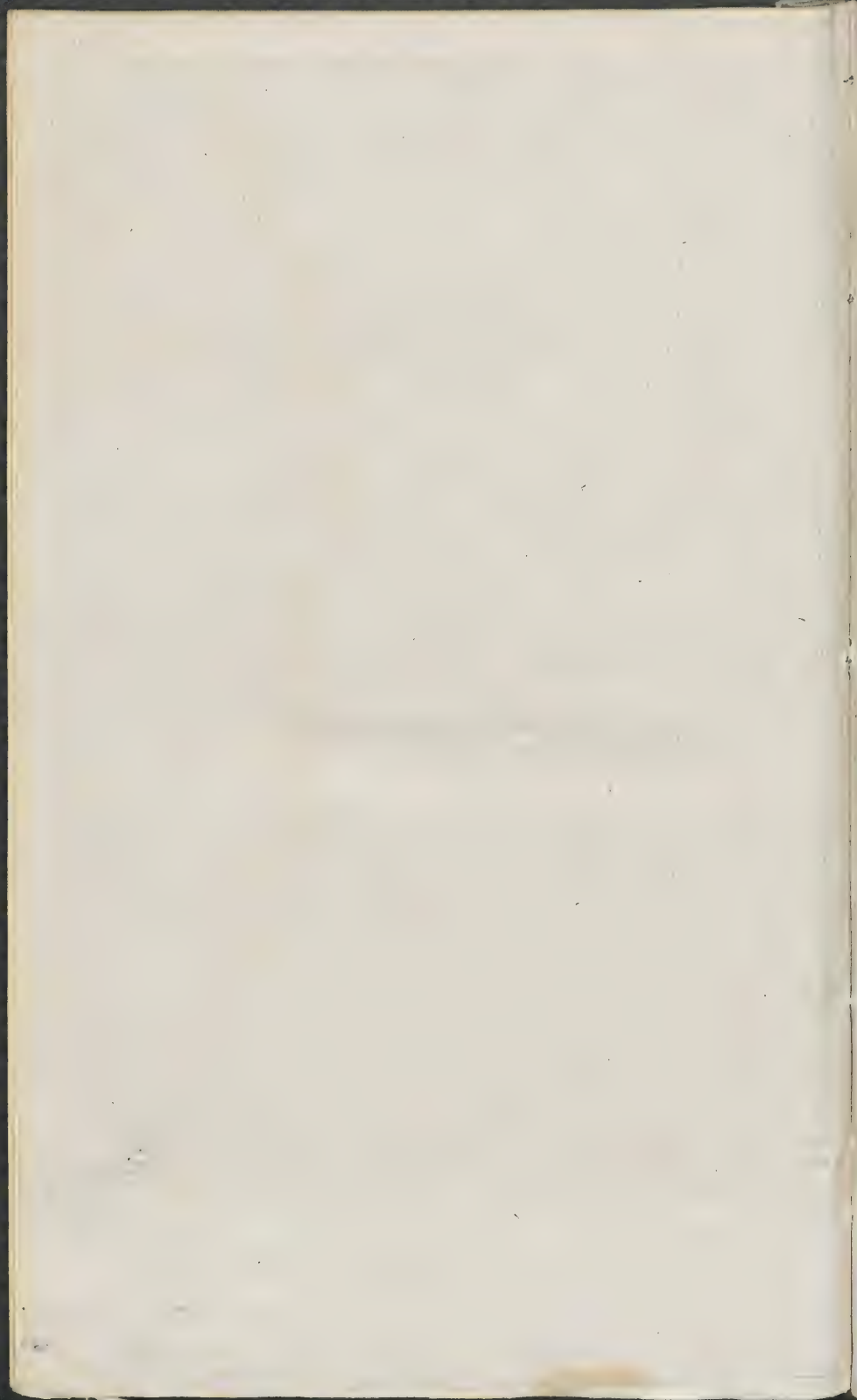


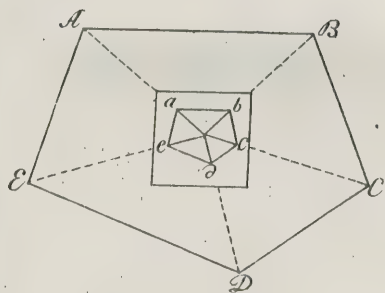
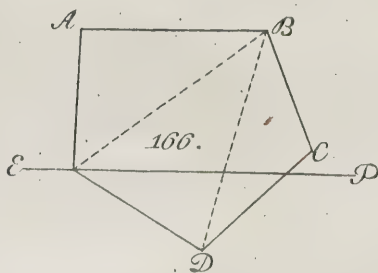
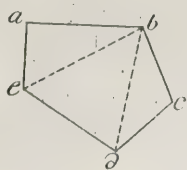
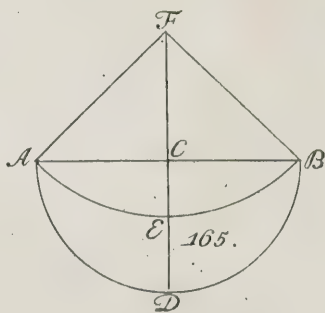
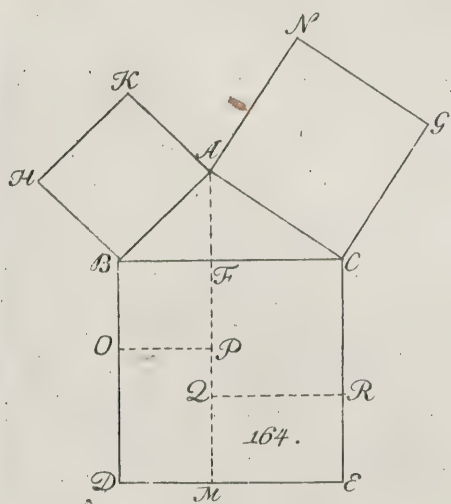




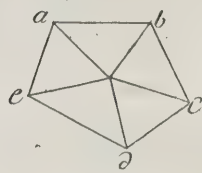


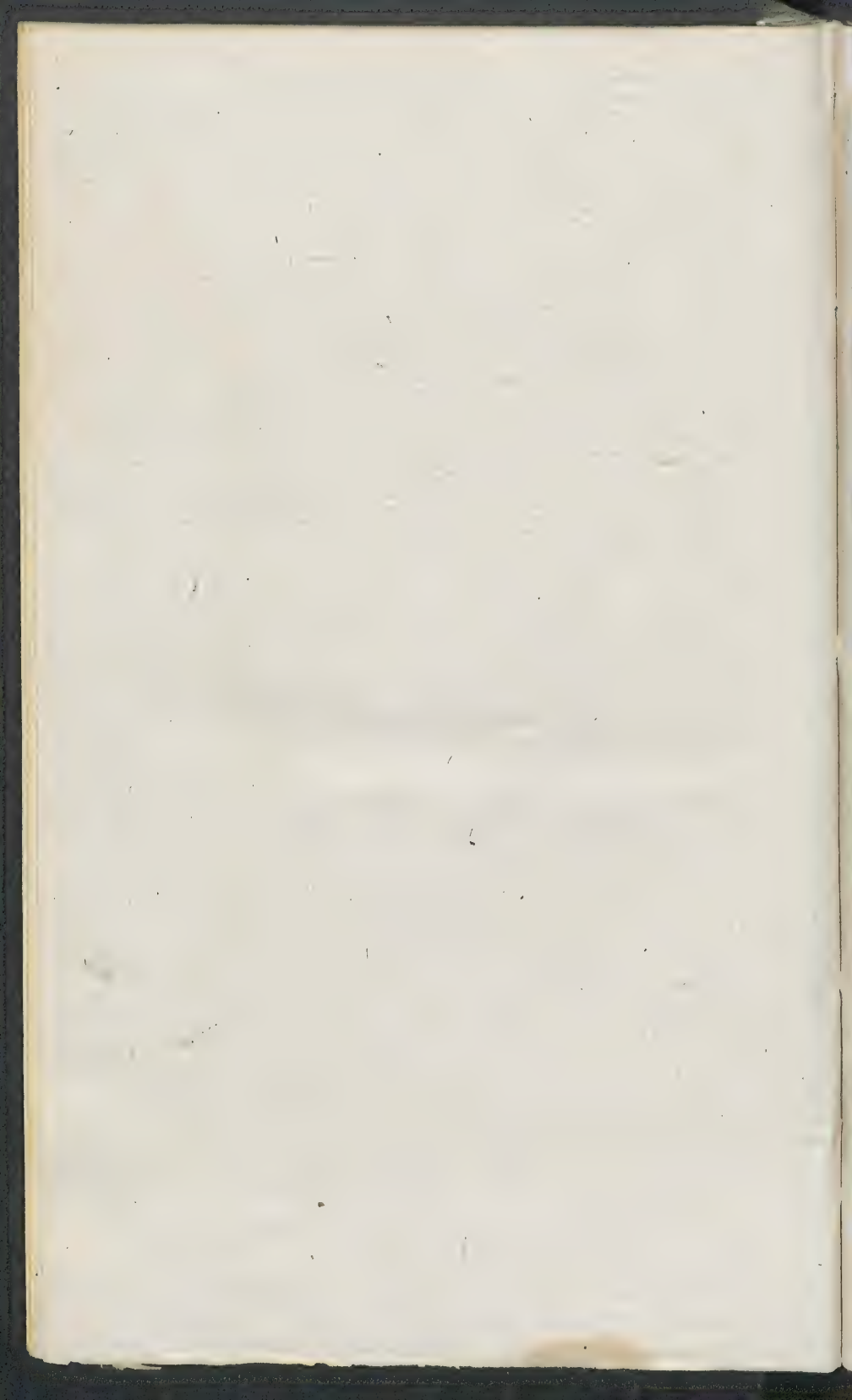


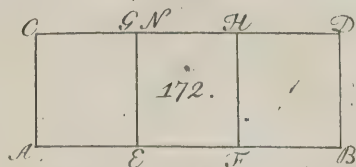
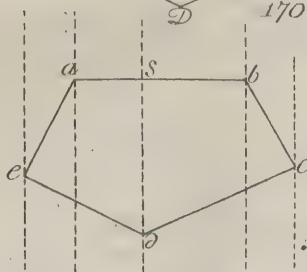
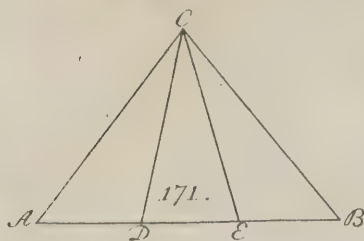
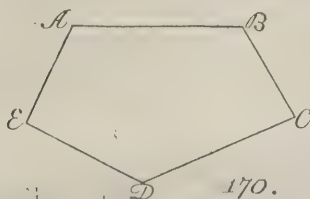
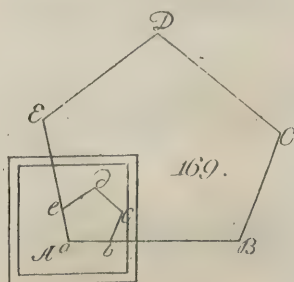
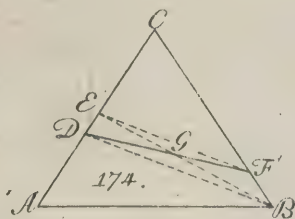
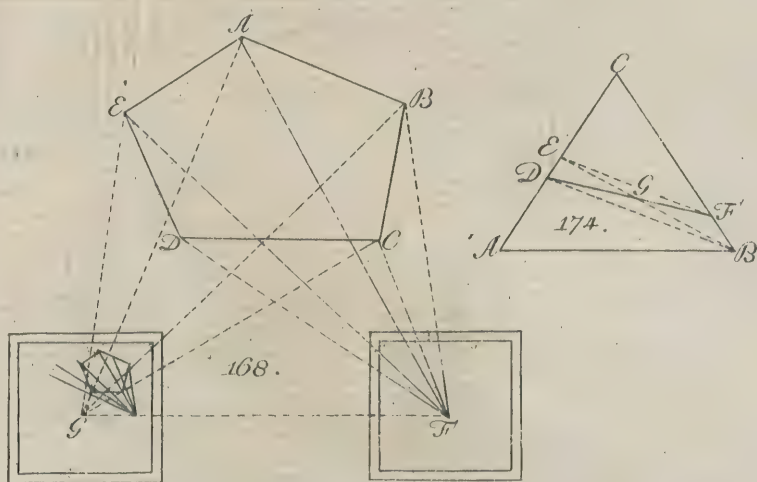


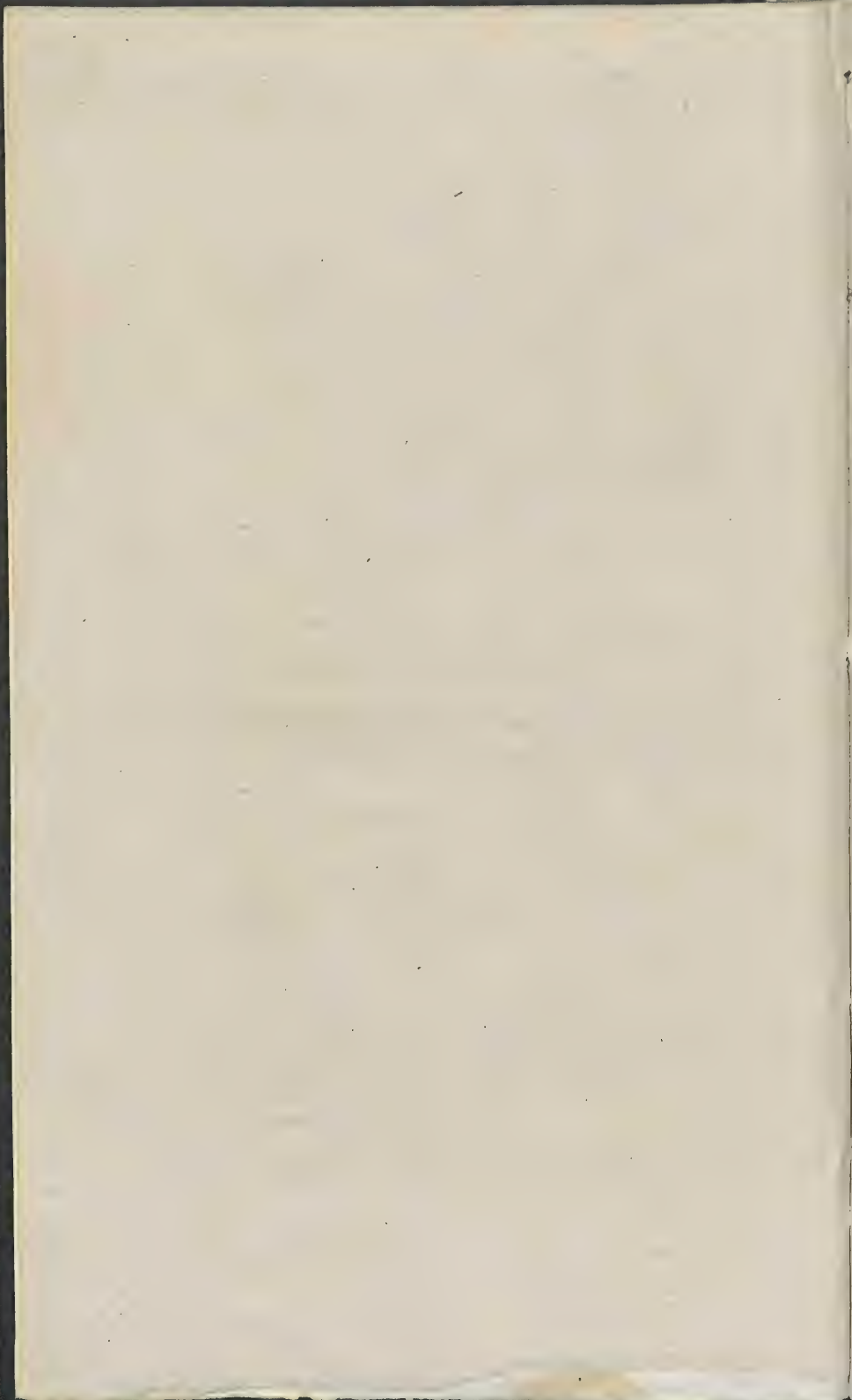


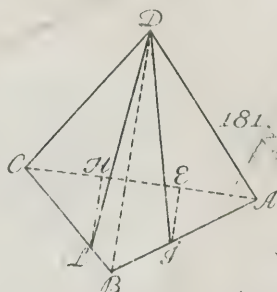
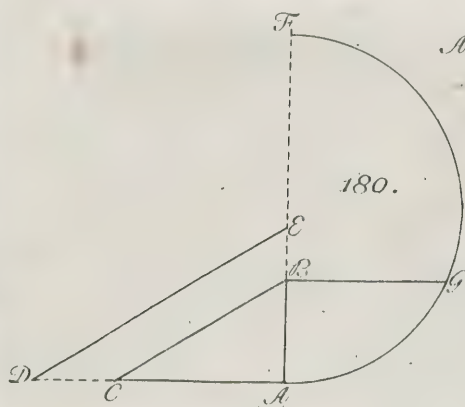
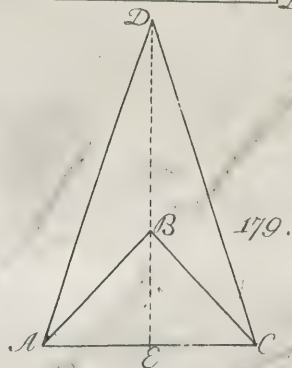
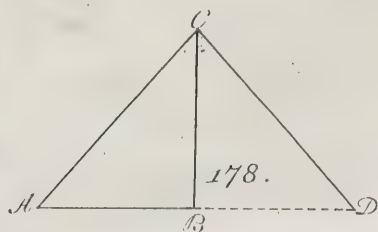
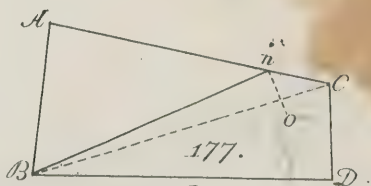
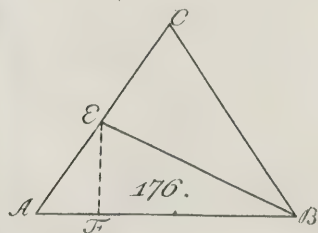
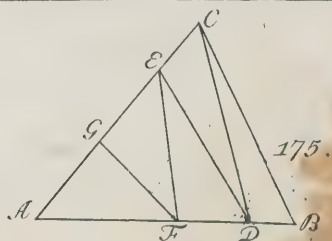
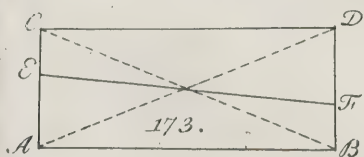
167.



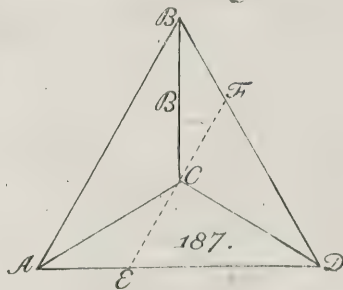
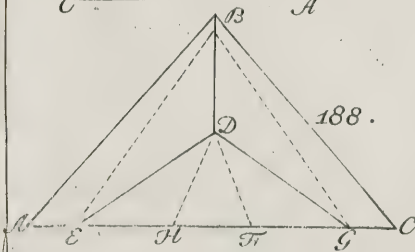
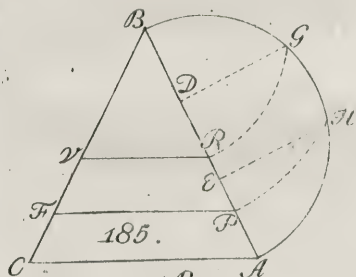
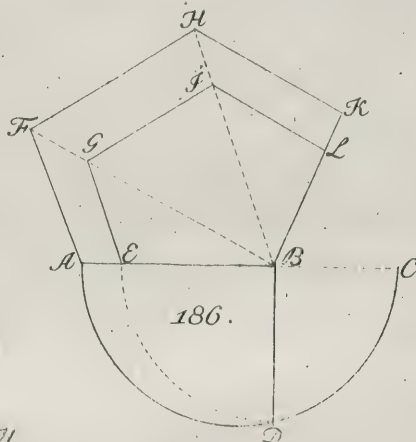
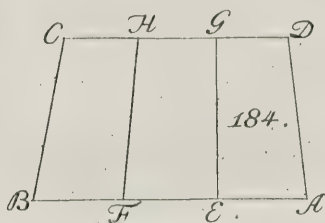
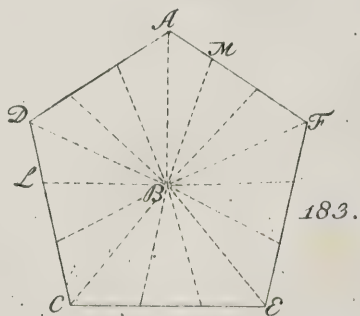
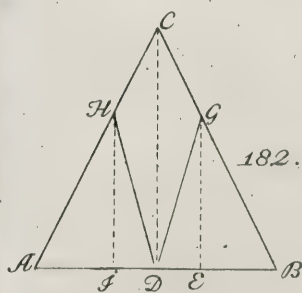


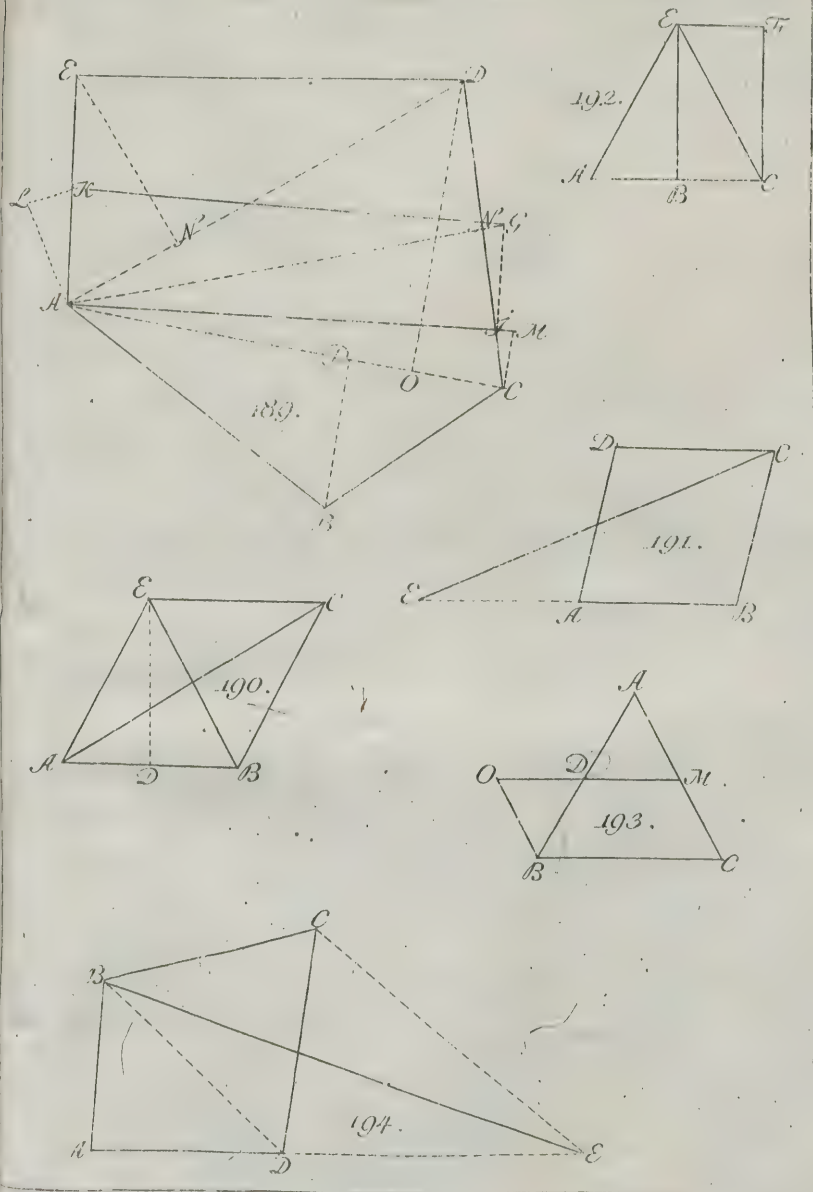


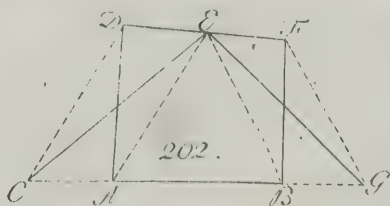
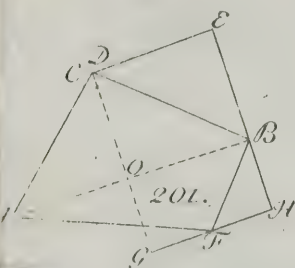
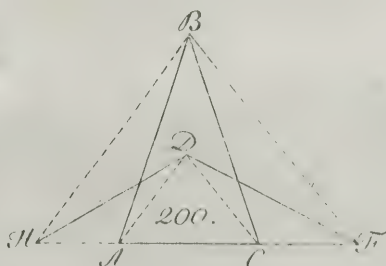
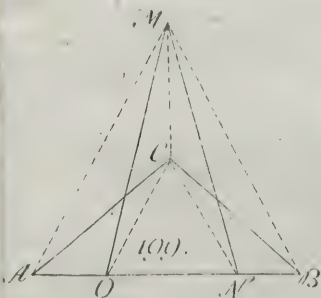
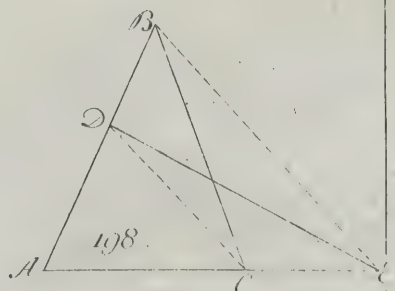
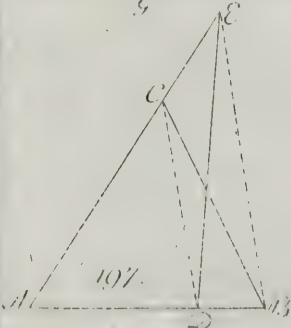
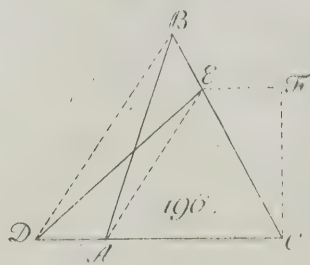
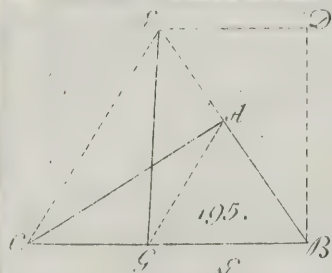


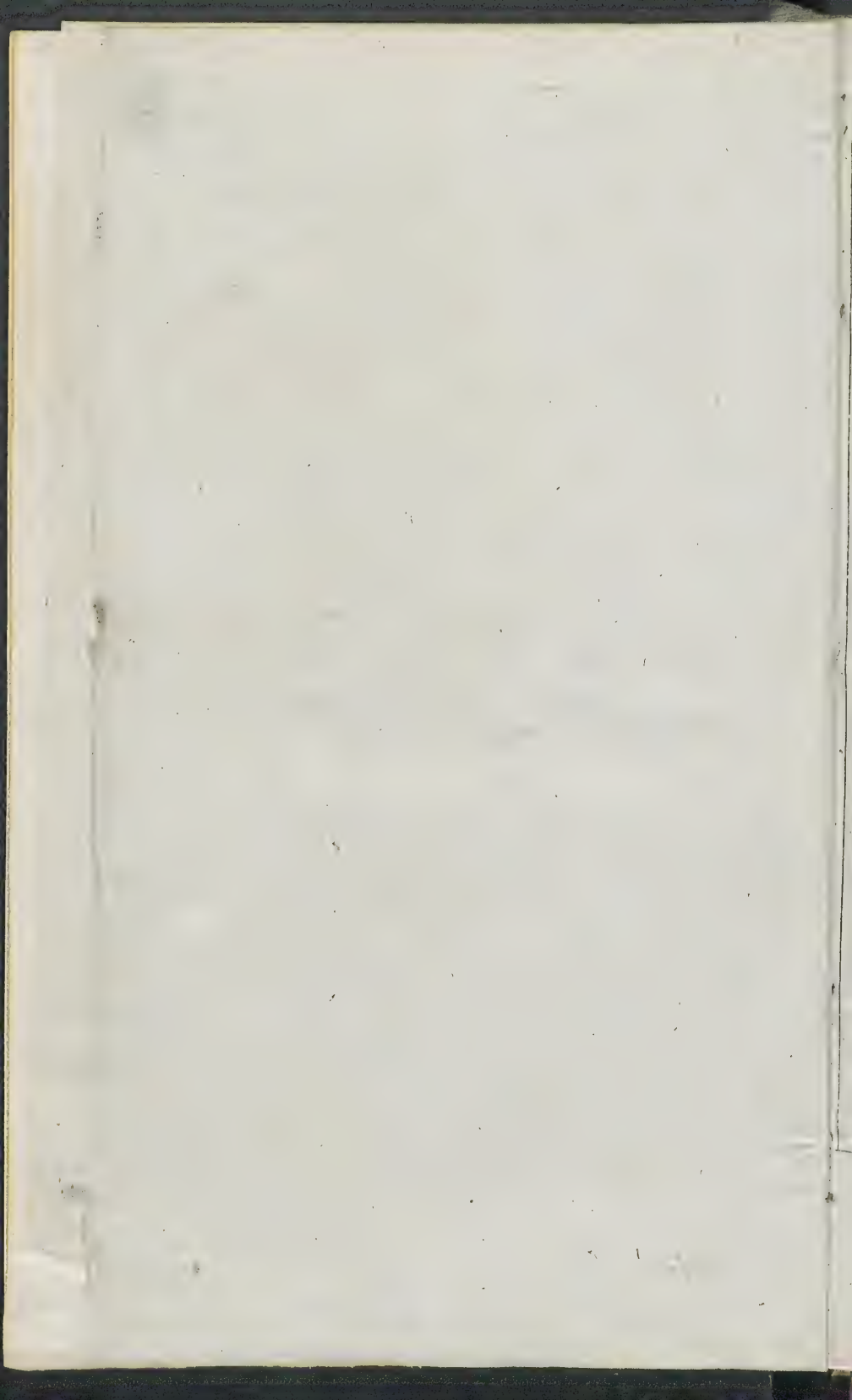


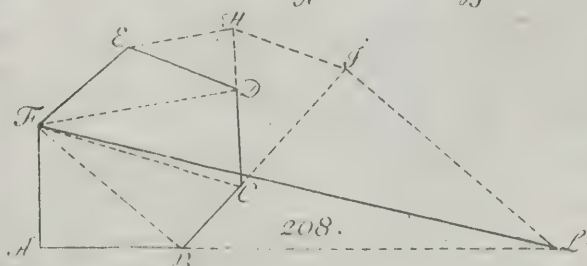
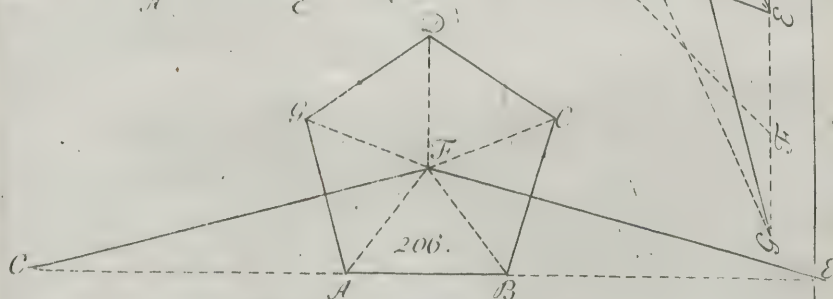
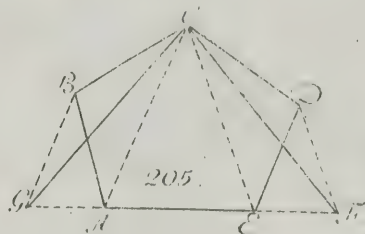
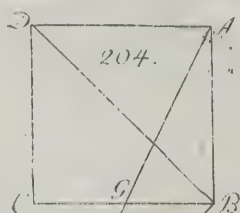
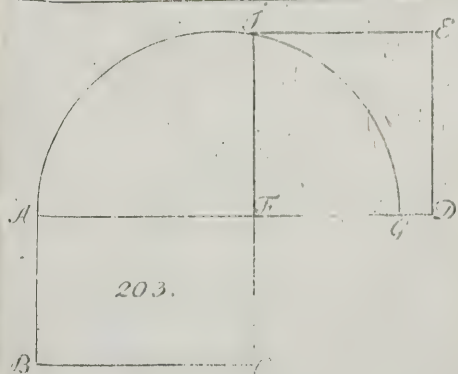


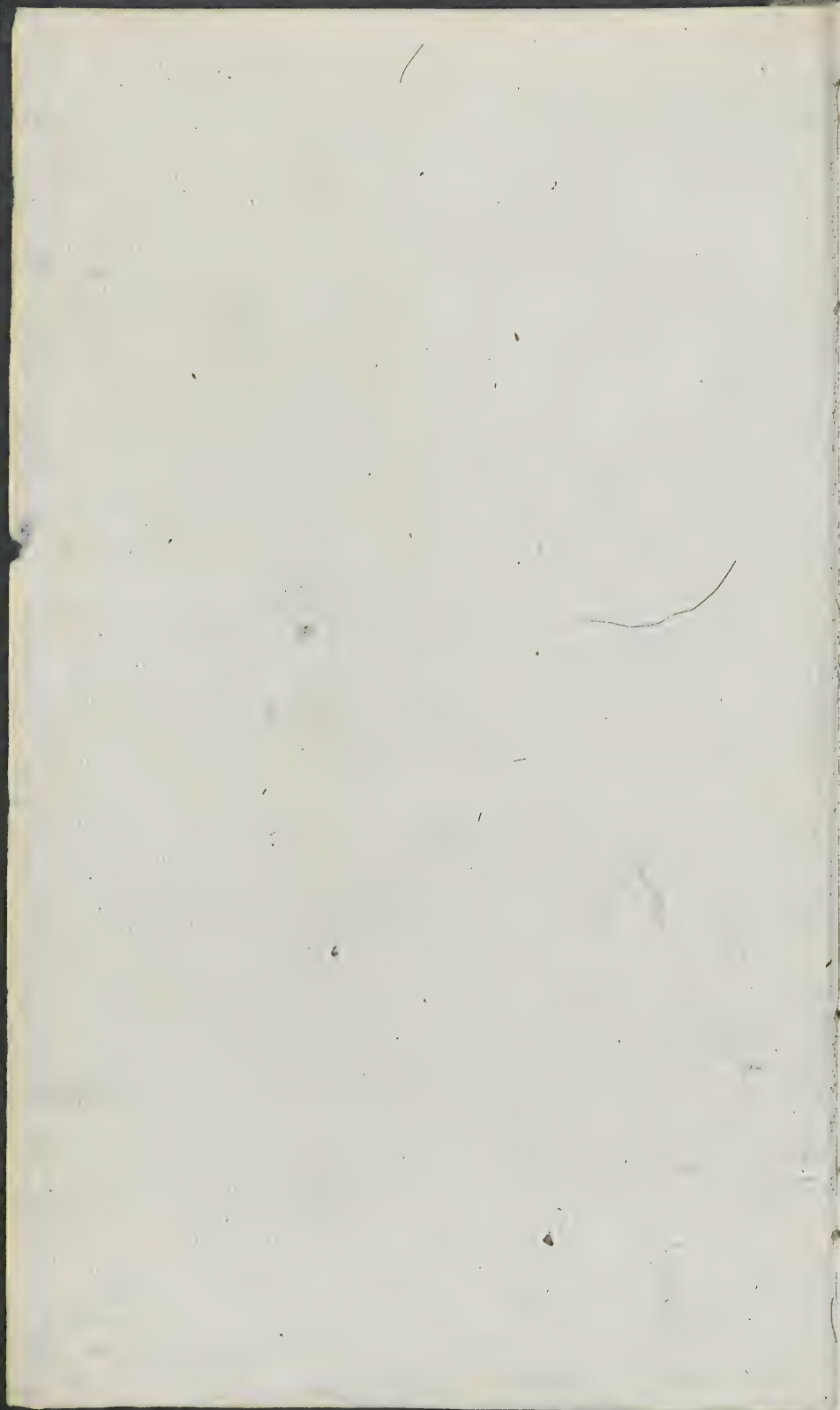


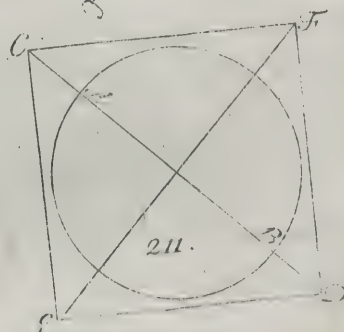
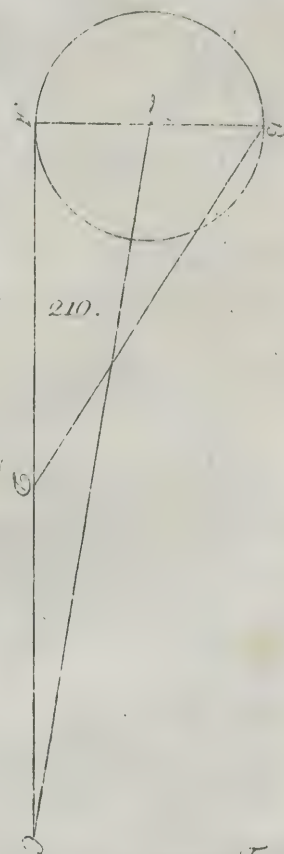
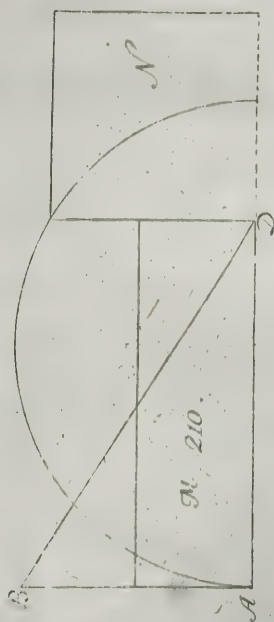
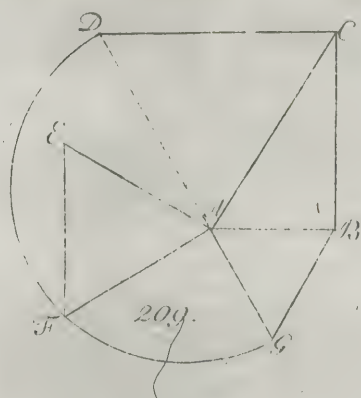


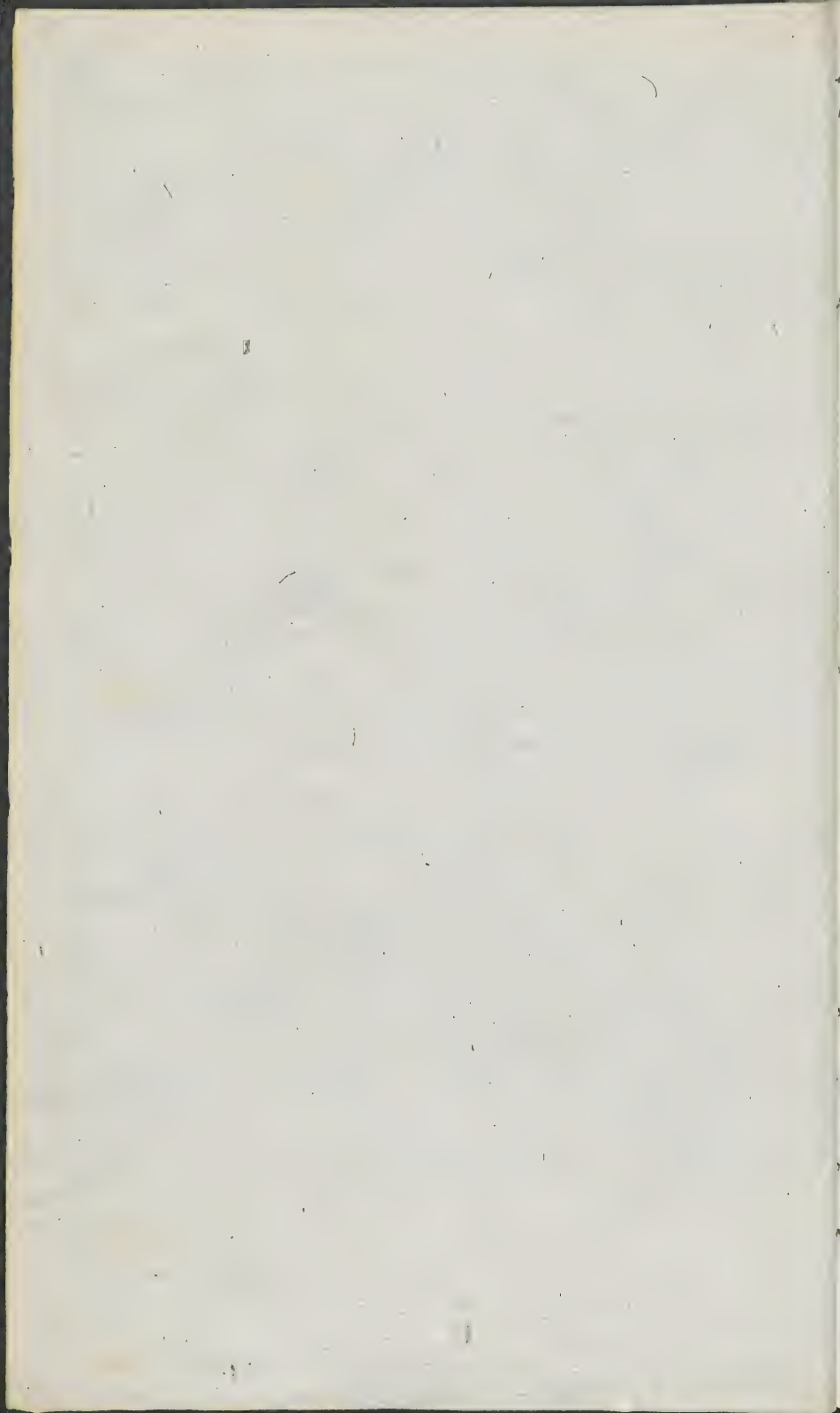


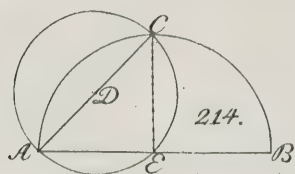
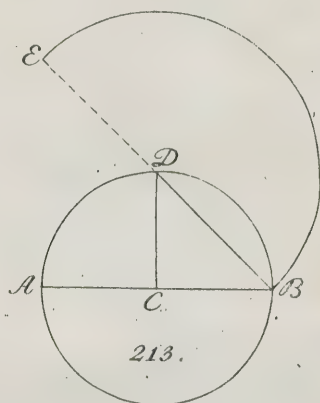
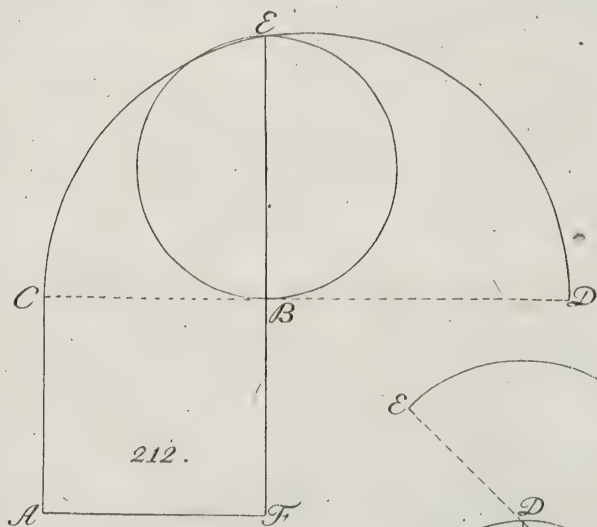


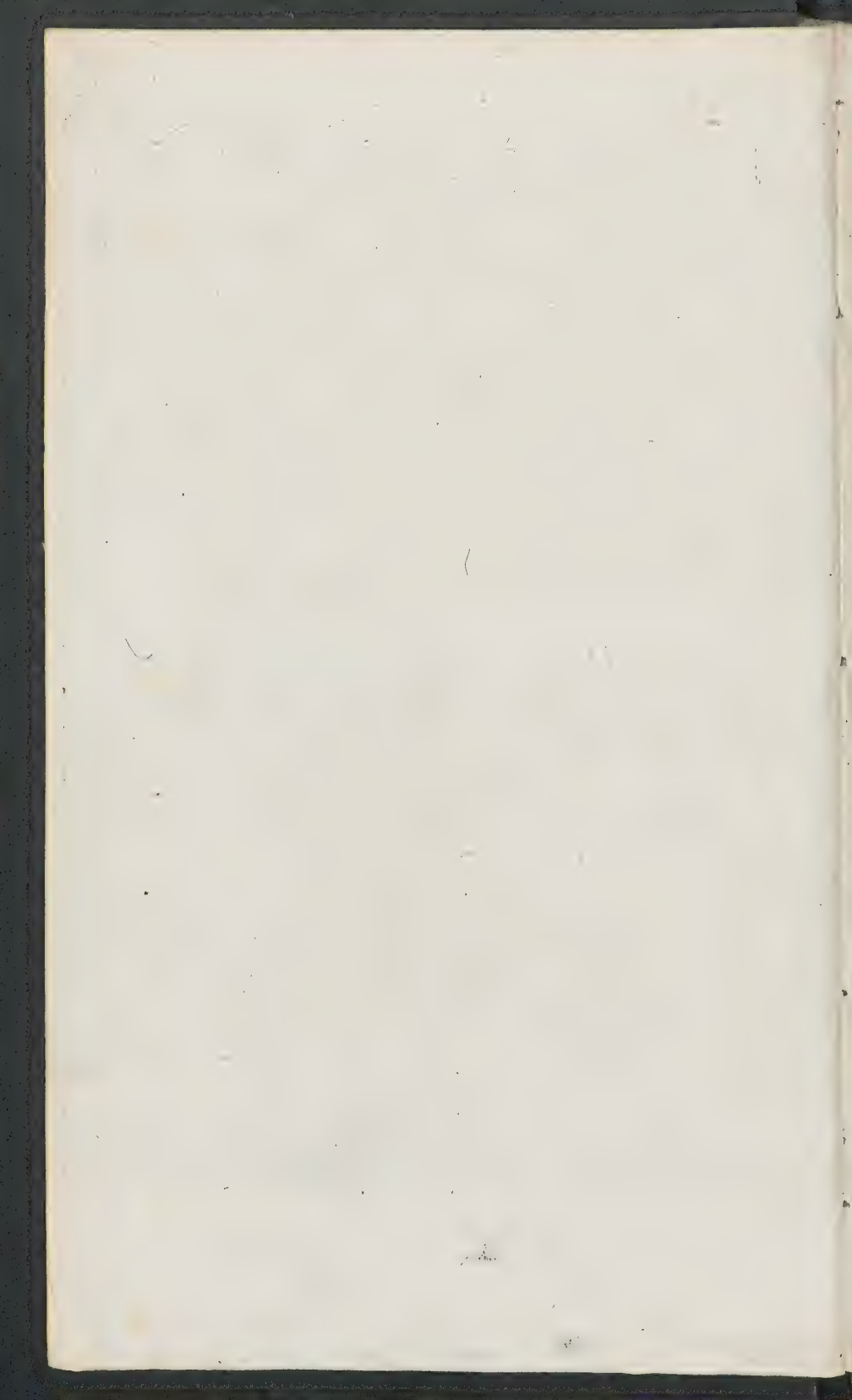




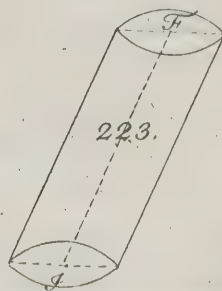
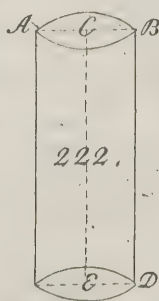
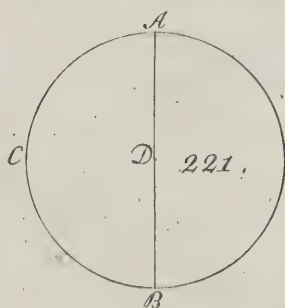
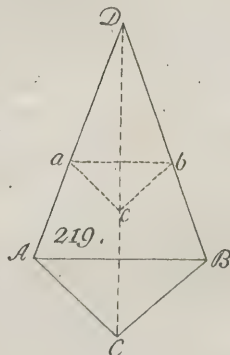
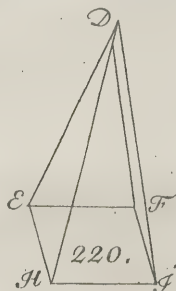
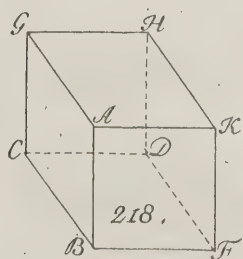
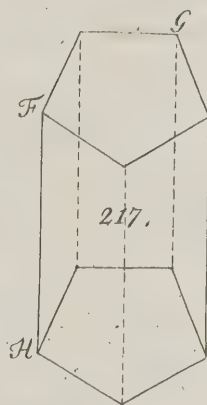
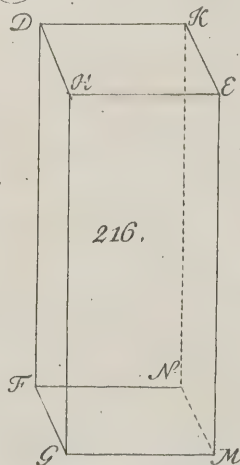
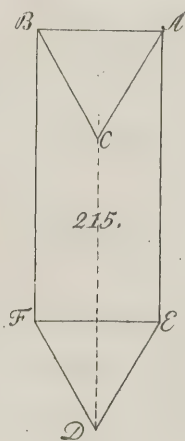


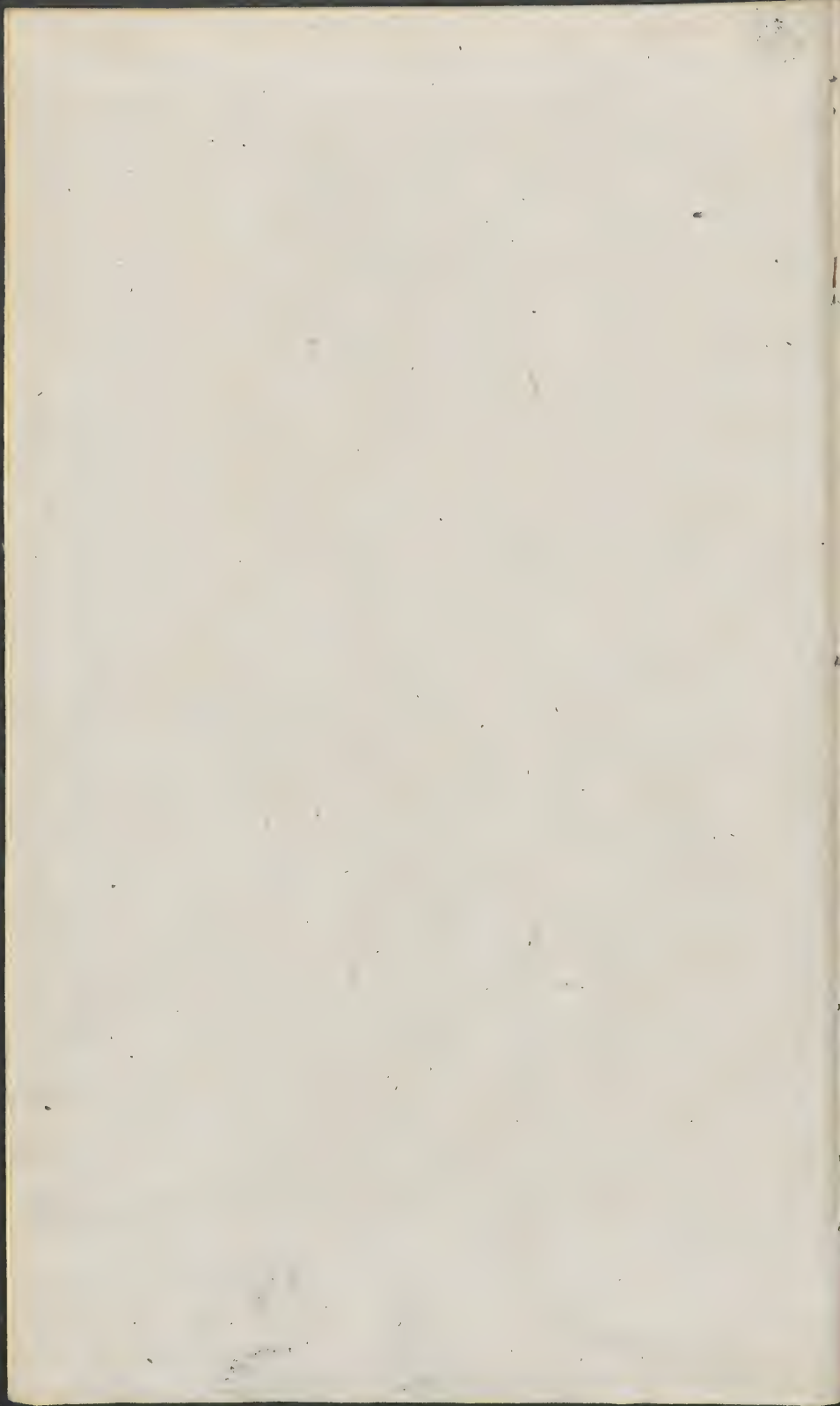


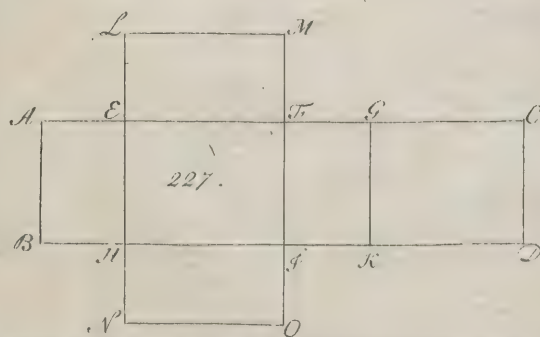
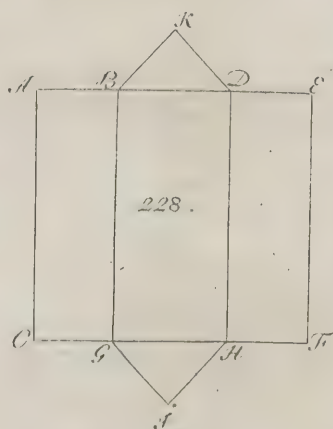
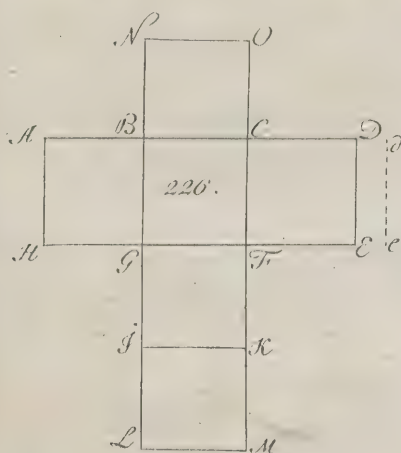
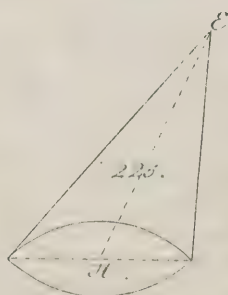
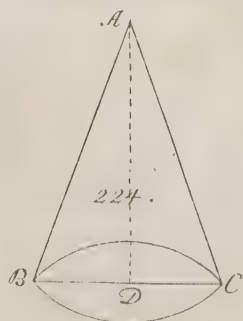


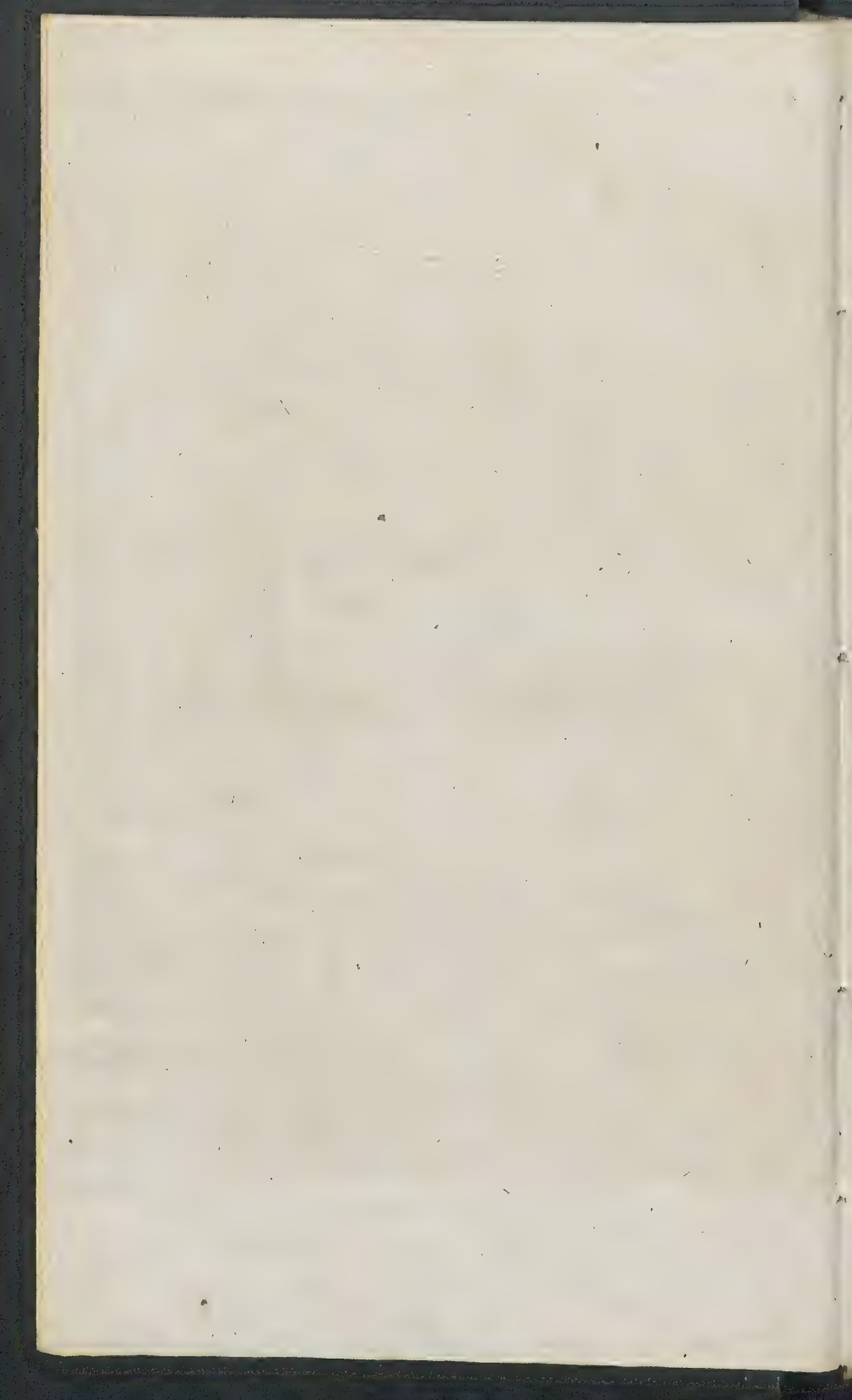


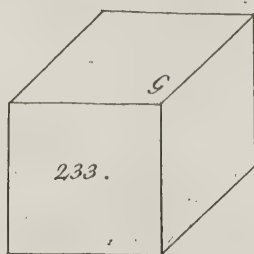
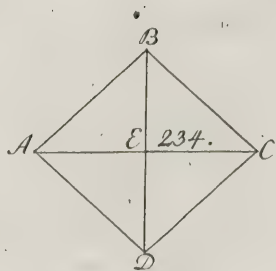
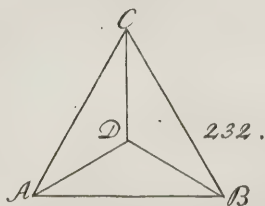
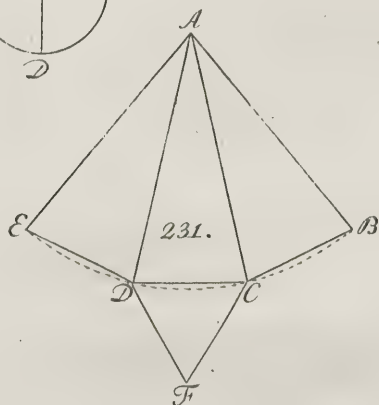
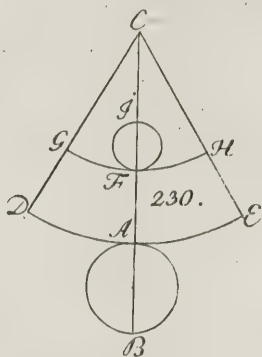
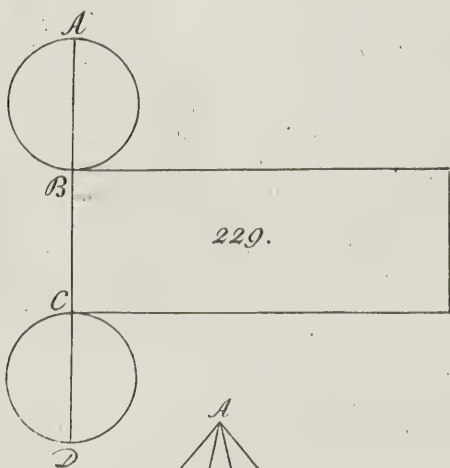
Третьей Части.

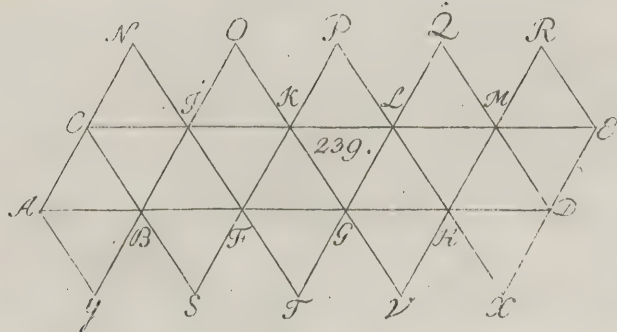
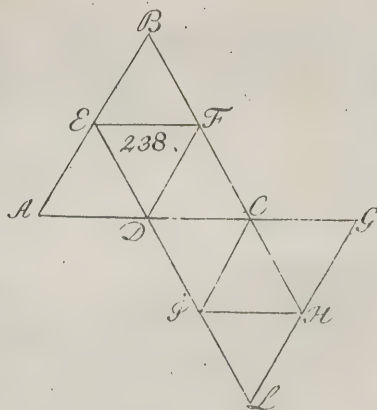
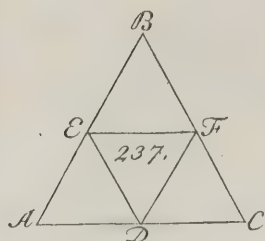
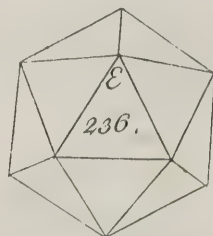
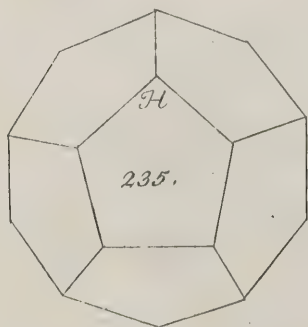


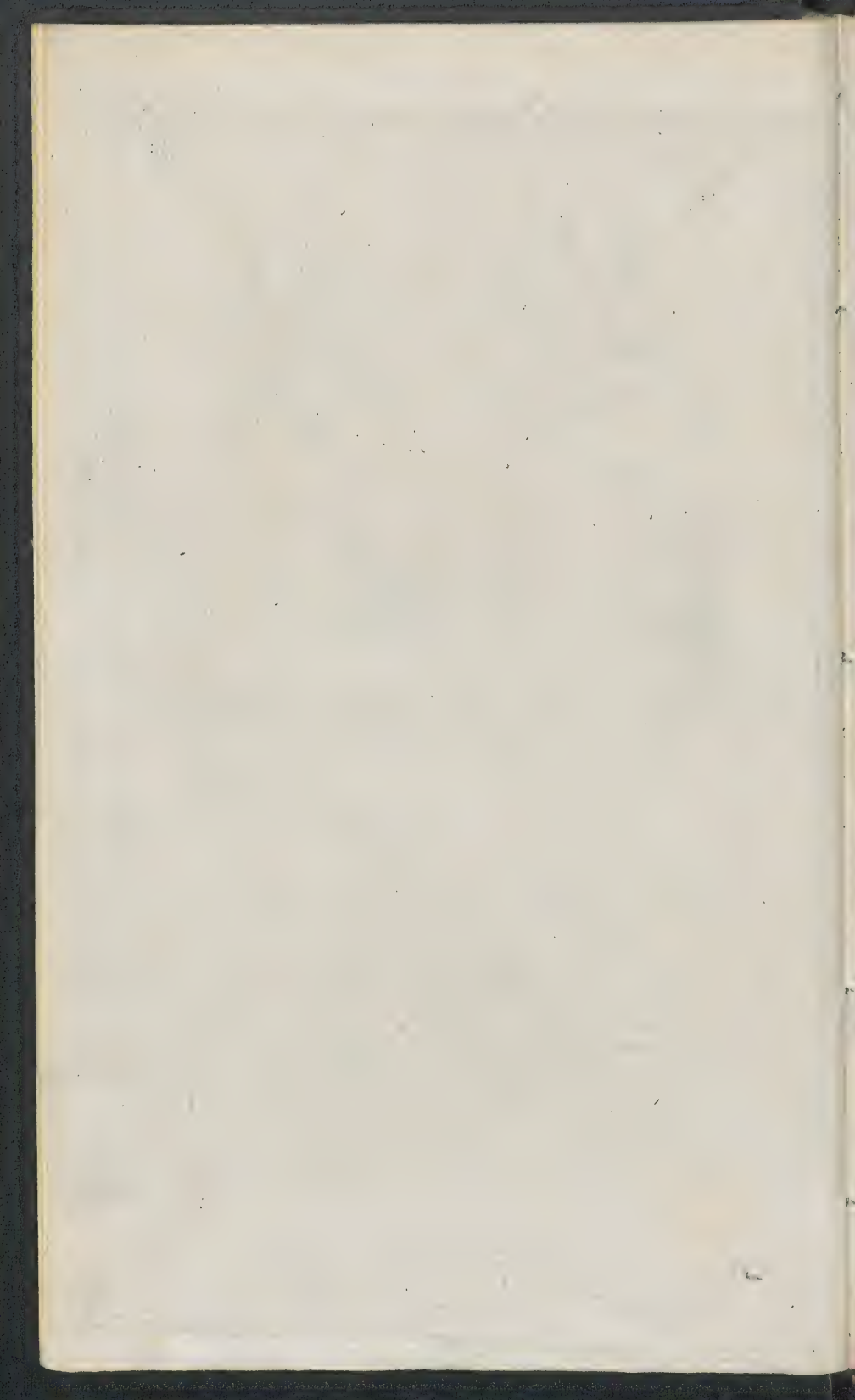


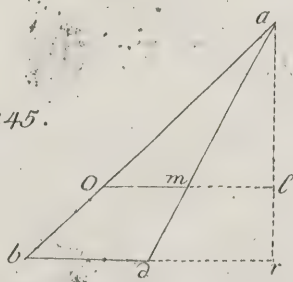
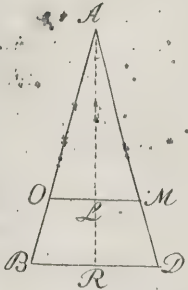
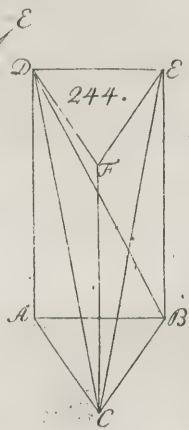
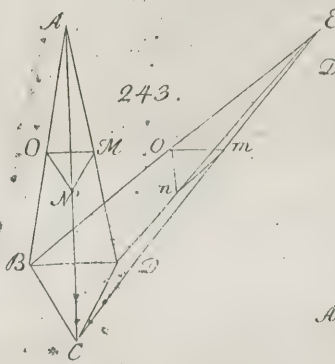
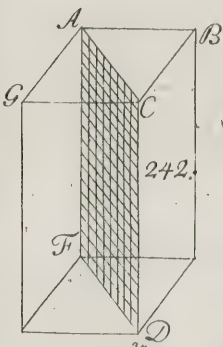
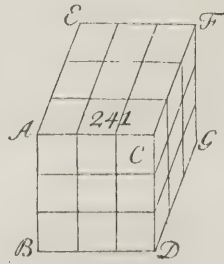
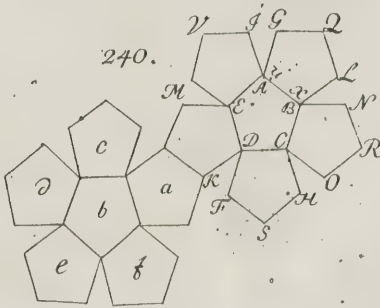


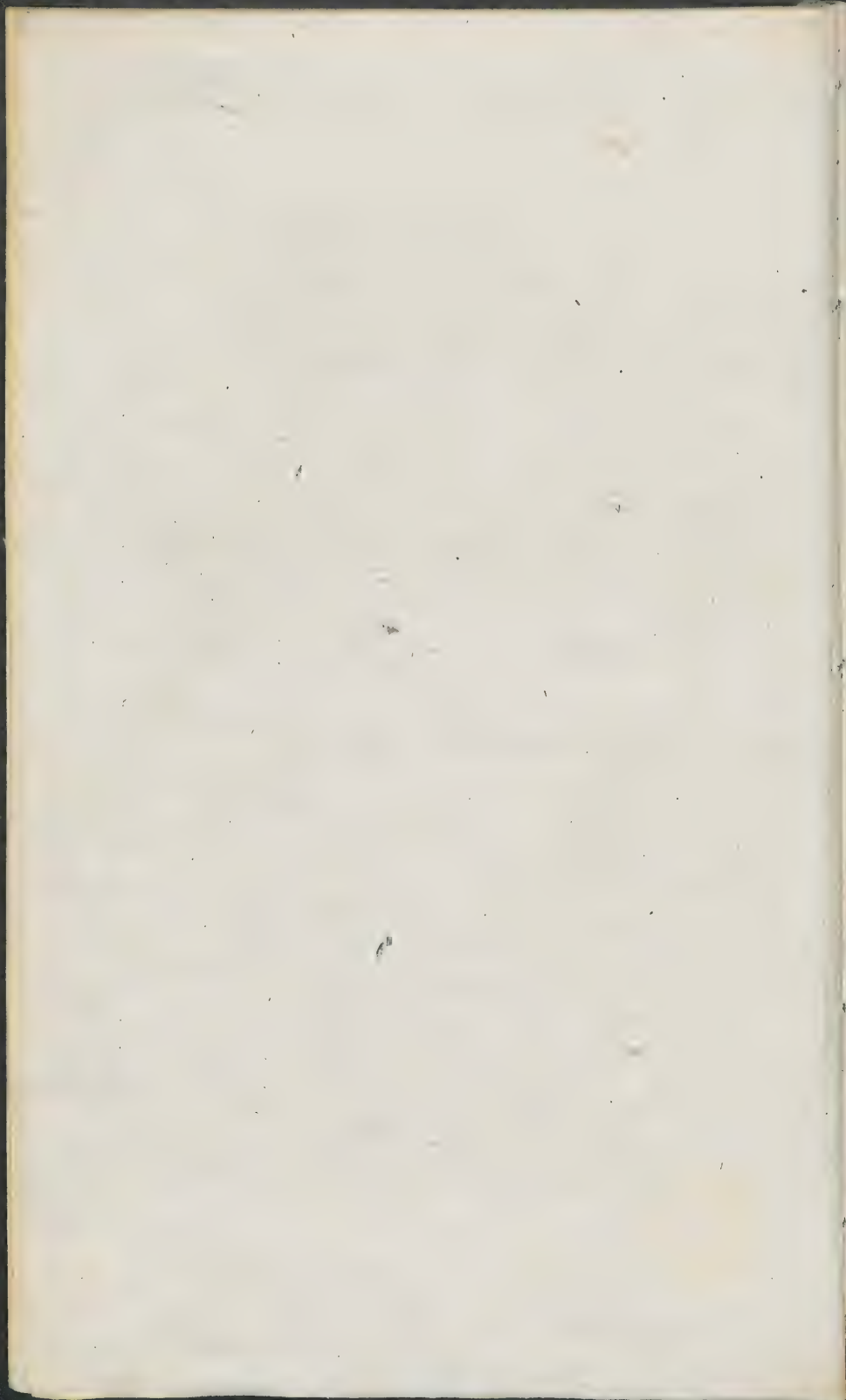


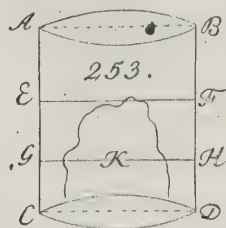
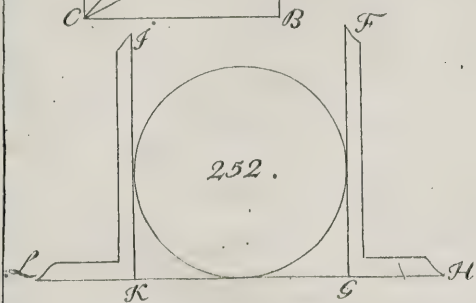
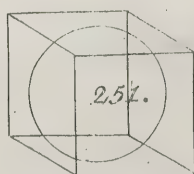
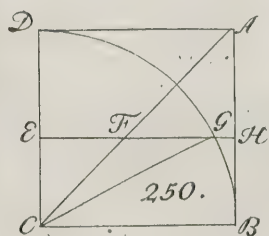
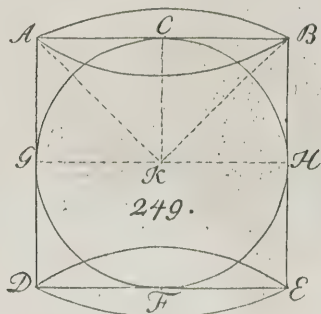
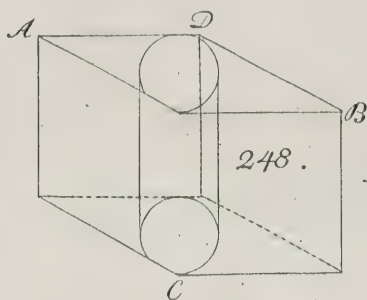
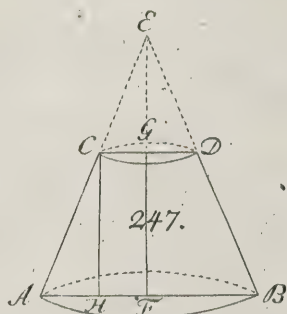
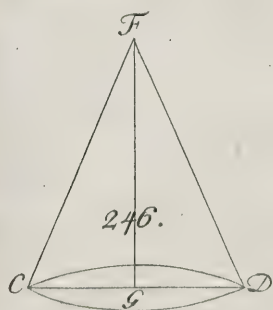


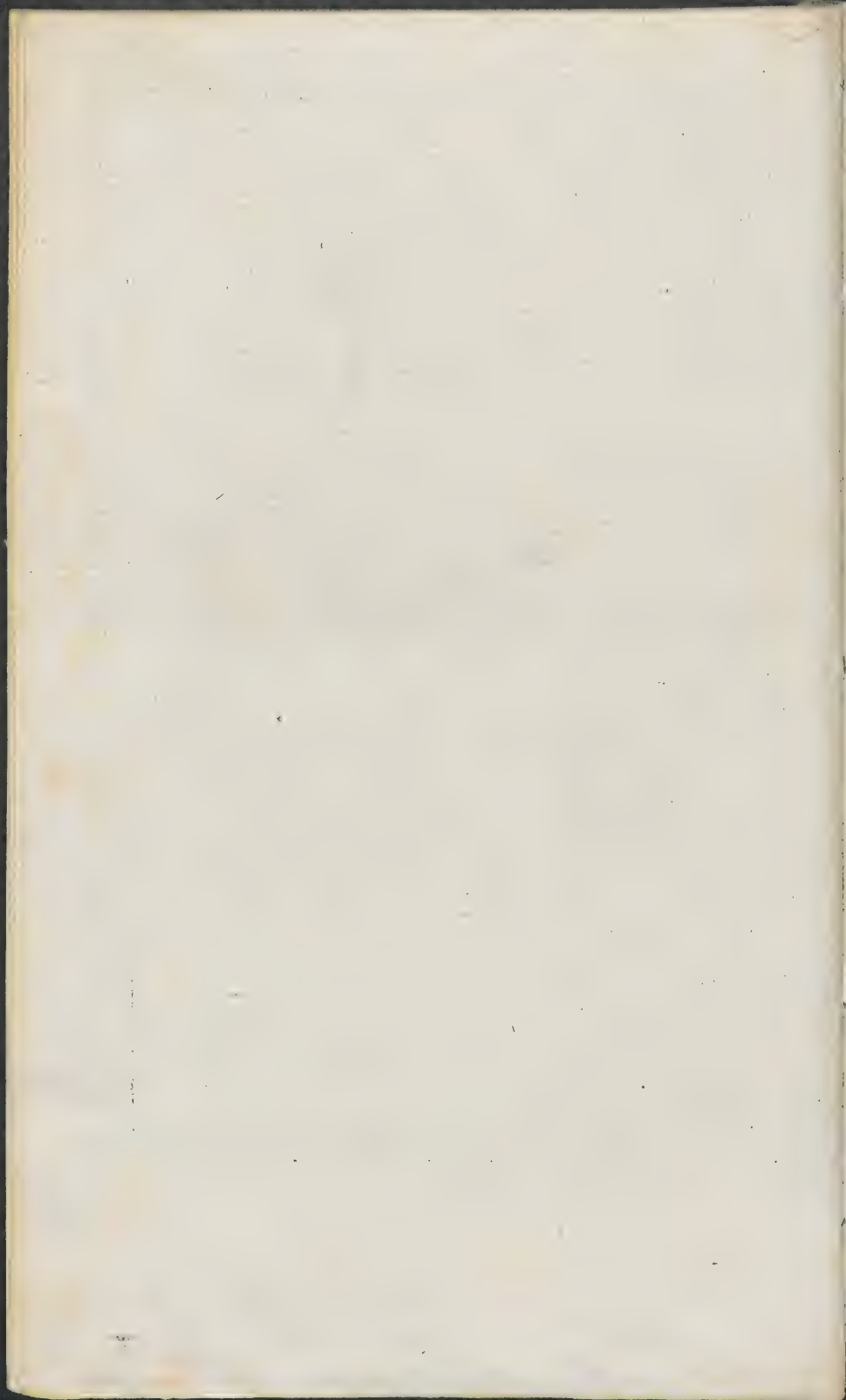


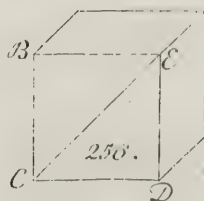
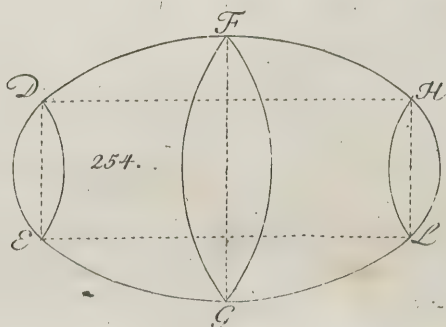
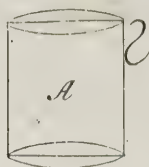
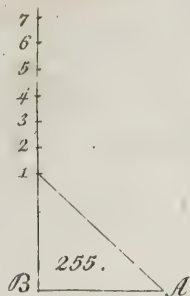


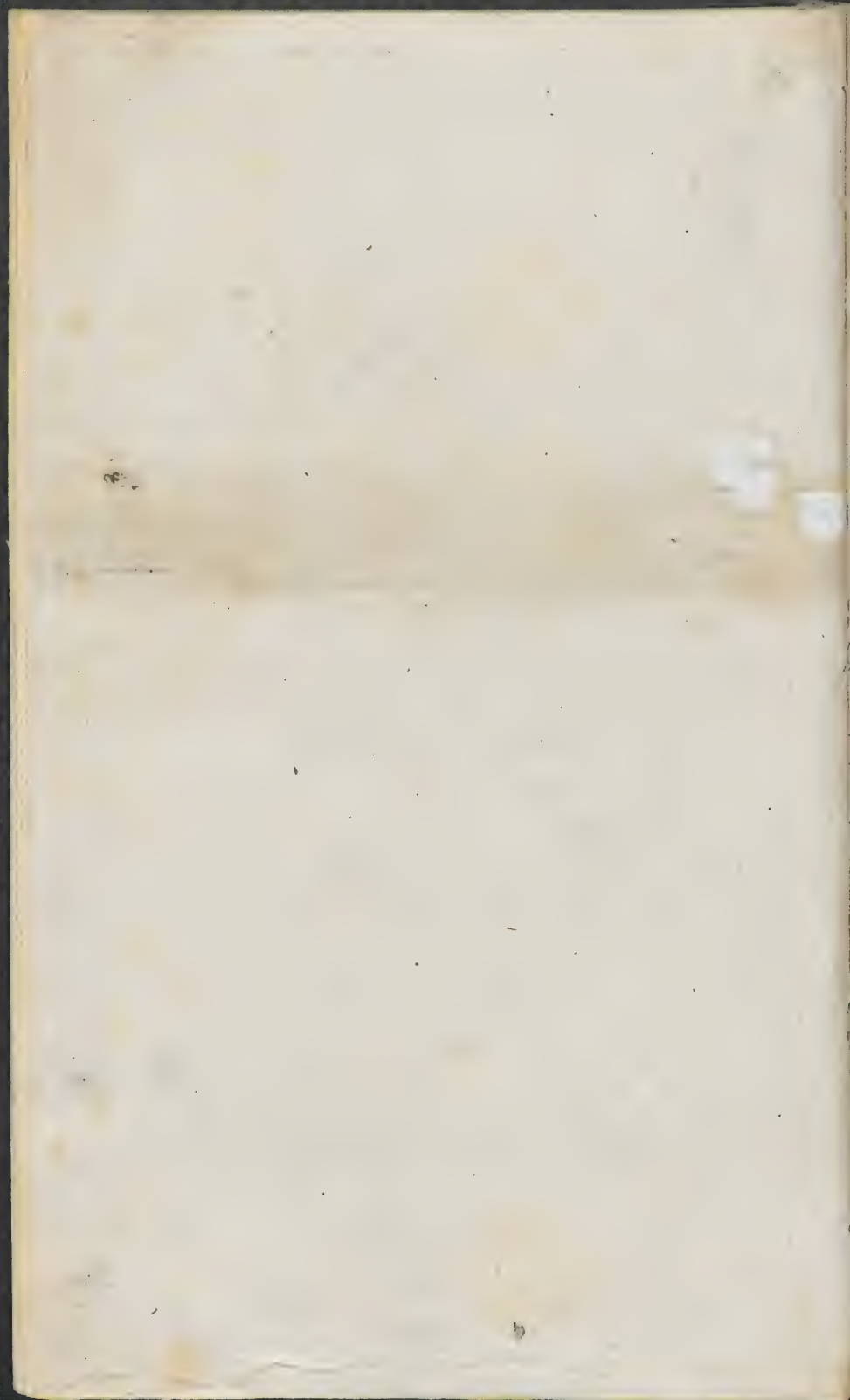












Use. 2437

1843

1000
100

